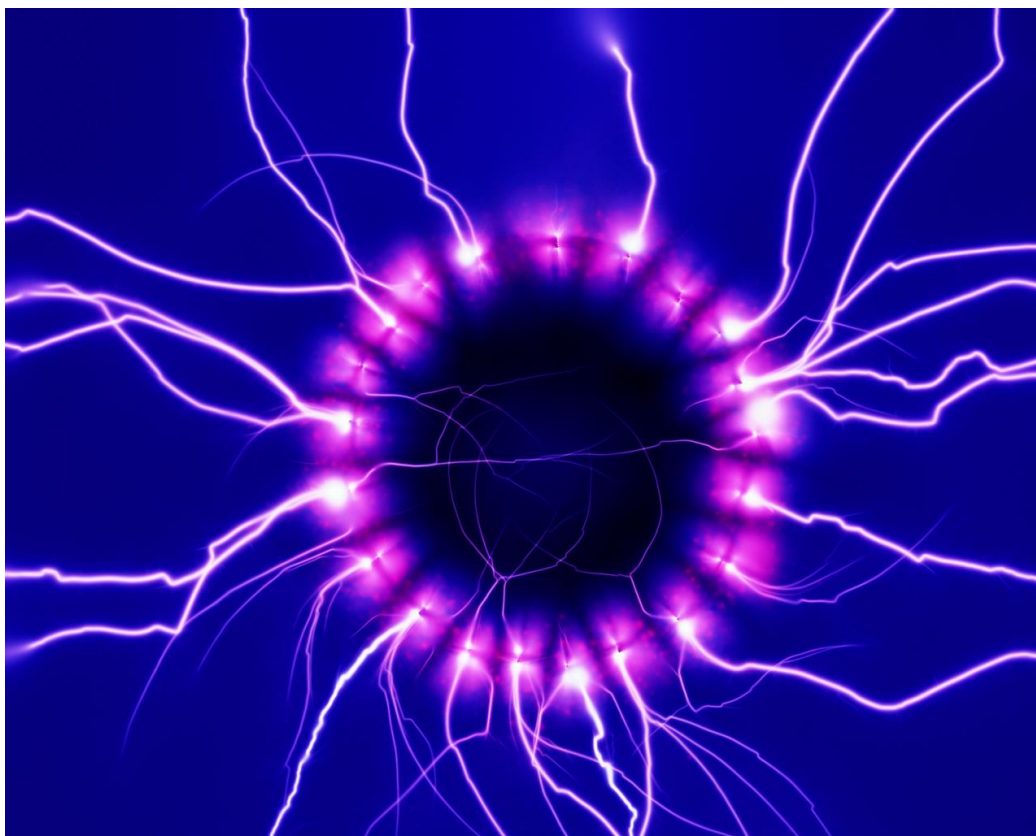


Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



А.Г. Рипп, В.В. Довгаленко

Потенциал электростатического поля

Учебное пособие по общей физике
для студентов технических
и естественно-научных специальностей

Севастополь
СевГУ
2018

УДК 53.08 (075.8)
Р 537

Рецензент:

А.Н. Бакулина – кандидат технических наук, доцент

Рипп А.Г.

Р 537 Потенциал электростатического поля: учеб. пособие по общей физике / А.Г. Рипп, В.В. Довгаленко. – Севастополь: СевГУ, 2018. – 22 с.

Учебное пособие разработано преподавателями кафедры «Физика» СевГУ и предназначено для студентов 1 и 2 курсов технических и естественно-научных специальностей, выполняющих лабораторные работы по дисциплинам: «физика» и «физический практикум». В пособии студентам предлагается познакомиться с методами теоретического исследования электростатических полей и экспериментальной проверки теоретических зависимостей потенциала, созданного заряженными телами, от координат. Лабораторная установка, на которой предлагается провести эксперименты, виртуальная.

Пособие содержит краткий теоретический материал, описание лабораторной установки, порядок выполнения лабораторной работы и методы оценки погрешности измерений. Материал изложен подробно и в доступной форме. Для студентов, желающих получить больше информации, в конце пособия приводится список литературы.

УДК 53.08 (075.8)

Учебное пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Физика», протокол № 6 от 31 января 2018 г.

Работа 35А. Потенциал электростатического поля

Цель работы

Исследование зависимости потенциала электростатического поля от расстояния до заряженного тела, которое это поле создаёт.

1. Краткая теория

Электростатическое поле – это электрическое поле, созданное *неподвижными* электрическими зарядами. Оно обладает свойством *стационарности* (статичности) – все его свойства с течением времени не изменяются. Основной характеристикой электрического поля является напряжённость, а если поле – электростатическое, то этих характеристик две: напряжённость и потенциал.

1.1. Напряжённость

На заряженное тело в электрическом поле действует сила, которая называется *электрической*. Величина и направление этой силы определяется двумя независимыми факторами:

- зарядом тела, его формой и размерами,
- свойствами электрического поля в области расположения тела.

Простейшей моделью заряженного тела является точечный заряд. Это – заряженная материальная точка. У материальной точки, по определению, нет размеров и формы, поэтому электрическая сила $\mathbf{F}$, действующая на точечный заряд, зависит только

- от величины заряда q и координат точки, в которой находится заряд,
- от свойств поля в точке расположения заряда.

Этот факт можно математически представить в следующем виде:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}, \quad (1.1)$$

где вектор $\mathbf{E}$ называется *напряжённостью электрического поля*. Напряжённость $\mathbf{E}$ полностью характеризует электрическое поле в каждой его точке, поэтому эта величина и относится к *основным* характеристикам электрического поля.

Важным свойством напряжённости является то, что она подчиняется *принципу суперпозиции*. Этот принцип состоит в следующем. Если заряженное тело 1 создаёт электрическое поле с напряжённостью $\mathbf{E}_1$, а заряженное тело 2 – поле с напряжённостью $\mathbf{E}_2$, то оба тела вместе создают электрическое поле с напряжённостью

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2.$$

Наглядной графической картиной электрического поля является семейство линий напряжённости. *Линия напряжённости* – это воображаемая линия, которая проводится так, что направление касательной к этой линии в каждой её точке совпадает

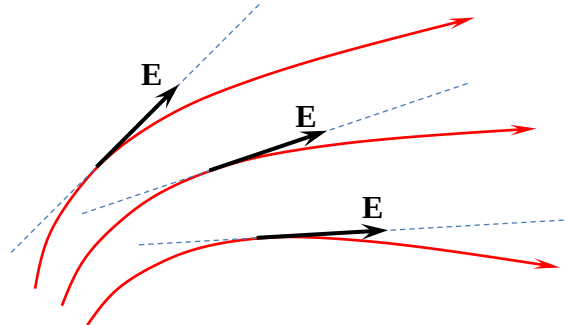


Рис. 1.1. Линии напряжённости

с направлением напряжённости $\mathbf{E}$. Пример семейства линий напряжённости показан на рисунке 1.1.

Отметим важные особенности линий напряжённости.

