

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
И УПРАВЛЕНИЯ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Кафедра информатики и управления в технических системах

АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы
по дисциплине "Цифровые системы управления"
для студентов направления подготовки
27.03.04 – Управление в технических системах



Севастополь
СевГУ
2019

УДК 681.515:004.9 (076.5)
ББК 32.965.6
А64

Р е ц е н з е н т:

В.А. Крамарь – профессор кафедры "Информатика и управление в технических системах", доктор техн. наук, профессор

Составитель: В.А. Карапетьян

А64 Анализ и моделирование цифровых систем управления: метод. указания к выполнению лабораторной работы по дисциплине "Цифровые системы управления" для студентов направления подготовки 27.03.04 Управление в технических системах / Сост. В.А. Карапетьян. – Севастополь: СевГУ, 2019. – 27 с.

В методических указаниях приводится описание лабораторной работы, целью которой является анализ динамических свойств и моделирование движения линейных стационарных дискретных систем управления с применением средств пакета Matlab&Simulink.

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки 27.03.04 Управление в технических системах.

УДК 681.515:004.9 (076.5)
ББК 32.965.6

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры "Информатика и управление в технических системах", протокол № 6 от 14 февраля 2019 г.)

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию на заседании ученого совета Института информационных технологий и управления в технических системах, протокол № 4 от 28 февраля 2019 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ	4
2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ.....	4
2.1 Модель двигателя постоянного тока.....	4
2.2 Модель летательного аппарата	6
2.2.1 Модель продольного движения ЛА.....	7
2.2.2 Модель бокового движения ЛА	7
2.3 Модель перевёрнутого маятника на тележке	8
2.4 Модель обычного маятника на тележке	9
2.5 Модель маятника Фуруты	10
2.6 Математическая модель робота-манипулятора	13
2.7 Модель электромагнитного подвеса.....	14
2.8 Модель подводного аппарата в вертикальной плоскости	15
2.8.1 Модель подводного аппарата с кормовыми рулями.....	16
2.8.2 Модель подводного аппарата с носовыми рулями.....	16
3 ПРОГРАММА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ	17
4 НЕОБХОДИМЫЕ СВЕДЕНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.....	18
5 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА И ПОРЯДОК ЗАЩИТЫ РАБОТЫ.....	20
6 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....	20
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	21
ПРИЛОЖЕНИЕ А Пример решения основных задач лабораторной работы.....	23

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование динамических свойств и моделирование систем автоматического управления (САУ) линейными стационарными объектами (ЛТ-объект). Сравнение качества управления объектами с помощью непрерывных и дискретных САУ. Формирование навыков профессиональной работы в системе Matlab&Simulink.

2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

В данном разделе приводятся краткие описания математических моделей непрерывных линейных стационарных САУ, каждая из которых выступает в качестве предмета исследования при выполнении лабораторной работы.

Объектами управления (ОУ) в этих системах выбраны:

- двигатель постоянного тока с независимым возбуждением (ДПТ) [1];
- летательный аппарат (ЛА) – движение в вертикальной плоскости [2];
- летательный аппарат (ЛА) – движение в горизонтальной плоскости [2];
- перевёрнутый (инвертированный) маятник на тележке [3];
- обычный маятник на тележке (модель портального крана) [4];
- перевёрнутый маятник на вращающемся основании (маятник Фуруты) [5];
- двухзвенный робот-манипулятор [1];
- электромагнитный подвес [6];
- подводный аппарат (ПА) – движение в вертикальной плоскости [4, 7].

Назначение САУ состоит в стабилизации выходных координат объекта управления в заданной рабочей точке. Линеаризация модели каждого из ОУ проведена в малой окрестности рабочей точки (номинального режима работы). Линеаризованный ОУ представлен своей линейной стационарной моделью в терминах пространства состояний. Числовые значения матриц моделей ОУ приведены.

