

УДК 621.372.8

В.В. Саламатин, доцент, канд. техн. наук; Г.А. Лукьянчук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: rt.sevgtu@stel.sebastopol.ua

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В РЕЗОНАТОРЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

Представлены результаты исследований резонатора бегущей волны. Определены длительности нарастания и спада мощности в резонансном кольце, а также значения мощности после заданного числа проходов волны по кольцу.

Объемный резонатор бегущей волны представляет собой направляющую систему, свёрнутую в кольцо. Возбуждение кольцевого резонатора осуществляется с помощью направленного ответвителя (НО), благодаря которому в резонаторе создаётся бегущая волна.

Резонаторы бегущей волны (РБВ) находят применение в следующих практических ситуациях: при построении направленных фильтров; при испытании волноводных элементов на больших мощностях волны в кольце, многократно превышающих мощность СВЧ генератора; при создании разделительных фильтров, состоящих из нескольких последовательно включённых кольцевых резонаторов [1]. Потенциальные возможности РБВ на этом далеко не исчерпываются. Предложен ряд оригинальных применений резонатора бегущей волны, которые требуют более детального знания переходных процессов, происходящих в РБВ.

Целью исследований является определение зависимостей, описывающих переходные процессы в РБВ, в частности, определение времени нарастания мощности в кольце до установившегося значения и времени спада при отключении генератора, а также закономерности изменения мощности в переходной период.

В статье [2] приведён анализ частотных характеристик, переходного ослабления между каналами и затухания волны в РБВ со щелевыми отверстиями связи. Однако вопросы, связанные с переходными процессами в РБВ, остались нерешёнными.

Установившееся значение мощности в кольце можно определить путём графоаналитического анализа РБВ с идеализированными электродинамическими параметрами. На рисунке 1 изображена схема РБВ. Плечо 1 направленного ответвителя подключено к генератору СВЧ, а плечо 2 – к нагрузке. Отводы 3 и 4 НО замкнуты в кольцо длиной L .

При построении ориентированного графа (рисунок 1,б) использованы следующие обозначения $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3, \dot{E}_4$ – комплексные нормированные амплитуды волн в плечах направленного ответвителя; $\dot{S}_{21}, \dot{S}_{31}, \dot{S}_{34}, \dot{S}_{24}$ – комплексные коэффициенты передач между соответствующими плечами; $\tau e^{i\varphi}$ – комплексный коэффициент передачи кольца; τ – модуль коэффициента передачи по напряжённости поля; φ – фаза коэффициента передачи.

Используя формулу Мезона, в соответствии с представленным графом, запишем выражения для амплитуд волн в третьем и втором плечах

$$\dot{E}_3 = \frac{\dot{S}_{31}\dot{E}_1}{1 - \dot{S}_{34}\tau e^{i\varphi}}; \quad (1)$$

$$\dot{E}_2 = \left(\dot{S}_{21} + \frac{\dot{S}_{31}\dot{S}_{24}\tau e^{i\varphi}}{1 - \dot{S}_{34}\tau e^{i\varphi}} \right) \dot{E}_1. \quad (2)$$

Коэффициенты передачи по напряжённости между основным каналом НО и кольцом

$$\dot{S}_{24} = \dot{S}_{31} = ik, \quad (3)$$

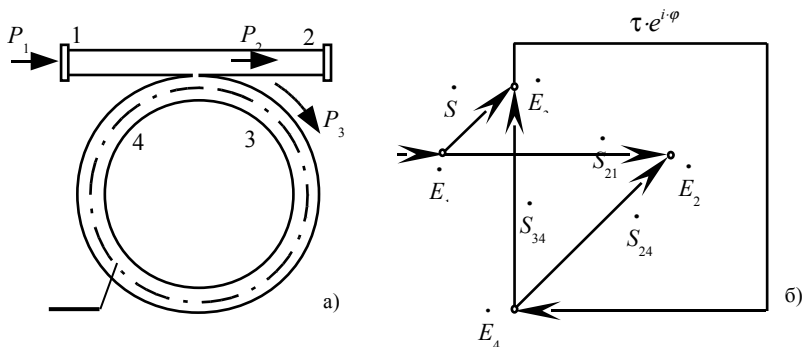


Рисунок 1 – Схема РБВ (а) и его ориентированный граф (б)

