

УДК 62-503.001.24

Л.Н. Канов, доц., канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

ПРИМЕНЕНИЕ СХЕМНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА КОМПЛЕКСНЫХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Предложен метод построения схемных моделей нелинейных электрических цепей переменного тока. Исследованы комплексные частотные характеристики и устойчивость режимов переменного тока последовательного феррорезонансного контура.

Комплексные частотные характеристики (КЧХ) являются основой анализа линейных электрических цепей в установившемся режиме синусоидального тока, а также при исследовании устойчивости и качества переходных процессов. При выполнении условий применимости метода гармонической линеаризации [1] КЧХ могут использоваться для аналогичного анализа нелинейных цепей. Так в [2] на основе систем нелинейных алгебраических уравнений исследованы вынужденные колебания в цепях с нелинейностями, аппроксимируемыми полиномиальными функциями. Существенным препятствием использования КЧХ является невозможность получения в общем виде их аналитических выражений даже для линейных цепей. Эти трудности усугубляются при исследовании нелинейных цепей. Предлагается использовать для получения КЧХ метод схемного моделирования, суть которого состоит в построении схемных моделей электрических цепей и их численного исследования.

Схемные модели линейных элементов: сопротивлений, индуктивностей и емкостей могут быть получены на основании закона Ома и состоят из пар частотно-зависимых положительных и отрицательных сопротивлений и проводимостей, а также частотно-зависимых управляемых источников напряжения и тока [3]. Например, для комплексного сопротивления и проводимости закон Ома имеет следующий вид

$$(I' + jI'')(R + jX) = U' - jU''; \quad (U' + jU'')(g + jb) = I' + jI'',$$

где I', U' – вещественные части токов и напряжений; I'', U'' – мнимые части; R, X, g, b – активные и реактивные сопротивления и проводимости.

Отделяя вещественные и мнимые части, получаем четыре уравнения, описывающие комплексное сопротивление и проводимость:

$$RI' - XI'' = U'; \quad RI'' + XI' = U''; \quad gU' - bU'' = I'; \quad gU'' + bU' = I''. \quad (1)$$

Для резистора $X=0$, $b=0$ и на основании уравнений (1) получаем четыре схемные модели, показанные на рисунке 1,а. Для индуктивности

$$R = 0; \quad g = 0; \quad X = \omega L; \quad b = -\frac{1}{\omega L},$$

и на основании уравнений (1) получаем четыре схемные модели, изображенные на рисунке 1,б. Аналогично для емкости получаем

$$R = 0; \quad g = 0; \quad X = -\frac{1}{\omega C}; \quad b = \omega C,$$

и схемные модели – на рисунке 1,в. Как следует из рисунка 1, схемные модели содержат источники постоянного тока и напряжения, управляемые вещественными и мнимыми частями комплексных токов и напряжений, а также частотой. Отрицательные и положительные сопротивления также являются линейными и нелинейными функциями частоты.

Схемные модели нелинейных элементов строятся на основании их вольт-амперных характеристик (ВАХ), имеют аналогичную структуру и со-