2.1 Модель двигателя постоянного тока

На рисунке 2.1 приведена электромеханическая схема двигателя постоянного тока (ДПТ) с независимым возбуждением, управляемого по цепи якоря [1]. Вал двигателя соединён гибкой механической связью с внешней нагрузкой. J_m и J_l – соответственно, моменты инерции вращающихся частей ДПТ (ротора и вала) и внешней нагрузки. Коэффициенты k и b численно характеризуют эффекты пружинного (упругого) скручивания и вязкого трения (демпфирования) в гибкой механической связи. R , L , $i(t)$ и $u(t)$ – активное сопротивление, индуктивность, ток и приложенное напряжение в цепи якоря ДПТ. Углы поворота вала ДПТ и нагрузки обозначены соответственно θ_m и θ_l .

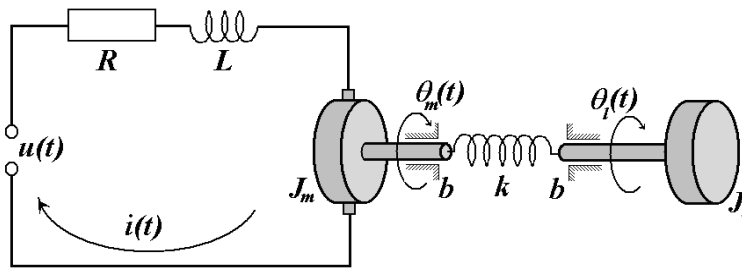


Рисунок 2.1 – Электромеханическая схема ДПТ с нагрузкой

Уравнения баланса моментов в линейном приближении с учётом взаимного влияния двух вращающихся масс – ротора и внешней нагрузки – будут иметь вид:

$$J_m \ddot{\theta}_m(t) = k_a i(t) + k(\theta_l(t) - \theta_m(t)) + b(\dot{\theta}_l(t) - \dot{\theta}_m(t)) - b_m \dot{\theta}_m(t);$$

$$J_l \ddot{\theta}_l(t) = -k(\theta_l(t) - \theta_m(t)) - b(\dot{\theta}_l(t) - \dot{\theta}_m(t)) - b_l \dot{\theta}_l(t).$$

Здесь: k_a – конструктивная механическая постоянная ДПТ, определяющая величину момента вращения, вызванного током в цепи якоря $i(t)$; b_m и b_l – коэффициенты вязкого трения при вращении вала ДПТ и нагрузки.

Применяя закон Ома и второй закон Кирхгофа для якорной цепи ДПТ, получим следующее уравнение баланса напряжений

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + k_e \dot{\theta}_m(t).$$

Здесь k_e – конструктивная электрическая постоянная ДПТ, определяющая величину наведённой противоЭДС в обмотке якоря.

Управляющим входом будет напряжение $u(t)$, а управляемым выходом – угол поворота нагрузки $\theta_l(t)$. Численные значения параметров ДПТ и гибкой механической связи определены в соответствии с [1]:

$$R=3 \text{ Ом}; L=0,01 \text{ Гн}; J_m=0,05 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2; J_l=0,15 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2; b_m=0,01 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с/рад};$$

$$b_l=0,04 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с/рад}; k_a=0,35 \text{ Н}\cdot\text{м/А}; k_e=0,35 \text{ В}\cdot\text{с/рад}; b=0,1 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с/рад};$$

$$k=1 \text{ Н}\cdot\text{м/рад}.$$

Вектором состояния модели в пространстве состояний объекта выберем вектор $\mathbf{x}(t) = [i \ \theta_m \ \dot{\theta}_m \ \theta_l \ \dot{\theta}_l]^T$, управляемым выходом примем переменную $\mathbf{y}(t) = \theta_l(t)$, а в качестве управляющего воздействия $\mathbf{u}(t)$ – напряжение $u(t)$, прикладываемое к цепи якоря ДПТ. В соответствии с выбранными составами векторов состояния, выхода и управления, получим матрицы модели в виде:

$$A = \begin{bmatrix} -R/L & 0 & -k_e/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_a/J_m & -k/J_m & -(b+b_m)/J_m & k/J_m & b/J_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & k/J_l & b/J_l & -k/J_l & -(b+b_l)/J_l \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$C = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]; \quad D = [0].$$