где i – указывает на то, что сигнал получает дополнительный фазовый сдвиг на 90° . Тогда коэффициенты передачи по мощности равны k^2 . Следовательно,

$$|\dot{S}_{21}| = |\dot{S}_{34}| = \sqrt{1 - k^2} . \quad (4)$$

Преобразуем (1) и (2) с учётом (3) и (4):

$$\dot{E}_3 = \frac{ik\dot{E}_1}{1 - \sqrt{1 - k^2}\tau e^{i\varphi}} ;$$

$$\dot{E}_2 = \left(\sqrt{1 - k^2} - \frac{k^2\tau e^{i\varphi}}{1 - \sqrt{1 - k^2}\tau e^{i\varphi}} \right) \dot{E}_1 = \frac{\sqrt{1 - k^2} - \tau e^{i\varphi}}{1 - \sqrt{1 - k^2} \cdot \tau e^{i\varphi}} \dot{E}_1 .$$

Мощность в третьем и втором плечах НО определяются квадратом модуля нормированных амплитуд $\dot{E}_3$ и $\dot{E}_2$:

$$P_3 = \frac{k^2 P_1}{1 - 2\tau\sqrt{1 - k^2} \cos\varphi + \tau^2(1 - k^2)} ;$$

$$P_2 = \left[\frac{(1 - k^2) - 2\tau\sqrt{1 - k^2} \cos\varphi + \tau^2}{1 - 2\tau\sqrt{1 - k^2} \cos\varphi + \tau^2(1 - k^2)} \right] P_1 .$$

Уровни мощностей P_3 и P_2 зависят от фазы φ коэффициента передачи кольца. Положим $\varphi = 2\pi n$, где $n = 1, 2, 3, \dots$, тогда $\cos\varphi = +1$. При этих значениях φ мощность в третьем плече будет максимальной:

$$P_3 = P_{3\max} = \frac{k^2 \cdot P_1}{(1 - \tau \cdot \sqrt{1 - k^2})^2} ; \quad (5)$$

а мощность во втором – минимальной:

$$P_2 = P_{2\min} = \frac{(\sqrt{1 - k^2} - \tau)^2 \cdot P_1}{(1 - \tau \cdot \sqrt{1 - k^2})^2} . \quad (6)$$

Фаза коэффициента передачи волноводного кольца определяется формулой $\varphi = 2\pi L/\lambda_g$, где λ_g – длина волны в волноводе: L – длина кольца по средней линии.

В случае, когда $\varphi = 2\pi L/\lambda_g = 2\pi n$, отношение длины кольца к длине волны:

$$\frac{L}{\lambda_g} = n .$$

Равенство является условием резонанса, при котором длина кольца кратна длине волны. При резонансе мощность в кольце достигает своего

максимального значения, а мощность P_2 , поступающая в плечо 2, является минимальной.

Если $\varphi = \pi l$ и n – нечетное число, то P_3 минимальна, а P_2 – максимальна, это соответствует условию антирезонанса.

Как следует из (6), $P_{2\min}$ достигает нулевого значения в случае, если $\sqrt{1 - k^2} = \tau$. Откуда найдём критическое значение:

$$k_{кр}^2 = 1 - \tau^2. \quad (7)$$

Подставляя $k = k_{кр}$ в (5), зависимость принимает вид

$$P_3 = P_{3\max\max} = \frac{P_1}{k_{кр}^2} = \frac{P_1}{1 - \tau^2}. \quad (8)$$

При критической связи мощность P_1 падающей волны поглощается в кольцо. Если модуль τ коэффициента передачи кольца близок к единице (потери в кольце малы), то мощность P_3 волны в кольце может на несколько порядков превышать мощность генератора P_1 . При этом волна, выходящая из плеча 2, состоит из двух равных, но противоположных по фазе составляющих (одна от генератора, другая от кольца), которые взаимно компенсируют друг друга. Бегущая волна, циркулирующая по кольцу, складывается с такой частью волны $\dot{E}_1$, которая компенсирует потери в кольце.