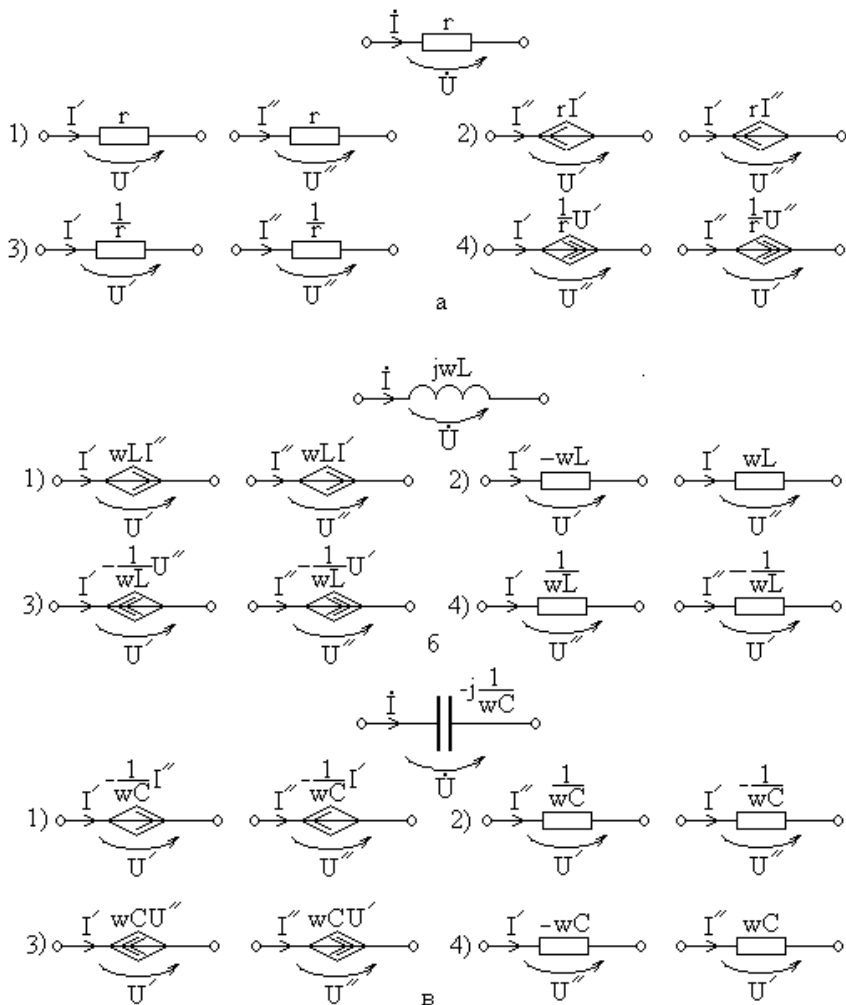


Рисунок 1 – Схемные модели линейных элементов для анализа частотных характеристик: а - сопротивление; б - индуктивность

держат пары нелинейных, частотно-зависимых положительных и отрицательных сопротивлений и проводимостей, а также нелинейных источников тока и напряжения, управляемых вещественными и мнимыми частями комплексных напряжений и токов и частотой. На рисунке 2 изображена нелинейная индуктивность, вебер-амперная характеристика которой аппроксимирована полиномом третьей степени $i = a_1\phi + a_3\phi^3$. На основании метода гармонической линеаризации [1] ее ВАХ может быть представлена так-

же полиномом третьей степени, коэффициенты которого зависят от частоты

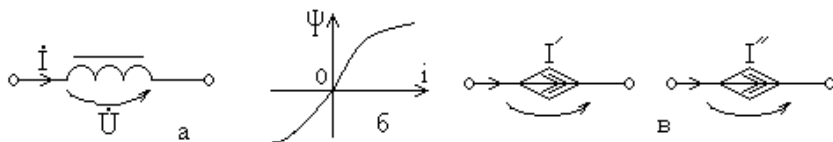


Рисунок 2 – Индуктивность а) с нелинейной вебер-амперной характеристикой б) и ее схемная модель в)

ты

$$I = a_1 \frac{U}{\omega} + \frac{3}{2} a_3 \left(\frac{U}{\omega} \right)^3; \quad U = \sqrt{(U')^2 + (U'')^2}. \quad (2)$$

Отделяя вещественные и мнимые части, получаем:

$$I' = U'' \left(\frac{a_1}{\omega} + \frac{3}{2} a_3 \frac{U^2}{\omega^3} \right); \quad I'' = -U' \left(\frac{a_1}{\omega} + \frac{3}{2} a_3 \frac{U^2}{\omega^3} \right).$$

Построенные таким образом схемные модели представляют собой нелинейные цепи, в которых частота имеет смысл переменного параметра, линейно увеличивающегося во времени. Подобные цепи могут рассчитываться с помощью любого, достаточно развитого программного обеспечения, позволяющего имитировать линейные и нелинейные элементы и управляемые источники.

В качестве примера рассмотрим частотные характеристики последовательного феррорезонансного контура с нелинейной индуктивностью (2), показанной на рисунке 2. Схемная модель контура представляет собой три нелинейные цепи постоянного тока, связанные между собой управляемыми источниками. Две части цепи отражают вещественные и мнимые части токов и напряжений, а третья имитирует линейно возрастающую частоту $\omega = kt$. Значения параметров контура в относительных единицах приняты следующими: $E = 0,2$; $r = 0,05$; $a_1 = 0,5$; $a_3 = 1,5$; $C = 4,53$.