Подстановка в последние выражения значений параметров модели позволяет получить численные представления для матриц пространства состояний:

$$A = \begin{bmatrix} -300,0 & 0 & -35,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & -20,0 & -2,2 & 20,0 & 2,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6,6(6) & 0,6(6) & -6,6(6) & -0,93(3) \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 100,0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2.1)$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]; \quad D = [0].$$

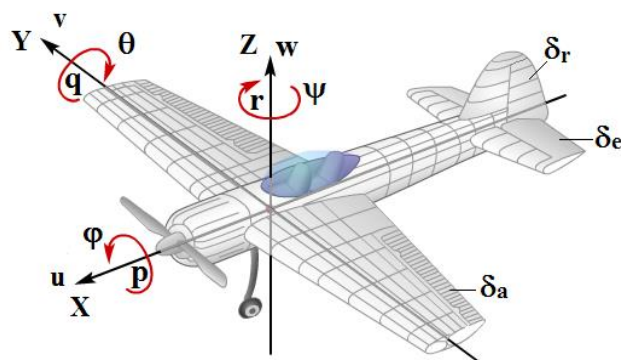
Объект (2.1) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.2 Модель летательного аппарата

Рассматриваются линеаризованные модели движения летательного аппарата (ЛА) в вертикальной и горизонтальной плоскостях [2]. На рисунке 2.2 изображены схема ЛА, оси координат, обозначены переменные движения и управления.

В математической модели движения ЛА в вертикальной плоскости (продольное движение) обычно в качестве управляющего воздействия выбирают угол поворота руля высоты δ_e , а в качестве управляемого выхода – угол тангажа θ . Таким образом, ЛА в вертикальной плоскости будет представлен как SISO-объект.

При формировании математической модели движения ЛА в горизонтальной плоскости (боковое движение) выделяют рыскание и крен. В качестве управляющих воздействий выбирают угол поворота руля направления δ_r и углы отклонения элеронов δ_a , а в качестве выходов – угол рыскания ψ и угол крена φ . В данном случае ЛА будет представлен как MIMO-объект.



X, Y, Z – координатные оси;
 u, v, w – линейные скорости вдоль осей координат;
 p, q, r – угловые скорости (крена, тангажа, рыскания);
 $\delta_a, \delta_e, \delta_r$ – углы отклонения элеронов, рулей высоты и направления.

φ – угол крена;
 θ – угол тангажа;
 ψ – угол рыскания;

Рисунок 2.2 – Схема ЛА, переменные движения и управления

2.2.1 Модель продольного движения ЛА

Рассматривается модель продольного (в вертикальной плоскости) слабо возмущённого движения (longitudinal motions) малого самолёта общего назначения, летящего на небольшой высоте с крейсерской скоростью около 200 км/ч [2]. В качестве векторов состояния x , управления u и выхода y выбраны соответственно $[u \ w \ q \ \theta]^T$, $[\delta_e]$ и $[\theta]$ (рисунок 2.2). Переменные, составляющие векторы x , u и y , являются малыми отклонениями от номинальных (балансировочных) значений переменных состояния, характерных для рассматриваемого режима полёта. Здесь u – горизонтальная скорость самолёта; w – вертикальная скорость самолёта; q – угловая скорость тангажа; θ – угол тангажа; δ_e – угол поворота руля высоты.

Матрицы коэффициентов линейной модели A , B , C и D взяты из [2]:

$$A = \begin{bmatrix} -0.045 & 0.036 & 0 & -0.322 \\ -0.370 & -2.02 & 1.76 & 0 \\ 0.191 & -3.96 & -2.98 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.282 \\ -11 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2.2)$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1]; \quad D = [0].$$

Объект (2.2) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.2.2 Модель бокового движения ЛА

В математической модели бокового (в горизонтальной плоскости) слабо возмущённого движения (lateral motions) самолёта в качестве векторов состояния x , управления u и выхода y выбраны соответственно $[v \ r \ p \ \varphi \ \psi]^T$, $[\delta_a \ \delta_r]^T$ и $[\varphi \ \psi]^T$ (рисунок 2.2). Здесь v – скорость бокового скольжения самолёта; r – угловая скорость рыскания; p – угловая скорость крена; φ – угол наклона (крена); ψ – угол рыскания; δ_a – угол отклонения элеронов; δ_r – угол отклонения

руля направления. Все указанные выше переменные – малые отклонения от значений параметров номинального движения ЛА.