- Линии напряжённости электростатического поля имеют направление.
- Линии напряжённости имеют начало и конец – они начинаются на положительных электрических зарядах, а кончаются на отрицательных.
- Линии напряжённости не пересекаются друг с другом.
- Если в некоторой области A линии напряжённости проходят гуще, чем в области B , то величина напряжённости в области A больше, чем в области B : $E_A > E_B$.

1.2. Потенциал

Электростатическая сила является консервативной. Поэтому всякое заряженное тело в электростатическом поле обладает потенциальной энергией, которая, как и электрическая сила, определяется двумя независимыми факторами:

- зарядом тела, его формой и размерами,
- свойствами электрического поля в области расположения тела.

А если тело – это *точечный* заряд, то его потенциальная энергия W_p зависит только

- от величины заряда q и координат точки, в которой находится заряд,
- от свойств поля в точке расположения заряда.

Этот факт можно по аналогии с формулой (1.1) $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ представить в следующем виде:

$$W_p = q\varphi, \quad (1.2)$$

где скалярная величина φ называется *потенциалом электростатического поля* или *электрическим потенциалом*. Как и напряжённость $\mathbf{E}$, электрический потенциал φ полностью характеризует электростатическое поле в каждой его точке, поэтому потенциал тоже считается *основной* характеристикой электростатического поля.

Потенциальная энергия определена с точностью до произвольной постоянной. Иными словами, можно произвольно выбирать точку, в которой назначается нулевое значение потенциальной энергии. Этим же свойством обладает и электрический¹ потенциал.

Потенциал, как и напряжённость, удовлетворяет принципу суперпозиции: если заряженное тело 1 создаёт электростатическое поле с потенциалом φ_1 , а заряженное тело 2 – поле с потенциалом φ_2 , то оба тела вместе создают электрическое поле с потенциалом

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Правда, в этой формуле сумма, в отличие от принципа суперпозиции для напряжённости, – не векторная, а *скалярная*.

Тот факт, что и напряжённость, и потенциал являются *полными* характеристиками электростатического поля, означает, что они связаны друг с другом. Эта связь выражается следующими двумя формулами.

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi, \quad (1.3)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_\ell d\ell. \quad (1.4)$$

Первая из формул определяет связь напряжённости с потенциалом, вторая – обратную связь: потенциала с напряжённостью.

Величина $\text{grad}\varphi$ – это вектор, называемый *градиентом потенциала*². Данный вектор направлен в сторону наиболее быстрого возрастания потенциала, а его численное значение равно производной $\frac{d\varphi}{d\ell}$, которая называется производной по направлению. Направление, вдоль которого эта производная вычисляется, совпадает с направлением градиента. Проекциями градиента потенциала на оси декартовой системы координат OX , OY и OZ являются соответственно производные $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$ и $\frac{\partial\varphi}{\partial z}$.

Из вышесказанного следуют два важных факта.

- Проекции напряжённости на оси декартовой системы координат OX , OY и OZ связаны с потенциалом формулами:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

- Линии напряжённости направлены в сторону *убывания* потенциала.

Интеграл в (1.4) называется *линейным интегралом*. Для его вычисления требуется задание некоторой линии (её называют *контуром*) – см. рисунок 1.2. Точка, в которой начинается контур, обозначена цифрой 1, а точка, в которой контур конча-

¹ В дальнейшем для краткости электрический потенциал будем называть одним словом «потенциал», а напряжённость электрического поля одним словом «напряжённость».

² В общем случае, градиент – это одна из характеристик всякой скалярной функции координат. Например, есть градиент температуры среды, градиент плотности, градиент освещённости и т.д.

ется, обозначена цифрой 2. Величина $d\ell$ – это длина бесконечно малого отрезка контура (элемента), а величина E_ℓ – это проекция вектора напряжённости $\mathbf{E}$ на направление элемента.

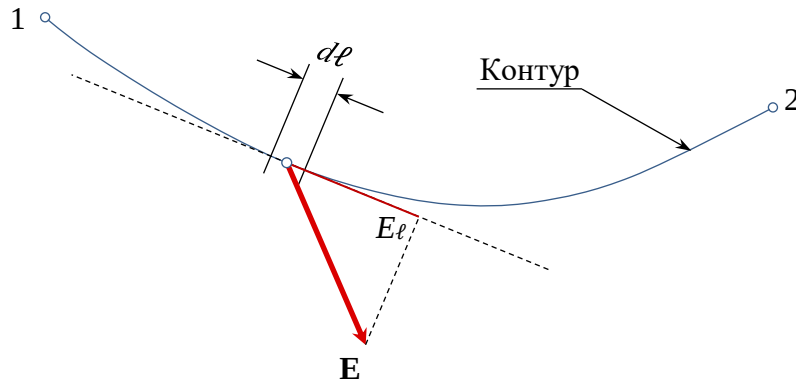


Рис. 1.2. Иллюстрация к понятию линейного интеграла

Если контур – замкнутый, то линейный интеграл называется *циркуляцией* и обозначается так: $\oint E_\ell d\ell$.

Из формулы (1.4) следуют два очень важных свойства напряжённости.

Первое свойство

Линейный интеграл от напряжённости электростатического поля не зависит от контура интегрирования, а зависит только от координат начальной и конечной точек контура.

Это свойство полезно помнить при вычислении разности потенциалов между двумя точками: так как контур, соединяющий эти точки, произволен, то его целесообразно выбирать так, чтобы *упростить* интегрирование.

Второе свойство.

Циркуляция напряжённости электростатического поля для любого замкнутого контура равна нулю.

1.3. Основная задача электростатики

Эта задача называется «Расчёт и измерение электростатического поля». Она состоит в следующем.

Дано: заряженное тело (система тел), создающее электростатическое поле, то есть даны форма, размеры и заряд тела.

Рассчитать и (или) измерить: напряжённость и потенциал в одной или более точках поля.

Теоретическое решение этой задачи (то есть расчёт) может быть аналитическим или численным (с помощью какой-либо компьютерной программы). Существуют несколько методов расчёта. Чаще всего используется метод, основанный на принципе суперпозиции. Иногда, если поле обладает симметрией, может оказаться полезным метод, основанный на теореме Гаусса.

Для того, чтобы убедиться в правильности расчётов, необходимы эксперименты, то есть измерения. Ваша задача при выполнении данной лабораторной работы именно в этом и состоит: провести измерения *потенциала* электрического поля в разных точках поля и убедиться, что результаты экспериментов подтверждают (или не подтверждают) теоретически полученные формулы для расчёта потенциала.

А сейчас рассмотрим, как можно получить эти теоретические формулы для нескольких простейших электростатических полей.

1.4. Потенциал поля точечного заряда

Если электростатическое поле создано точечным зарядом Q , то проще всего получить формулу для *напряжённости* поля. Для этого надо применить *закон Кулона*: сила действия точечного заряда Q на другой точечный заряд q равна:

$$\mathbf{F} = k \frac{Qq}{r^3} \mathbf{r},$$

где k – константа, равная $k = 9 \cdot 10^9$ ед. СИ, а вектор $\mathbf{r}$ направлен из точки расположения заряда Q в точку расположения заряда q .