Для любого значения $k \neq k_{кр}$ мощность во втором плече $P_2 \neq 0$.

Из приведенного анализа невозможно определить время установления мощности в кольце P_3 (5) и значение мощности после m циклов, то есть t пробегов волны по кольцу, где $m = 1, 2$.

Длительность одного цикла $t_u = \frac{L}{V_\phi} = \frac{n}{f} = nT$, где V_ϕ – фазовая скорость волны; f – частота; T – период СВЧ колебания; n – число длин волн $\lambda_{вс}$, укладывающихся на длине кольца L .

Проследим за изменениями комплексных амплитуд поля $\dot{E}_3$ и $\dot{E}_2$ после очередного пробега волной кольца. Обозначим их $\dot{E}_{3m}$ и $\dot{E}_{2m}$. На интервале $0 < t < t_u$: $\dot{E}_3 = \dot{E}_{30} = ik\dot{E}_1$, а $\dot{E}_2 = \dot{E}_{20} = \sqrt{1 - k^2} \dot{E}_1$.

После первого пробега кольца ($m = 1$), значение амплитуды волны становится равной:

$$\dot{E}_{31} = ik\dot{E}_1 + \dot{E}_{30}\tau\sqrt{1 - k^2} \quad \text{или} \quad \dot{E}_{31} = ik\dot{E}_1 + ik\dot{E}_1\tau\sqrt{1 - k^2},$$

а амплитуда волны во втором плече:

$$\dot{E}_{21} = \sqrt{1 - k^2} \dot{E}_1 + ik\dot{E}_{30}\tau = \sqrt{1 - k^2} \dot{E}_1 - k^2\tau \dot{E}_1.$$

После окончания цикла ($m=2$) соотношения для амплитуд волн принимают вид:

$$\dot{E}_{32} = ik\dot{E}_1 + \dot{E}_{31}\tau\sqrt{1-k^2} = ik\dot{E}_1 + ik\dot{E}_1\tau\sqrt{1-k^2} + ik\dot{E}_1\tau^2\left(\sqrt{1-k^2}\right)^2,$$

$$\dot{E}_{22} = \sqrt{1-k^2}\dot{E}_1 + ik\tau\dot{E}_{31} = \sqrt{1-k^2}\dot{E}_1 - k^2\tau\dot{E}_1 - k^2\tau^2\sqrt{1-k^2}\dot{E}_1.$$

После третьего цикла:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{33} = ik\dot{E}_1 + \dot{E}_{32}\tau\sqrt{1-k^2} = ik\dot{E}_1 + ik\tau\sqrt{1-k^2}\dot{E}_1 + \\ + ik\tau^2\left(\sqrt{1-k^2}\right)^2\dot{E}_1 + ik\dot{E}_1\tau^3\left(\sqrt{1-k^2}\right)^3,\end{aligned}\quad (9)$$

$$\begin{aligned}\dot{E}_{23} = \sqrt{1-k^2}\dot{E}_1 + ik\tau\dot{E}_{32} = \sqrt{1-k^2}\dot{E}_1 - k^2\tau\dot{E}_1 - k^2\tau^2\sqrt{1-k^2}\dot{E}_1 - \\ - k^2\tau^3\left(\sqrt{1-k^2}\right)^2\dot{E}_1.\end{aligned}\quad (10)$$

Полученные значения для нормированных комплексных амплитуд позволяет сделать следующие выводы:

1) Выражение для амплитуды волны в третьем плече представляет собой геометрическую прогрессию. Как видно из (9), каждое последующее слагаемое (член прогрессии) получается из предыдущего умножением его на множитель (знаменатель прогрессии) q , равный

$$q = \tau \cdot \sqrt{1-k^2}. \quad (11)$$

Поскольку $q < 1$, геометрическая прогрессия является убывающей.