Матрицы коэффициентов модели **A**, **B**, **C** и **D** взяты из [2]:

$$A = \begin{bmatrix} -0.254 & -1.76 & 0 & 0.322 & 0 \\ 2.55 & -0.76 & -0.35 & 0 & 0 \\ -9.08 & 2.19 & -8.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0.1246 \\ -0.222 & -4.60 \\ 29 & 2.55 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (2.2^*)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Объект (2.2*) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.3 Модель перевёрнутого маятника на тележке

Рассматривается перевёрнутый маятник, расположенный на движущейся тележке [3, 4]. Схема маятника показана на рисунке 2.3. Ось маятника монтируется на тележке, перемещающейся в горизонтальном направлении. Тележка приводится в действие мотором, который в момент времени **t** формирует силу **u(t)**. При отсутствии каких-либо внешних воздействий на тележку, маятник, находящийся в равновесии в строго вертикальном положении, при малейших внешних возмущениях теряет это равновесие. Это означает, что данное положение маятника является неустойчивым.

Здесь введены следующие обозначения:

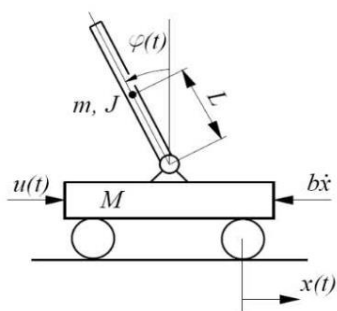


Рисунок 2.3 – Схема перевёрнутого маятника на тележке

M – масса тележки; **m** – масса маятника;
J – момент инерции маятника относительно центра тяжести; **b** – коэффициент вязкого трения при движении тележки; **C** – коэффициент вязкого трения в креплении маятника; **L** – расстояние между осью маятника и центром его тяжести; **u(t)** – сила, прикладываемая к тележке (управление); **x(t)** – значение горизонтального перемещения тележки; **φ(t)** – угол отклонения маятника в положительном направлении от вертикали вверх; **g** – ускорение свободного падения.

Численные параметры объекта "перевёрнутый маятник" выбраны следующими:

Численные параметры объекта "перевёрнутый маятник" выбраны следующими:

M – масса тележки = **0,5** кг; **m** – масса маятника = **0,4** кг;
J – момент инерции маятника относительно центра тяжести = **0,006** кг·м²;
b – коэффициент вязкого трения при движении тележки = **0,001** Н/м/сек;
C – коэффициент вязкого трения в креплении маятника = **0.002** Н*м/рад/сек;

L – расстояние между осью маятника и центром его тяжести = **0,3 м**;
 g – ускорение свободного падения = **9,81 м/сек²**.

Определим векторы состояния $X(t)$, управления $U(t)$ и выхода $Y(t)$ как:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \varphi(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix}, \quad U(t) = [u(t)], \quad Y(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix}.$$

Проведя линеаризацию нелинейной динамической модели перевернутого маятника в окрестности положения неустойчивого равновесия (неподвижная тележка и неподвижное строго вертикальное вверх положение маятника – $X(0)=0$ и $U(0)=0$), получим численные значения матриц линейной модели пространства состояний:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6,0369 & -0,0018 & -0,0103 \\ 0 & 45,2769 & -0,0051 & -0,0769 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,795 \\ 5,128 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Объект (2.3) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.4 Модель обычного маятника на тележке

Рассматривается обычный маятник, расположенный на движущейся тележке [4]. Схема маятника показана на рисунке 2.4. Такой маятник часто используют в качестве физической модели портального (козлового) крана.