С другой стороны, согласно формуле (1.1), $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. Сравнение формул даёт:

$$\mathbf{E} = k \frac{Q}{r^3} \mathbf{r}, \quad E(r) = k \frac{Q}{r^2}. \quad (1.5)$$

Коллинеарность $\mathbf{E}$ и $\mathbf{r}$ означает, что линии напряжённости – это радиальные прямые *лучи*, выходящие из заряда Q , если он положительный, и входящие в него, если он отрицательный.

Для расчёта потенциала воспользуемся формулой (1.4) $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_\ell d\ell$.

Пусть для определённости $Q > 0$. Выберем в качестве контура интегрирования какую-либо линию напряжённости, то есть один из лучей, а точки 1 и 2 выберем так, чтобы они находились на одном и том же луче.

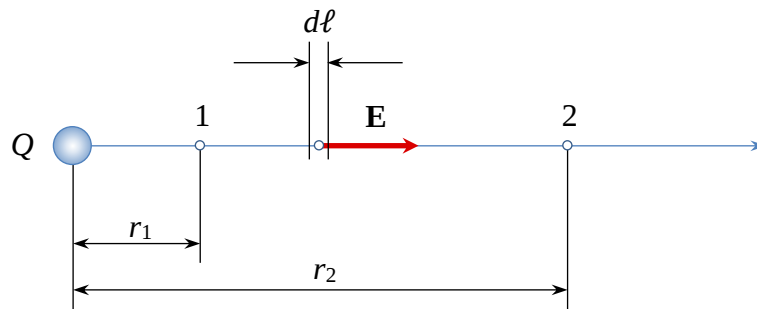


Рис. 1.3. К расчёту поля точечного заряда

Тогда, во-первых, проекция напряжённости на линию интегрирования равна модулю напряжённости, так что $E_\ell = E$. Во-вторых, длину элемента $d\ell$ можно понимать, как приращение dr расстояния между зарядом Q и точкой поля, в которой вычисляется напряжённость $E(r)$. Таким образом,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E(r) dr.$$

Подставив в интеграл выражение (1.5), получим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{kQ}{r^2} dr = kQ \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = k_0 Q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.6)$$

Выберем точку 2 на бесконечно большом расстоянии от заряда Q : $r_2 \rightarrow \infty$. Эта точка уже находится за пределами электрического поля, поэтому назовём потенциал в ней φ_2 равным нулю. Точку 1 будем понимать, как произвольную точку поля, так что индекс «1» можно опустить. Таким образом, из (1.6) следует:

$$\varphi(r) = k \frac{Q}{r}. \quad (1.7)$$

Для экспериментальной проверки данной формулы её целесообразно *линеаризовать*. Сделать это можно, введя вспомогательную величину $t = \frac{1}{r}$. В результате получаем следующую линейную (более того, прямо пропорциональную) зависимость между потенциалом φ в разных точках поля и вспомогательной величиной t :

$$\varphi(t) = mt, \quad \text{где } m = kQ. \quad (1.8)$$

Таким образом, эксперимент состоит в следующем: необходимо измерить потенциал поля φ на разных расстояниях от заряда Q , а затем на основании результатов измерений построить график зависимости $\varphi(t)$. Если точки на этом графике выстроятся вдоль прямой линии, проходящей через начало координат, то можно утверждать, что эксперименты *подтвердили* теоретическую формулу (1.7).

Кроме того, эксперименты дают дополнительную информацию: если измерить коэффициент пропорциональности m зависимости $\varphi(t)$, то можно измерить заряд Q :

$$Q = \frac{m}{k}. \quad (1.9)$$

Как правило, при подготовке экспериментов заранее (*априорно*, то есть до опыта) определяются *условия экспериментов*. Одним из таких условий в данном случае является величина используемого заряда Q . Поэтому возможность измерить заряд на основании проведённых экспериментов (*апостериорно*, то есть после опыта) – это возможность дополнительной проверки теоретической формулы (1.7): результат измерения заряда должен *совпасть* (в пределах погрешности измерений) с априорным значением заряда. Если такое совпадение произойдёт, то это будет дополнительным подтверждением формулы (1.7), ведь именно из неё следует формула (1.9), определяющая метод измерения заряда.

1.5. Потенциал поля тонкого кольца

Пусть электрическое поле создаётся тонким кольцом, радиус которого равен R , а заряд равен Q , причём заряд равномерно распределён по кольцу. В этом случае достаточно просто с помощью принципа суперпозиции проделать расчёт потенциала на оси кольца, перпендикулярной его плоскости.

Направим вдоль оси кольца координатную ось OX , начало координат поместим в плоскости кольца. Разобьём кольцо на маленькие элементы длиной $d\ell$ – один из них (вверху кольца) показан на рисунке 1.4.

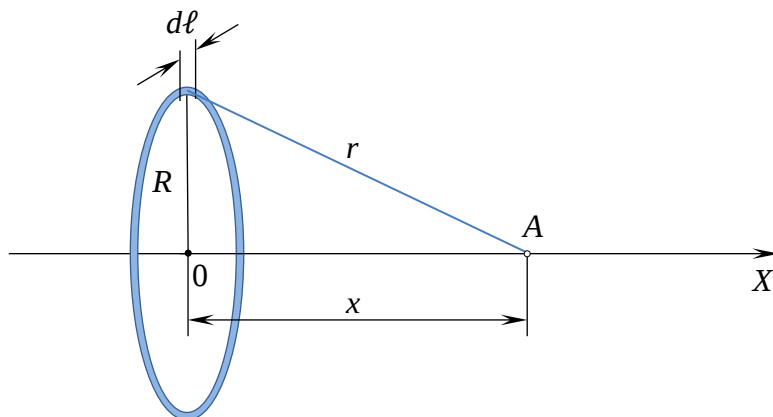


Рис. 1.4. К расчёту поля кольца на его оси

Каждый элемент можно считать точечным зарядом, величина которого равна dQ . Согласно формуле (1.7), потенциал поля, созданного зарядом dQ в некоторой точке A на оси кольца, равен

$$d\varphi(r) = k \frac{dQ}{r},$$

где r – расстояние от элемента до точки A . В соответствии с принципом суперпозиции, потенциал поля, созданного кольцом, равен сумме потенциалов полей, созданных элементарными участками. Так как сумма бесконечно малых – это интеграл, то

$$\varphi(r) = \int d\varphi(r) = k \oint \frac{dQ}{r}.$$

Расстояние r от всех элементов до точки A одно и то же. Поэтому r можно вынести из-под интеграла:

$$\varphi(r) = \frac{k}{r} \oint dQ = \frac{kQ}{r}.$$

Расстояние r связано с координатой x точки A теоремой Пифагора $r^2 = x^2 + R^2$. Поэтому

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + R^2}}. \quad (1.10)$$

В установке, которая используется в данной лабораторной работе, нет возможности исследовать электрическое поле заряженного кольца на его оси, однако полученная формула нам пригодится для расчёта потенциала поля заряженного тонкого диска.