Для суммы S_m убывающей прогрессии удобно пользоваться формулой

$$S_m = \frac{a_1(1-q^m)}{1-q}, \quad (12)$$

где $a_1 = ik\dot{E}_1$ – первый член прогрессии. Заменяя S_m на $\dot{E}_{3m}$:

$$\dot{E}_{3m} = \frac{ik\dot{E}_1\left[1 - \left(\tau\sqrt{1-k^2}\right)^m\right]}{1 - \tau\sqrt{1-k^2}}. \quad (13)$$

Если число членов убывающей геометрической прогрессии m бесконечно растет, то q^m стремится к 0, и выражение (13) имеет вид

$$\dot{E}_{3\infty} = \frac{ik\dot{E}_1}{1 - \tau\sqrt{1-k^2}}.$$

При m , стремящемся к ∞ , мощность в кольце определяется квадратом модуля $\dot{E}_{3\infty}$:

$$P_{3\infty} = \frac{k^2 P_1}{\left(1 - \tau \sqrt{1 - k^2}\right)^2},$$

что соответствует выражению (5).

Мощность в кольце при конечном значении m находим как квадрат модуля $\dot{E}_{3m}$ (13):

$$P_{3m} = \frac{k^2 P_1 \left[1 - \left(\tau \sqrt{1 - k^2} \right)^m \right]^2}{\left(1 - \tau \sqrt{1 - k^2} \right)^2}. \quad (14)$$

Мощность в кольце, равная P_{3m} , достигается за время

$$t_m = mnT, \quad (15)$$

где nT – длительность одного оборота, а mnT – длительность m оборотов волны.

Величина отношение δ_m мощности P_{3m} к установившемуся значению $P_{3\max}$ равно

$$\delta_m = \frac{P_{3m}}{P_{3\max}} = \left[1 - \left(\tau \sqrt{1 - k^2} \right)^m \right]^2, \quad (16)$$

Задаваясь значением δ_m , например $\delta_m = 0,99$, и зная величину знаменателя прогрессии $\tau \sqrt{1 - k^2}$, можем определить число m . Затем, округлив его до целого значения, можем найти время t_m по формуле (15) и уточнить величину δ_m для найденного целого числа m . Таким образом, можно определить время нарастания мощности в кольце до требуемого значения δ_m .

2) Выражения для амплитуд поля $\dot{E}_{2m}$ во втором плече указывают на их уменьшение с каждым очередным пробегом волны по кольцу, так как отвечаемая волна противофазна волне генератора.

Анализ выражения (10) показывает, что его слагаемые, начиная со второго, также представляют собой убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем q , также равным $\tau \sqrt{1 - k^2}$.

Сумма этой прогрессии $\dot{E}_{cm}$ при $m \rightarrow \infty$ равна

$$\dot{E}_{c\infty} = \frac{k^2 \tau \dot{E}_1}{1 - \tau \sqrt{1 - k^2}}. \quad (17)$$

Выражение для $\dot{E}_{2\infty}$, учитывая (10), будет иметь вид

$$\dot{E}_{2\infty} = \sqrt{1 - k^2} \dot{E}_1 - \dot{E}_{c\infty}.$$

Подставляя $\dot{E}_{c\infty}$ из (17), получаем

$$\dot{E}_{2\infty} = \sqrt{1-k^2} \dot{E}_1 - \frac{k^2 \tau \dot{E}_1}{1-\tau \sqrt{1-k^2}}.$$

После преобразования

$$\dot{E}_{2\infty} = \frac{(\sqrt{1-k^2} - \tau) \cdot \dot{E}_1}{1-\tau \cdot \sqrt{1-k^2}}. \quad (18)$$

Это выражение соответствует ранее полученному, если учесть, что $\varphi = 2\pi n$.

Мощность во втором плече (при $m \rightarrow \infty$), учитывая (18), определяется выражением

$$P_{2\infty} = P_{2\min} = \frac{(\sqrt{1-k^2} - \tau)^2 \cdot P_1}{(1-\tau \sqrt{1-k^2})^2}. \quad (19)$$

Выражение (19) такое же, как выражение, полученное графоаналитическим методом.