Ось маятника монтируется на тележке, перемещающейся в горизонтальном направлении. Тележка приводится в действие мотором, который в момент времени t формирует силу $u(t)$. Состояние покоя маятниковой системы определяется неподвижностью тележки и строго вертикальным нижним положением самого маятника. В это положение система всегда возвращается из любого, отличного от покоя, состояния. По определению, в этом случае говорят,

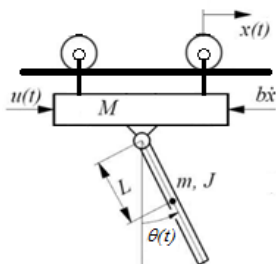


Рисунок 2.4 – Схема обычного маятника на тележке (портальный кран)

что данное положение устойчиво.

Здесь, как и в подразделе 2.4, введены следующие обозначения:

M – масса тележки; m – масса маятника; J – момент инерции маятника относительно центра тяжести; b – коэффициент вязкого трения при движении тележки; C – коэффициент вязкого трения в креплении маятника; L – расстояние между осью маятника и центром его тяжести; $u(t)$ – сила, прикладываемая к тележке (управление); $x(t)$ – значение горизонтального перемещения тележки; θ – угол отклонения маятника в положительном направлении от вертикали вниз; g – ускорение свободного падения.

Численные параметры объекта "перевернутый маятник" выбраны следующими:

M – масса тележки = 0,37 кг; m – масса маятника = 0,127 кг;

J – момент инерции маятника = $1,2 \cdot 10^{-3}$ кг·м²;

b_c – коэффициент вязкого трения при движении тележки = 4,7 Н·сек/м;

b_a – коэффициент вязкого трения в креплении маятника = 0,0024 Н·м·сек/рад;

l – расстояние между осью маятника и центром его тяжести = 0,1778 м;

g – ускорение свободного падения = 9,81 м/сек².

Определим векторы состояния $X(t)$, управления $U(t)$ и выхода $Y(t)$ как:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \theta(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}, \quad U(t) = [u(t)], \quad Y(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix}.$$

Проведя линеаризацию нелинейной динамической модели маятника в окрестности положения устойчивого равновесия (неподвижная тележка и неподвижное строго вертикальное вниз положение маятника – $X(0)=0$ и $U(0)=0$), получим численные значения матриц линейной модели пространства состояний:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2,4 & -0,0018 & 0,026 \\ 0 & -52,9 & 0,0076 & -0,5731 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,505 \\ -10,8496 \end{bmatrix}; \quad (2.4)$$

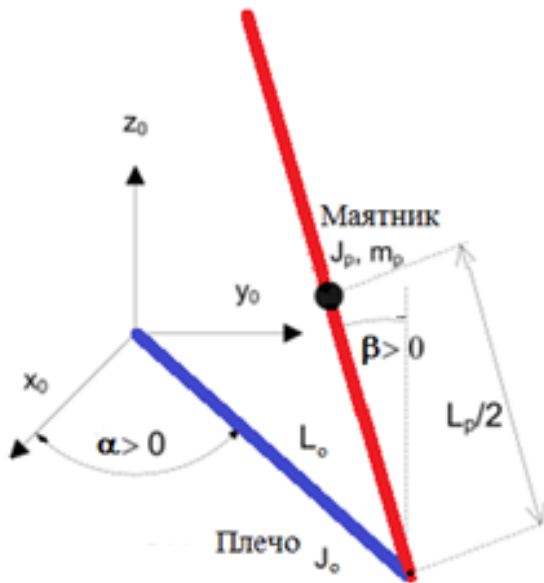
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Объект (2.4) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.5 Модель маятника Фуруты

Вращающийся перевернутый маятник – маятник Фуруты [5] – представляет собой перевернутый маятник с подвижным вращающимся плечом (точкой подвеса) (см. рисунок 2.5). Плечо маятника соединено с валом электродвигателя и вращается в пределах ± 150 градусов. Задача управления решается за счет изменения углового положения плеча маятника: двигатель поворачивает опору,

подводя ее под маятник. Сам маятник подвешен на конце горизонтального плеча. Углы отклонения маятника β и плеча α измеряются. Управляющая переменная – входное напряжение, подаваемое на усилитель ШИМ-сигнала, который управляет двигателем. Двигатель постоянного тока установлен вертикально в металлической камере. Выходные переменные – угол отклонения маятника β и угол поворота плеча маятника α . Получение нелинейной динамической математической модели маятниковой системы основывается на геометрических соотношениях, законах классической механики и массо-моментных характеристиках.