1.6. Потенциал поля диска

Пусть теперь электрическое поле создаётся равномерно заряженным тонким диском (круглой пластинкой). Проведём расчёт поля в точках на оси диска, перпендикулярной его плоскости – см. рисунок 1.5. Обозначим R – радиус диска, Q – его заряд, σ – поверхностная плотность заряда, равная $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$. Разделим мысленно диск на тонкие concentric колечки радиусом r и толщиной dr . Заряд каждого такого колечка равен $dQ = \sigma dS$, где dS – площадь колечка. Так как $dS = 2\pi r dr$, то

$$dQ = \frac{2Q}{R^2} r dr.$$

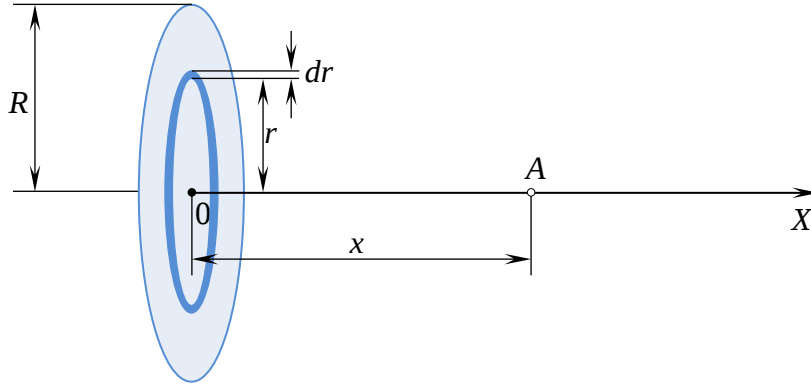


Рис. 1.5. К расчёту поля диска

Потенциал поля, которое создаёт колечко в точке A , расположенной на оси колечка на расстоянии x от него, определяется формулой (1.10):

$$d\varphi(x) = \frac{k dQ}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \frac{2kQ}{R^2} \frac{r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}.$$

Применяя принцип суперпозиции, получим:

$$\varphi(x) = \int d\varphi(x) = \frac{2kQ}{R^2} \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}.$$

Интеграл в этой формуле равен

$$\int \frac{r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \sqrt{x^2 + r^2}.$$

В итоге:

$$\varphi(x) = \frac{2kQ}{R^2} (\sqrt{x^2 + R^2} - |x|). \quad (1.11)$$

Так как полученная зависимость потенциала от координаты x – нелинейная, то для её экспериментальной проверки нужно попытаться эту зависимость (1.11) линеаризовать. Сначала введём безразмерную координату $u = \frac{|x|}{R}$. Это позволяет преобразовать формулу (1.11) так:

$$\varphi(x) = \frac{2kQ}{R} (\sqrt{u^2 + 1} - u).$$

Теперь вводим вспомогательную величину $t = (\sqrt{u^2 + 1} - u)$ и в результате получаем следующую линейную (более того, прямо пропорциональную) зависимость:

$$\varphi(t) = mt,$$

где коэффициент пропорциональности m равен

$$m = \frac{2kQ}{R}. \quad (1.12)$$

Итак, для экспериментальной проверки формулы (1.11) нужно измерить потенциал поля φ на оси круглой заряженной пластинки на разных расстояниях от неё x , а затем на основании результатов экспериментов построить график зависимости $\varphi(t)$. Если точки на этом графике выстроятся вдоль прямой линии, проходящей через начало координат, то можно утверждать, что эксперименты *подтвердили* теоретическую формулу (1.11).

Кроме того, эксперименты дают дополнительную информацию: если измерить коэффициент пропорциональности m , то можно измерить заряд диска Q , так как из формулы (1.12) следует:

$$Q = \frac{mR}{2k}. \quad (1.13)$$

Как уже отмечалось ранее (в пункте 1.4), при подготовке экспериментов экспериментатор заранее (*априорно*) определяет условия экспериментов. К этим условиям в данном случае относится величина заряда диска. Поэтому результат измерения заряда должен совпасть (в пределах погрешности измерений) с априорным значением. Если такое совпадение произойдёт, то это будет дополнительным подтверждением теоретической формулы для потенциала (1.11).

1.7. Потенциал поля тонкого стержня

Пусть теперь электрическое поле создаётся тонким цилиндрическим стержнем, заряд которого равен Q , длина равна ℓ , а диаметр – d , причём $d \ll \ell$. Вычислим с помощью принципа суперпозиции потенциал поля, создаваемого стержнем, в плоскости, которая перпендикулярна стержню и является его плоскостью симметрии – см. рисунок 1.6.

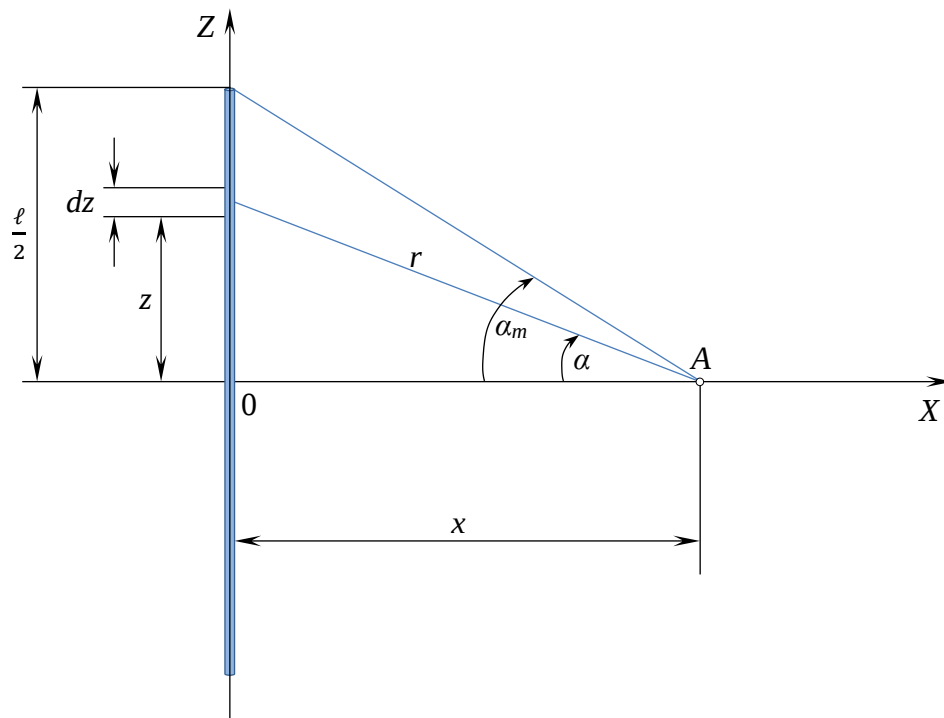


Рис. 1.6. К расчёту поля стержня

Сначала введём декартовую систему координат. Ось OZ направим вдоль стержня, а оси OX и OY – в плоскости симметрии. Начало координат поместим в центре стержня. Будем искать потенциал в произвольной точке A на оси OX .