Для конечного числа пробегов m сумма прогрессии $\dot{E}_{cm}$ определяется формулой

$$\dot{E}_{cm} = k^2 \tau \dot{E}_1 - \frac{\left[1 - (\tau \sqrt{1-k^2})^m\right]}{1-\tau \sqrt{1-k^2}}, \quad (20)$$

а амплитуда волны $\dot{E}_{2m}$

$$\dot{E}_{2m} = \sqrt{1-k^2} \cdot \dot{E}_1 \cdot \frac{k^2 \tau \dot{E}_1 \cdot \left[1 - (\tau \sqrt{1-k^2})^m\right]}{1-\tau \sqrt{1-k^2}}.$$

После преобразования находим:

$$\dot{E}_{2m} = \frac{\sqrt{1-k^2} - \tau + k^2 \cdot \tau^{m+1} \cdot (\sqrt{1-k^2})^m}{1-\tau \sqrt{1-k^2}} \cdot \dot{E}_1.$$

Мощность во втором плече после m пробегов волны по кольцу равна

$$\dot{P}_{2m} = \left(\frac{\sqrt{1-k^2} - \tau + k^2 \cdot \tau^{m+1} \cdot (\sqrt{1-k^2})^m}{1-\tau \sqrt{1-k^2}} \right)^2 \cdot \dot{P}_1. \quad (21)$$

Задаваясь величиной соотношения

$$\gamma_m = \frac{\dot{P}_{2m}}{\dot{P}_1} = \left(\frac{\sqrt{1-k^2} \cdot \tau + k^2 \cdot \tau^{m+1} \cdot (\sqrt{1-k^2})^m}{1 - \tau \cdot \sqrt{1-k^2}} \right)^2, \quad (22)$$

например, $\gamma_m = 0,01$ можно рассчитать величину m и определить время t_m переходного процесса.

Сравнение выражений (22) и (16) приводит к выводу, что для определения времени t_m целесообразно использовать выражение (16), как более простое.

При условии критической связи выражения для δ_m и γ_m приобретают вид:

$$\delta_m = \left[1 - (1 - k_{кр}^2)^m \right]^2; \quad (23)$$

$$\gamma_m = \frac{k_{кр}^4 \left(\sqrt{1 - k_{кр}^2} \right)^{2(m+1)} \cdot \left(\sqrt{1 - k_{кр}^2} \right)^{2m}}{(1 - 1 + k_{кр}^2)^2} = \frac{k_{кр}^4 \left(\sqrt{1 - k_{кр}^2} \right)^{4m+2}}{(k_{кр}^2)^2} = \left(\sqrt{1 - k_{кр}^2} \right)^{4m+2}. \quad (24)$$

В этом случае расчет m и t_m можно осуществить, используя либо формулу (23), либо (24).

Далее рассчитываем время спада мощности в кольце при отключении СВЧ генератора. Обозначаем спадающую напряженность поля в кольце $\dot{E}_{30m}$. Мощность будет уменьшаться как из-за потерь в волноводе, так и за счет ответвления во второе плечо НО.

В первый момент после отключения генератора амплитуда волны $\dot{E}_{300} = \dot{E}_{3\infty} = i \cdot k \cdot \dot{E}_1 / (1 - \tau \cdot \sqrt{1 - k^2})$ максимальна. Далее с каждым пробегом по кольцу величина амплитуды уменьшается. После первого пробега амплитуда волны становится равной $\dot{E}_{301} = \dot{E}_{300} \cdot \tau \cdot \sqrt{1 - k^2}$, после второго $-\dot{E}_{302} = \dot{E}_{301} \cdot \tau \cdot \sqrt{1 - k^2} = \dot{E}_{300} \cdot \tau^2 \cdot (1 - k^2)$ и т.д. Такая последовательность значений амплитуды волны представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \tau \cdot \sqrt{1 - k^2}$. После m пробегов величина амплитуды волны становится равной $\dot{E}_{30m} = \dot{E}_{300} \cdot q^{m-1}$:

$$\dot{E}_{30m} = \frac{i \cdot k \left(\tau \cdot \sqrt{1 - k^2} \right)^{m-1} \cdot \dot{E}_1}{1 - \tau \cdot \sqrt{1 - k^2}},$$

а мощность волны

$$P_{30m} = \frac{k^2 \cdot \left(\tau \cdot \sqrt{1 - k^2} \right)^{2m-2} \cdot P_1}{\left(1 - \tau \cdot \sqrt{1 - k^2} \right)^2} . \quad (25)$$

Величина отношения σ_m этой мощности к максимальной (5) равна $\sigma_m = P_{30m}/P_{3\max}$. Подставляя (5) в формулу (25) получаем

$$\sigma_m = \left(\tau \cdot \sqrt{1 - k^2} \right)^{2m-2} .$$

Задаваясь значением, например $\sigma_m = 0,01$, можем определить m и считать длительность спада мощности в кольце $t_m = m \cdot n \cdot T$ до значения, равного $\sigma_m \cdot P_{3\max}$.