Геометрическая модель маятника Лабораторный стенд с маятником Фуруты
Quanser QNET Rotary Inverted Pendulum 2.0

Рисунок 2.5 – Маятник Фуруты

В таблице приведены обозначения переменных и констант

Символ	Мера	Определение
α	рад	угловое положения плеча маятника
β	рад	угловое положения маятника
J_0	кг*м ²	момент инерции плеча маятника
J_p	кг*м ²	момент инерции маятника
C_0	кг*м ² /с	коэффициент вязкого трения оси вращения α
C_p	кг*м ² /с	коэффициент вязкого трения оси вращения β
m_p	кг	масса маятника
l_p	м	половина длины маятника
l_0	м	длина плеча маятника
g	м/с ²	ускорение свободного падения

Значения коэффициентов системы Quanser QNET Rotary Pendulum взяты из документации к учебному макету [5] и приведены в таблице 2.1. Коэффици-

енты вязкого трения для маятника C_p и плеча C_0 в данной системе подбираются на основе экспериментальных данных для каждого экземпляра макета.

Таблица 2.1 – Коэффициенты модели Quanser QNET Rotary Pendulum

Символ	Описание	Значение
R_a	Terminal resistance DC Motor	8.4 Om
k_t	Torque constant DC Motor	0.042 Nm/A
k_b	DC Motor back-EMF constant	0.042 V/(rad/s)
k_u	DC Motor driver amplifier gain	0.0636 V/count
m_a	Rotary arm mass	0.095 kg
L_a	Rotary arm length (pivot to end of metal rod)	0.085 m
m_p	Pendulum link mass	0.024 kg
L_p	Pendulum link length	0.129 m
J_a	Moment of inertia of Arm section	5.72e-5 kgm ²
J_p	Moment of inertia of Pendulum section	1.0e-4 kg*m ²
C_a	Arm viscus damping	0.0015 N*m/(rad/s)
C_p	Pendulum viscous damping	0.0005 N*m/(rad/s)

Введём векторы состояния $x(t)$, выхода $y(t)$ и управления $u(t)$ как:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \\ \dot{\alpha}(t) \\ \dot{\beta}(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = [u(t)].$$

Проведя линеаризацию нелинейной динамической модели маятника Фуруты в окрестности положения неустойчивого равновесия (плечо маятника неподвижно и строго вертикальное вверх неподвижное положение маятника – $x(0)=0$ и $u(0)=0$), получим численные значения матриц линейной модели пространства состояний:

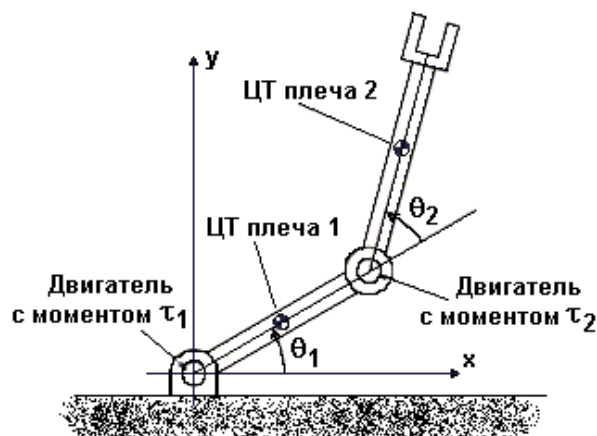
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 69,45 & -0,0594 & -2,287 \\ 0 & 121,7 & -0,0391 & -4,007 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,209 \\ 1,454 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(2.5)