Разделим стержень на малые элементы длиной dz . Каждый такой отрезок можно считать точечным зарядом. Величина заряда равна $dQ = \tau dz$, где τ – линейная плотность заряда стержня, равная $\tau = \frac{Q}{\ell}$. Потенциал поля, созданного элементом, в точке A равен

$$d\varphi(x) = k \frac{dQ}{r} = k\tau \frac{dz}{r}.$$

Потенциал поля, создаваемого всем стержнем, получим, используя принцип суперпозиции, то есть интегрируя эту формулу. Интеграл вычисляется проще, если от переменной интегрирования z перейти к переменной α , которая представляет собой угол между осью OX и отрезком, соединяющим точку A с элементом. Связь между z и α определяется формулой

$$z = x \operatorname{tg} \alpha.$$

При этом $dz = \frac{x d\alpha}{\cos^2 \alpha}$. Расстояние r от элемента до точки A тоже можно выразить через угол α :

$$r = \frac{x}{\cos \alpha}.$$

Таким образом, получаем:

$$d\varphi(x) = k\tau \frac{dz}{r} = k\tau \frac{x d\alpha}{\cos^2 \alpha} : \frac{x}{\cos \alpha} = k\tau \frac{d\alpha}{\cos \alpha}.$$

Теперь проинтегрируем это выражение:

$$\varphi(x) = 2k\tau \int_0^{\alpha_m} \frac{d\alpha}{\cos \alpha}.$$

Величина α_m – это максимальное значение угла α . Интеграл – табличный, он равен

$$\int \frac{d\alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}.$$

В итоге получается:

$$\varphi(x) = k\tau \left(\ln \frac{1+\sin \alpha_m}{1-\sin \alpha_m} - \ln \frac{1+\sin 0}{1-\sin 0} \right) = k\tau \ln \frac{1+\sin \alpha_m}{1-\sin \alpha_m}.$$

В этом выражении потенциал φ в точке A зависит от расстояния x между стержнем и точкой неявно – через угол α_m . Для получения явной зависимости введём вспомогательную величину u :

$$u = \operatorname{ctg} \alpha_m = \frac{2x}{\ell}.$$

Используя правила тригонометрии, нетрудно получить формулу

$$\sin \alpha_m = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}.$$

Подстановка этого синуса в формулу для потенциала даёт:

$$\varphi(x) = k\tau \ln \frac{\sqrt{1+u^2}+1}{\sqrt{1+u^2}-1}, \quad u = \frac{2x}{\ell}. \quad (1.14)$$

Полученная зависимость потенциала от координаты x – нелинейная, но её можно линеаризовать. Для этого достаточно ввести вспомогательную величину t :

$$t = \ln \frac{v+1}{v-1}, \quad v = \sqrt{1+u^2}.$$

В результате получается следующая линейная (более того, прямо пропорциональная) зависимость:

$$\varphi(t) = mt,$$

где коэффициент пропорциональности m равен

$$m = k\tau = \frac{kQ}{\ell}. \quad (1.15)$$

Итак, для экспериментальной проверки формулы (1.14) нужно измерить потенциал поля φ в плоскости симметрии стержня, перпендикулярной ему, на разных расстояниях от стержня x , а затем на основании результатов экспериментов построить график зависимости $\varphi(t)$. Если точки на этом графике выстроятся вдоль прямой линии, проходящей через начало координат, то можно утверждать, что эксперименты *подтвердили* теоретическую формулу (1.14).

Кроме того, эксперименты дают дополнительную информацию: если измерить коэффициент пропорциональности m , то можно измерить заряд стержня Q , так как из формулы (1.15) следует:

$$Q = \frac{m\ell}{k}. \quad (1.16)$$

Как уже отмечалось в пунктах 1.4 и 1.6, при подготовке экспериментов экспериментатор заранее (произвольно) выбирает заряд стержня. Поэтому результат измерения заряда должен совпасть (в пределах погрешности измерений) с априорно выбранным значением. Если такое совпадение произойдёт, то это будет дополнительным подтверждением теоретической формулы для потенциала (1.14).

2. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка виртуальная, то есть представляет собой компьютерную программу, имитирующую реальную установку. Программа разработана в Национальном исследовательском Томском политехническом университете.

При запуске программы открывается окно «Электростатическое поле». В центральной части окна приведены цель работы и краткое описание работы. Внизу окна – три управляющие кнопки:

- **Ход работы.** При нажатии этой кнопки открывается окно, в котором показан порядок выполнения работы. Эту кнопку нажимать *не надо*, так как в данном пособии вам предлагается порядок выполнения лабораторной работы, который несколько отличается от того, который предлагают разработчики программы.
- **Эксперимент.** При нажатии на эту кнопку открывается окно с экспериментальной установкой.
- **Завершение работы.** Эта кнопка вызывает выход из программы.

Окно «Эксперимент» показано на Рис. 2.1. Оно содержит два раздела: инструментальную панель (слева) и область эксперимента (справа).

1. В области эксперимента вы видите плоское сечение электростатического поля, содержащее следующие элементы.

- Заряженное тело, создающее электрическое поле. Тел может быть несколько, возле каждого из них стоит номер. На рисунке 2.1 тело одно, это – тонкий стержень с номером 1.