Для критической связи формула

$$\sigma_m = \left(1 - k_{kp}^2 \right)^{2m-2} . \quad (26)$$

На рисунке 2 изображены графики, описывающие переходные процессы в резонаторе бегущей волны в соответствии с (16) и (26).

Представленные зависимости рассчитаны для длины кольцевого резонатора $L = 15\lambda$ и коэффициента затухания в кольце $\tau = 0,99$.

Длительность нарастания t_n значения δ_m до уровня 0,99 составляет $871 \cdot 10^{-9}$ с, что соответствует 540 пробегам m_n волны по кольцу. Длительность спада t_c значения σ_m до уровня 0,01 значительно короче и составляет $374 \cdot 10^{-9}$ с или 228 пробегов m_c волны в кольцевом резонаторе.

Проведенное исследование позволяет более детально изучить процессы в РВБ с помощью аналитических зависимостей, описывающих максимальную мощность в кольце, длительности переходных процессов, характер изменения мощности в кольце как функцию времени накопления.

Полученные зависимости характеризуют РВБ как устройство, способное за доли микросекунды накапливать мощность волны в кольце, в десят-

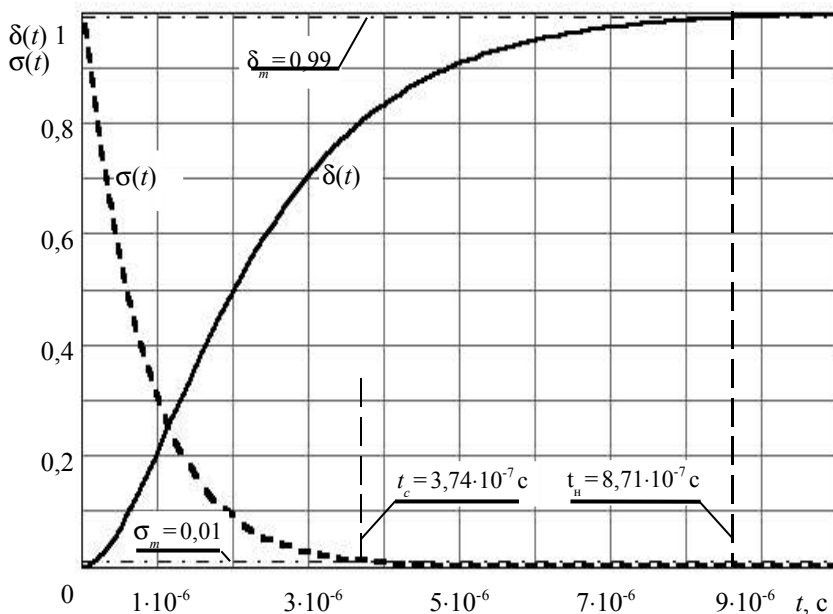


Рисунок 2 – Временные функции нарастания отношения δ_m

и спада отношения σ_m .

ки раз превышающую мощность СВЧ генератора.

На основе выполненного анализа рассчитаны характеристики ряда СВЧ устройств, в частности, резонансного преобразователя микроволнового излучения в импульсное излучение большой мощности.

Библиографический список

1. Семёнов Н.А. Техническая электродинамика / Н.А.Семенов. — М.: Связь, 1973. — 480 с.
2. Саламатин В.В. Малогабаритный резонатор бегущей волны с щелевыми элементами связи / В.В. Саламатин, Г.А. Лукьянчук // Материалы 12-й Междунар. конф. «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии». — Севастополь, 2002. — С. 405–406.

3. Силаев М.А. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств / М.А. - Силаев, С.С.Брянцев. — М.: Сов. радио, 1970. — 248 с.

Поступила в редакцию 9.04.2003 г.