Объект (2.5) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.6 Математическая модель робота-манипулятора

Схема двухзвенного робота-манипулятора [1] показана на рисунке



x, y – координатные оси; ЦТ – центр тяжести плеча манипулятора;
 θ_1 и θ_2 – углы поворота первого и второго плеча манипулятора;

Рисунок 2.6 – Схема двухзвенного робота-манипулятора

Положение плеч манипулятора определяется двумя углами – θ_1 и θ_2 . Длины, массы и моменты инерции каждого плеча характеризуются величинами m_1, m_2, l_1, l_2, J_1 и J_2 соответственно. Предполагается, что массы распределены по длинам плеч равномерно и центры масс располагаются по середине каждого плеча. Управляемые вращения плеч манипулятора обеспечивают два двигателя, развивающие соответствующие моменты τ_1 и τ_2 .

Значения параметров плеч робота-манипулятора следующие [1]:

Первое плечо				Второе плечо			
$m_1=3$ кг	$l_1=0,6$ м	$J_1=0,12$ кг·м ²	$C_1=0,5$	$m_2=2,5$ кг	$l_2=0,8$ м	$J_2=0,15$ кг·м ²	$C_2=0,5$

В качестве рабочей точки, относительно которой проводится линеаризация модели робота-манипулятора, выбрано, например, неподвижное положение $\{\theta_{10} = 45^\circ, \theta_{20} = -30^\circ\}$. Для удержания данной конфигурации плеч робота в неподвижном положении, двигатели в сочленениях манипулятора должны развивать соответствующие постоянные усилия (моменты), рассчитываемые по формулам:

$$\tau_{10} = m_1 g \frac{l_1}{2} \cos \theta_{10} + m_2 g \left(l_1 \cos \theta_{10} + \frac{l_2}{2} \cos(\theta_{10} + \theta_{20}) \right), \quad \tau_{20} = m_2 g \frac{l_2}{2} \cos(\theta_{10} + \theta_{20}).$$

Для выбранного положения, значения моментов, развиваемых двигателями, будут соответственно равны: $\tau_{10}=26,124$ Н×м; $\tau_{20}=9,476$ Н×м.

Определим векторы состояния $x(t)$, управления $u(t)$ и выхода $y(t)$ как:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \dot{\theta}_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \dot{\theta}_2(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} \tau_1(t) \\ \tau_2(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix}.$$

Линеаризация модели динамики движения робота-манипулятора в малой окрестности выбранной точки

$$\{\theta_{10} = 45^\circ; \dot{\theta}_{10} = 0; \theta_{20} = -30^\circ; \dot{\theta}_{20} = 0; \tau_{10} = 26,124 \text{ Н} \times \text{м}; \tau_{20} = 9,476 \text{ Н} \times \text{м}\},$$

приводит к получению следующих численных значений матриц линейной модели робота-манипулятора в пространстве состояний:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 17,832 & -0,6257 & -3,0018 & 1,2169 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -30,0624 & 1,2169 & 10,4542 & -3,2756 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1,2514 & -2,4337 \\ 0 & 0 \\ -2,4337 & 6,5512 \end{bmatrix}; \quad (2.6)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Объект (2.6) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.7 Модель электромагнитного подвеса

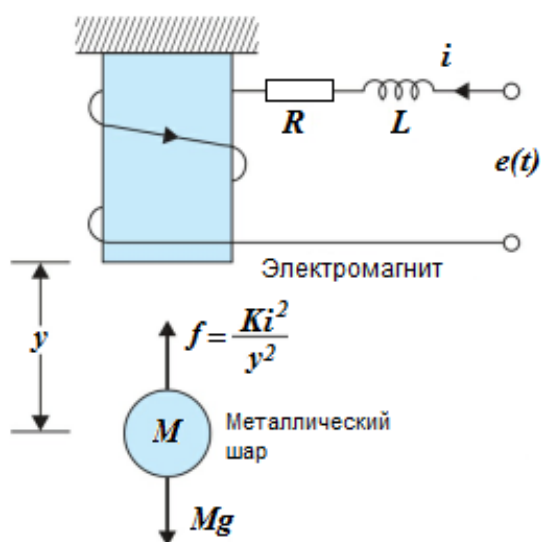


Рисунок 2.7 – Электромагнитный подвес

Рассматривается электромагнитная подвеска, показанная на рисунке 2.7 [4, 6]. Электромагнитная сила f , порождённая приложенным напряжением e , удерживает металлический шар на расстоянии y от нижней кромки электромагнита.