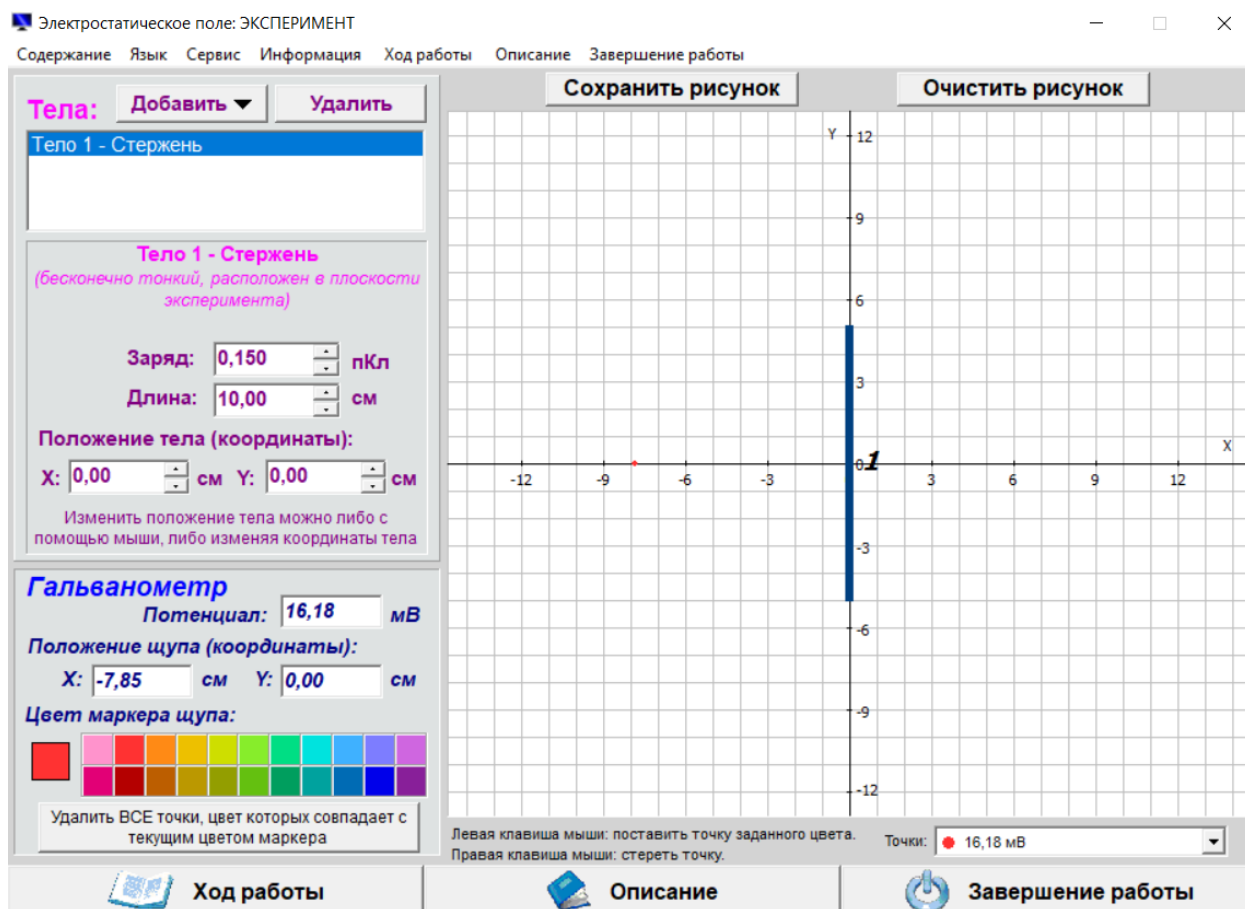


Рис. 2.1. Окно «Эксперимент»

- Координатная сетка $ХОУ$.
 - Щуп* (курсор, имеющий вид *маркера*) – он на рисунке не показан.
 - Точки, отмеченные щупом. Чтобы отметить точку, к ней надо подвести щуп и нажать на левую клавишу мыши. На рисунке 2.1 показана одна красная точка – на оси $ОХ$, в отрицательной области.
 - Две кнопки: «**Сохранить рисунок**» и «**Очистить рисунок**». С помощью первой кнопки можно в специальном буфере сохранять рисунок электрического поля. При нажатии второй кнопки рисунок из специального буфера удаляется.
 - Окно «**Точки**» предназначено для сохранения границ измеренных значений потенциала в отмеченных точках (φ_{min} ; φ_{max}). На рисунке 2.1 отмечена только одна точка, поэтому в окне «**Точки**» хранится одно число 16,18 мВ.
2. *Инструментальная панель* содержит два раздела. Вверху – раздел «**Тела**» для выбора формы заряженного тела, его размеров, положения и заряда. Внизу – раздел «**Гальванометр**» для измерения потенциала и координат точки поля.

Раздел «Тела».

- В работе предусмотрены пять видов заряженных тел, из которых вам нужны только три: точечный заряд, стержень и диск. Для того чтобы добавить тело

в область эксперимента, надо в разделе «**Тела**» нажать кнопку «**Добавить**», в результате чего раскрывается список тел. Для выбора тела надо нажать левую кнопку мыши. После этого тело автоматически помещается в центр области эксперимента, а его название появляется в окне раздела «**Тела**». На рисунке 2.1 в окне раздела «**Тела**» вы видите запись: **Тело 1 – Стержень**. Для удаления тела из области эксперимента рядом с кнопкой «**Добавить**» расположена кнопка «**Удалить**».

- Для задания величины заряда тела Q и его размера предусмотрены два окна с кнопками: «**Заряд**» и «**Размер**».
- Для перемещения тела из центра области эксперимента есть два окна с кнопками «**X:**» и «**Y:**». Они определяют координаты центра тела. В исходном состоянии тело располагается в центре области эксперимента, а числа в окошках «**X:**» и «**Y:**» – нули.

Тело можно перемещать и иначе – захватив его курсором при нажатой левой клавишей мыши.

Раздел «Гальванометр».

- Если курсор переместить в область эксперимента, то он приобретает форму маркера. Этот маркер является имитатором устройства, которое в реальной установке называется «электрический зонд», а в данной виртуальной установке – «щуп». Зонд соединяется электрическим проводником с гальванометром, который измеряет потенциал зонда. В данной установке раздел «**Гальванометр**» предназначен не только для измерения потенциала электрического поля в точке расположения щупа, но и для измерения координат щупа. Значение потенциала и координат высвечиваются в окнах «**Потенциал**», «**X:**» и «**Y:**».

3. Порядок работы

Нажмите кнопку «**Эксперимент**» и обратитесь к преподавателю для того, чтобы он выбрал для вас заряженное тело и его характеристики: заряд и размеры. Дальнейший ваш порядок действий зависит от выбранного заряженного тела.

А. Тело – точечный заряд

- 3.1. Заполните таблицу 1 «Условия экспериментов». Поле точечного заряда обладает центральной симметрией, так что нет смысла исследовать поле со всех сторон от заряда. Поэтому переместите заряд поближе к нижнему левому углу области эксперимента, это позволит значительно увеличить область исследований. Запишите значения x -координаты и y -координаты заряда в таблицу 1.

Таблица 1

Условия экспериментов

Тело	Точечный заряд		
Заряд	Q	пКл	
x -координата заряда	x_0	см	
y -координата заряда	y_0	см	
Постоянная в законе Кулона	k	$\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$	
Погрешности прямых измерений	$\Delta(x_0) = \Delta(y_0)$	см	
	$\Delta(x) = \Delta(y)$	см	
	$\Delta(\varphi)$	мВ	

- 3.2. Установите щуп на расстоянии примерно 1 см от заряда и запишите в таблицу 2 показания в окнах гальванометра: потенциал φ и координаты щупа x и y .

Таблица 2

Зависимость потенциала точечного заряда от координат точки наблюдения

Номер точки	x	y	φ	r	$t = \frac{1}{r}$	$\Delta(t)$	$\Delta(\varphi)$
	см	см	мВ	см	см^{-1}	см^{-1}	мВ
1							
2							
...							
...							
15							

- 3.3. Прodelайте пункт 3.2 ещё 14 раз – каждый раз немного удаляя щуп от заряда. Шаг изменения расстояния щупа от заряда постепенно увеличивайте от примерно одной клеточки вначале до трёх – четырёх клеточек в конце.
- 3.4. Заполните остальные столбцы таблицы 2. Расстояние r от заряда до точки наблюдения следует определять по формуле: $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$.
- 3.5. Используя данные таблицы 2, постройте график зависимости между потенциалом φ и вспомогательной величиной t . Не забудьте нанести на график планки погрешностей.
- 3.6. Нанесите на график линию тренда и убедитесь, что она проходит по всем экспериментальным точкам и через начало координат. Если это получилось, то ваш эксперимент подтвердил теоретическую зависимость потенциала от координат (1.7) $\varphi(x) = \frac{kQ}{r}$. Отметьте данный факт в своём отчёте.
- 3.7. Измерьте параметр m прямо пропорциональной зависимости $\varphi(t)$ и связанный с ним заряд кольца Q . При этом используйте таблицу 3. Значение m и его абсолютную погрешность вы узнаете с помощью функции ЛИНЕЙН. Для определения Q используйте формулу (1.9) $Q = \frac{m}{k}$. Обратите внимание на то, в каких единицах вам надо определить Q .
- 3.8. Запишите результат измерения заряда кольца в стандартной форме:

$$Q = (\dots \pm \dots) \text{ пКл}, \quad \varepsilon(Q) = \dots \%$$

Прокомментируйте этот результат.