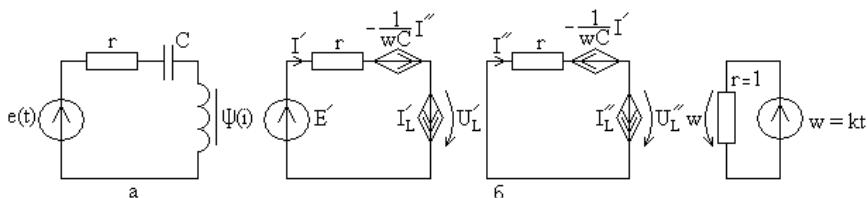


Рисунок 3 – Феррорезонансный контур а) и его схемная модель б)

Расчет этой модели показывает, что амплитудно-частотная характеристика тока теряет симметрию, присущую линейной цепи, и при достаточной добротности контура отклоняется в область высоких частот (рисунок

4,а). Интересно отметить, что годограф тока тем не менее представляет окружность (рисунок 4, б). Деформация амплитудно-частотной характерис-

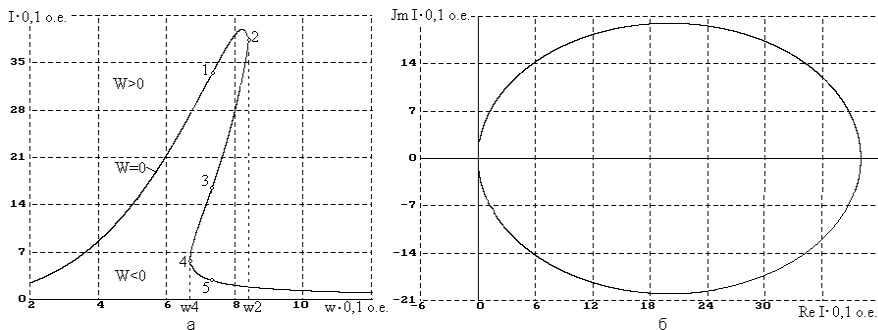


Рисунок 4 – Частотные характеристики феррорезонансного контура: а - амплитудно-частотная характеристика; б - годограф

тики объясняется увеличением резонансной частоты при уменьшении индуктивности с ростом тока. Таким образом, в диапазоне частот от ω_2 до ω_4 возникает область неоднозначности тока, и поэтому здесь необходимо исследовать устойчивость режима цепи.

Задачу исследования устойчивости можно решить с применением функции невязки [4], представляющей неявное задание амплитудно-частотной характеристики $W = (rI^2 + (U_L - Ix_C)^2 - E^2)$, и равной нулю на графике характеристики. Дифференцируя невязку по частоте, получаем $\frac{dW}{d\omega} = 0 = \frac{\partial W}{\partial \omega} + \frac{\partial W}{\partial I} \frac{dI}{d\omega}$, откуда

$$\frac{\partial W}{\partial I} = - \frac{\frac{\partial W}{\partial \omega}}{\frac{dI}{d\omega}}. \quad (3)$$

В точке 3 на характеристике $\frac{dI}{d\omega} > 0$. В части плоскости, ограниченной графиком характеристики и осью абсцисс, невязка в силу непрерывности отрицательна, так как из $I = 0$ следует $W = -E^2$. Поэтому в точке 3 выполняется неравенство $\frac{\partial W}{\partial \omega} > 0$. Следовательно, из выражения (3) имеем

$\frac{\partial W}{\partial I} < 0$. Изменение действующего значения тока вблизи точки на графике характеристики можно представить дифференциальным уравнением

$\frac{dI}{dt} + W(I) = 0$. Линеаризуя это уравнение в точке 3, получаем для отклонения тока ΔI : $\frac{d\Delta I}{dt} + \frac{\partial W}{\partial I} \Delta I = 0$, откуда следует, что режим в точке 3 неустойчив. Аналогично можно убедиться в том, что режимы в точках 1 и 5 устойчивы. Точки 2 и 4 отделяют части характеристики, соответствующие устойчивым и неустойчивым режимам. При плавном изменении частоты в контуре возникает частотный триггерный эффект, сопровождающийся резкими скачками тока вверх из точки 4 и вниз из точки 2.

Таким образом, метод схемного моделирования является эффективным средством получения и анализа комплексных частотных характеристик нелинейных электрических цепей. Его дальнейшее развитие открывает перспективы исследования и оптимизации различных статических характеристик и переходных процессов в нелинейных электрических цепях.

Библиографический список

1. Данилов А.В. Теория нелинейных электрических цепей / А.В.Данилов, П.Н. Матханов, Е.С. Филиппов. — Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.
2. Орешников В.Г. Метод анализа вынужденных колебаний в нелинейных цепях / В.Г. Орешников // Известия вузов. Электромеханика. — 1997. — № 6. — С. 9–11.
3. Канов Л.Н. Схемное моделирование нелинейных электрических цепей переменного тока / Л.Н. Канов // Вестн. СевГУ: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2002. — Вып. 41. — С. 151–155.
4. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление / Я.Н. Ройтенберг. — М.: Наука, 1978. — 552 с.

Поступила в редакцию 11.12.2002 г.