3.9. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

Б. Тело – тонкий диск

- 3.1. Электрическое поле диска симметрично относительно плоскости диска, так что в экспериментах достаточно исследовать поле только с одной стороны диска – например, справа. Поэтому переместите диск из центра области эксперимента в левую часть – поближе к краю, в результате область исследования увеличится вдвое. Поле диска предлагается исследовать только вдоль его оси, перпендикулярной диску. Эта ось параллельна оси OX , и можно сделать так, чтобы они вообще совпадали. Для этого установите y -координату диска *равной нулю*. Значение обеих координат диска запишите в таблицу 1.

Таблица 1

Условия экспериментов

Тело	Диск (круглая пластина)		
Заряд	Q	пКл	
Диаметр диска	D	см	
x -координата диска	x_0	см	
y -координата диска	y_0	см	
Постоянная в законе Кулона	k	$\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$	
Погрешности прямых измерений	$\Delta(x_0)$	см	
	$\Delta(x)$	см	
	$\Delta(\varphi)$	мВ	

- 3.2. Установите щуп на оси OX примерно на расстоянии 1 см от диска (при этом y -координата щупа должна быть равна 0), а затем запишите в таблицу 2 показания гальванометра: потенциал φ и x -координату щупа.

Таблица 2

Зависимость потенциала диска на оси OX от координаты x

Номер точки	x	φ	$\Delta x = x - x_0$	$u = \frac{\Delta x}{R}$	$t = \frac{1}{\sqrt{u^2 + 1}} - u$	$\Delta(t)$	$\Delta(\varphi)$
	см	мВ	см				мВ
1							
2							
...							
...							
15							

- 3.3. Прodelайте пункт 3.2 ещё 14 раз – каждый раз немного удаляя щуп от диска. Шаг изменения расстояния щупа от диска постепенно увеличивайте от примерно одной клеточки вначале до трёх – четырёх клеточек в конце.
- 3.4. Заполните остальные столбцы таблицы 2. Имейте в виду: так как x -координата диска не равна 0, то проверяемая теоретическая зависимость потенциала диска φ

от координаты x (1.11) несколько изменяется: вместо $|x|$ в ней надо писать $\Delta x = (x - x_0)$. Поэтому

$$\varphi(x) = \frac{2k_0 Q}{R^2} \left(\sqrt{(\Delta x)^2 + R^2} - \Delta x \right). \quad (1.11a)$$

- 3.5. Используя данные таблицы 2, постройте график зависимости между потенциалом φ и вспомогательной величиной t . Не забудьте нанести на график планки погрешностей.
- 3.6. Нанесите на график линию тренда и убедитесь, что она проходит по всем экспериментальным точкам и через начало координат. Если именно так и получилось, то ваш эксперимент подтвердил теоретическую зависимость потенциала от координат (1.11a). Отметьте этот факт в своём отчёте.
- 3.7. Измерьте параметр m прямо пропорциональной зависимости $\varphi(t)$ и связанный с ним заряд кольца Q . При этом используйте таблицу 3. Значение m и его абсолютную погрешность вы узнаете с помощью функции ЛИНЕЙН. Для определения Q используйте формулу (1.13) $Q = \frac{mR}{2k}$. Обратите внимание на то, *в каких единицах* вам надо определить Q .

Таблица 3

Заряд кольца

Величина	m	Q
Размерность	мВ	пКл
Значение		
Абс. погрешность		
Относ. погрешность		

- 3.8. Запишите результат измерения заряда кольца в стандартной форме:

$$Q = (\dots \pm \dots) \text{ пКл}, \quad \varepsilon(Q) = \dots \%$$

Прокомментируйте этот результат.

- 3.9. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

В. Тело – тонкий стержень

- 3.1. Электрическое поле стержня симметрично относительно его вертикальной оси, так что в экспериментах достаточно исследовать поле только с одной стороны стержня – например, справа. Поэтому переместите стержень в левую часть области эксперимента – поближе к краю, в результате область исследования увеличится вдвое. Поле стержня предлагается исследовать вдоль линии, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр. В области эксперимента эта линия параллельна оси OX и может вообще совпадать с осью OX , если установить u -координату стержня *равной нулю*. Сделайте это, а затем значения обеих координат стержня запишите в таблицу 1.

Таблица 1

Условия экспериментов

Тело	Стержень		
Заряд	Q	пКл	
Длина стержня	ℓ	см	
x -координата стержня	x_0	см	
y -координата стержня	y_0	см	
Постоянная в законе Кулона	k	$\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$	
Погрешности прямых измерений	$\Delta(x_0)$	см	
	$\Delta(x)$	см	
	$\Delta(\varphi)$	мВ	

- 3.2. Установите щуп на оси OX примерно на расстоянии 1 см от стержня (при этом y -координата щупа должна быть равна 0), а затем запишите в таблицу 2 показания гальванометра: потенциал φ и x -координату щупа.

Таблица 2

Зависимость потенциала стержня на оси OX от координаты x

Номер точки	x	φ	$u = \frac{2\Delta x}{R}$	$t = \ln \frac{v+1}{v-1}$	$v = \sqrt{1+u^2}$	$\Delta(t)$	$\Delta(\varphi)$
	см	мВ					мВ
1							
2							
...							
...							
15							

- 3.3. Прodelайте пункт 3.2 ещё 14 раз – каждый раз немного удаляя щуп от стержня. Шаг изменения расстояния щупа от стержня постепенно увеличивайте от примерно одной клеточки вначале до трёх – четырёх клеточек в конце.
- 3.4. Заполните остальные столбцы таблицы 2. Имейте в виду: так как x -координата стержня не равна 0, то в проверяемой теоретической зависимости потенциала диска φ от координаты x (1.14) величина u равна не $\frac{2x}{\ell}$, а $\frac{2\Delta x}{\ell} = \frac{2(x-x_0)}{\ell}$.
- 3.5. Используя данные таблицы 2, постройте график зависимости между потенциалом φ и вспомогательной величиной t . Не забудьте нанести на график планки погрешностей.
- 3.6. Нанесите на график линию тренда и убедитесь, что она проходит по всем экспериментальным точкам и через начало координат. Если именно так и получилось, то ваш эксперимент подтвердил теоретическую зависимость потенциала от координат (1.14). Отметьте это в своём отчёте.
- 3.7. Измерьте параметр m прямо пропорциональной зависимости $\varphi(t)$ и связанный с ним заряд кольца Q . При этом используйте таблицу 3. Значение m и его абсолютную погрешность вы узнаете с помощью функции ЛИНЕЙН. Для определения Q

используйте формулу (1.16) $Q = \frac{m\ell}{k}$. Обратите внимание на то, в каких единицах вам надо определить Q .

Таблица 3

Заряд кольца

Величина	m	Q
Размерность	мВ	пКл
Значение		
Абс. погрешность		
Относ. погрешность		

3.8. Запишите результат измерения заряда кольца в стандартной форме:

$$Q = (\dots \pm \dots) \text{ пКл}, \quad \varepsilon(Q) = \dots \%$$

Прокомментируйте этот результат.

3.9. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

4. Оценка погрешностей измерений

4.1. Погрешности прямых измерений.

Прямым способом в данной лабораторной работе измеряются потенциал φ , координаты заряда x_0 , y_0 и координаты точки наблюдения (щупа) x , y .

Значение *потенциала* высвечивается в окне «**Потенциал**» с точностью до сотых долей мВ, следовательно, $\Delta(\varphi) = 0,01 \text{ мВ}$.

Значения координат x_0, y_0, x, y высвечиваются в окнах «**Положение тела:**» и «**Положение щупа:**» с точностью до сотых долей см, следовательно, $\Delta(x_0) = \Delta(y_0) = \Delta(x) = \Delta(y) = 0,01 \text{ см}$.

4.2. Погрешности заданных величин.

Этих величин три: заряд тела Q , размер тела, который обозначается (D или ℓ), и постоянная в законе Кулона k .

Погрешность размера тела. В окне «**Диаметр**» или «**Длина**» диаметр пластинки D и длина стержня ℓ указаны с точностью до сотых долей см. Поэтому $\Delta(D) = \Delta(\ell) = 0,01 \text{ см}$.

Значение постоянной в законе Кулона k узнайте в справочнике или в Интернете с точностью, не менее 4 значащих цифр, тогда её погрешностью можно пренебречь.

4.3. Погрешность измерения вспомогательной величины $t = \frac{1}{r}$.

Эта величина используется, если тело – точечный заряд. Из формулы следует, что $\varepsilon(t) = \varepsilon(r)$. Для измерения расстояния r используется формула

$$r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}. \quad (4.1)$$

По общему правилу $\Delta(r) = \Delta_1(r) + \Delta_2(r)$, где $\Delta_1(r)$ и $\Delta_2(r)$ – это частные погрешности. Так как все координаты (как тела, так и щупа) измеряются с одной и

той же точностью, то погрешности измерения величин Δx и Δy одинаковы и равны

$$\Delta(\Delta x) = \Delta(x - x_0) = \Delta(x) + \Delta(x_0) = 2\Delta(x).$$

Кроме того, величины Δx и Δy входят в формулу (4.1) совершенно симметрично, поэтому частные погрешности $\Delta_1(r)$ и $\Delta_2(r)$ одинаковы, так что $\Delta(r) = 2\Delta_1(r)$. Оценим частную погрешность $\Delta_1(r)$.

$$\Delta_1(r) = \left| \frac{\partial r}{\partial(\Delta x)} \right| \Delta(\Delta x).$$

$$\frac{\partial r}{\partial(\Delta x)} = \frac{1}{2\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}} = \frac{1}{2r}, \quad \Delta_1(r) = \frac{1}{2r} 2\Delta(x) = \frac{\Delta(x)}{r}.$$

Таким образом,

$$\Delta(r) = 2\Delta_1(r) = \frac{2\Delta(x)}{r}.$$

4.4. Погрешности измерения вспомогательных величин $u = \frac{\Delta x}{R}$ и $t = (\sqrt{u^2 + 1} - u)$.

Эти величины используются, если тело – диск.

$$\varepsilon(u) = \varepsilon(\Delta x) + \varepsilon(R) = \frac{2\Delta(x)}{\Delta x} + \varepsilon(D), \quad \Delta(u) = u\varepsilon(u).$$

$$\Delta(t) = \left| \frac{dt}{du} \right| \Delta(u) = \left(1 - \frac{u}{\sqrt{u^2 + 1}} \right) \Delta(u).$$

4.5. Погрешности измерения вспомогательных величин $u = \frac{2\Delta x}{b}$, $v = \sqrt{1 + u^2}$ и $t = \ln \frac{v+1}{v-1}$. Эти величины используются, если тело – стержень. Из формул следует:

$$\varepsilon(u) = \varepsilon(\Delta x) + \varepsilon(b) = \frac{\Delta(x)}{|x|} + \frac{\Delta(b)}{b}, \quad \Delta(u) = u\varepsilon(u).$$

$$\Delta(v) = \left| \frac{dv}{du} \right| \Delta(u) = \frac{1}{2\sqrt{1+u^2}} 2u\Delta(u) = \frac{u}{v} \Delta(u).$$

$$\Delta(t) = \left| \frac{dt}{dv} \right| \Delta(v) = \left| \frac{v-1}{v+1} \frac{(v-1)-(v+1)}{(v-1)^2} \right| \Delta(u) = \frac{2}{v^2-1} \Delta(u) = \frac{2}{u^2} \Delta(u).$$

4.6. Погрешность измерения заряда тела Q . Для измерения заряда используются формулы, зависящие от формы заряженного тела.

Если заряд – точечный, то $Q = \frac{m}{k}$. Так как погрешность постоянной k считается равной нулю, то

$$\varepsilon(Q) = \varepsilon(m), \quad \Delta(Q) = Q\varepsilon(Q).$$

Если заряд – круглая пластина, то $Q = \frac{mR}{2k}$. В этом случае

$$\varepsilon(Q) = \varepsilon(m) + \varepsilon(R) = \varepsilon(m) + \varepsilon(D), \quad \Delta(Q) = Q\varepsilon(Q).$$

Если заряд – стержень, то $Q = \frac{m\ell}{k}$. Тогда

$$\varepsilon(Q) = \varepsilon(m) + \varepsilon(\ell), \quad \Delta(Q) = Q\varepsilon(Q).$$

5. Контрольные вопросы

- 5.1. Что такое электростатическое поле?
- 5.2. Что такое напряжённость электрического поля?
- 5.3. Что такое линии напряжённости?
- 5.4. Что такое потенциал электрического поля?
- 5.5. В чем заключается принцип суперпозиции электрических полей?
- 5.6. Как связаны друг с другом потенциал и напряжённость электрического поля?
- 5.7. Какая связь между распределением электрического потенциала и направлением линий напряжённости электрического поля?
- 5.8. В чём состоит основная задача электростатики?
- 5.9. Какие способы используются для расчёта электрических полей?
- 5.10. Какие заряженные тела используются при проведении экспериментов в данной лабораторной работе?
- 5.11. Запишите формулы, определяющие значение потенциала в разных точках пространства для всех трёх форм заряженных тел, используемых в данной лабораторной работе.
- 5.12. С какой целью вам предлагается измерить заряд тела, используемого в данной лабораторной работе?
- 5.13. Для чего предназначен гальванометр, используемый в данной лабораторной работе?
- 5.14. Что такое «электрический зонд»?

6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 6.1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. – М.: Наука, 1977–1985.
- 6.2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Наука, 1989.
- 6.3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2003.
- 6.4. Ревинская О.Г., Кравченко Н.С. Лабораторный практикум по изучению моделей физических процессов на компьютере. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007.
- 6.5. Рипп А.Г. Обработка измерений: метод. пособие. – Севастополь: СНУЯЭП, 2012.

**Рипп Александр Гешелевич
Довгаленко Владимир Васильевич**

Потенциал электростатического поля

Учебное пособие по общей физике

В авторской редакции

Изд. № 57/18. Объём: 1,5 п. л.

РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»