Здесь M – масса металлического шара; g – ускорение свободного падения; K – коэффициент электромагнитного усилия; L и R – индуктивность и активное сопротивление обмотки электромагнита. Выражение для величины электромагнитной силы $f = K(i^2/y^2)$ связывает в систему уравнение механического движения шара с уравнением электрических процессов в цепи электромагнита.

Значения коэффициентов и параметров электромагнитной системы в режиме удержания шара на расстоянии Y_0 приведены ниже в таблице.

L	индуктивность обмотки электромагнита	0,508 Гн
R	активное сопротивление обмотки электромагнита	23,2 Ом
M	масса металлического шара	1,75 кг
K	коэффициент электромагнитной силы	$2,9 \times 10^{-4} \text{ Нм}^2/\text{А}^2$
Y_0	рабочая точка (расстояние до точки равновесия)	$5,8 \times 10^{-3} \text{ м}$
I_0	рабочая точка по току	1,06 А
g	ускорение свободного падения	$9,81 \text{ м/с}^2$

Введём векторы состояния $x(t)$, выхода $y(t)$ и управления $u(t)$ как:

$$x(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ i(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = [y(t)], \quad u(t) = [e(t)].$$

Проведя линеаризацию нелинейной динамической модели электромагнитного подвеса в окрестности положения неустойчивого равновесия (параметры заданы в таблице $x(0)=[Y_0 \ 0 \ I_0]$ и $e(0)=R^*I_0$), получим численные значения матриц линейной модели пространства состояний:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1945,318 & 0 & -10,577 \\ 0 & 0 & -45,67 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,9685 \end{bmatrix};$$

$$C = [1 \ 0 \ 0]; \quad D = [0]. \quad (2.7)$$

Объект (2.7) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.8 Модель подводного аппарата в вертикальной плоскости

В качестве математической модели управляемого подводного подвижного объекта управления выбрана линеаризованная модель динамики подводного аппарата (ПА) в вертикальной плоскости в режиме горизонтального движения со скоростью 6 узлов ($v_0=3,0867$ м/с) на перископной глубине $H_0=25$ метров [7].

На рисунке 2.8 приведены схема ПА и обозначения переменных, описывающих параметры движения и управления объектом.

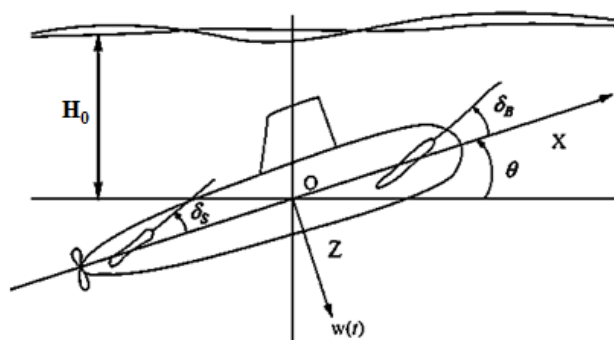


Рисунок 2.8 – Схема ПА и переменные движения и управления

На рисунке обозначены:

H_0 – начальная глубина погружения ПА (м);

z, w – глубина ПА (м) и скорость его погружения (м/сек);

θ, q – угол тангажа (дифферента) (рад) и угловая скорость тангажа (рад/сек);

δ_B, δ_S – углы поворота носового и кормового рулей (рад).

Организуем векторы состояния x , управления u и выхода y ПА следующим образом:

$$x = \begin{bmatrix} w \\ q \\ z \\ \theta \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \delta_B \\ \delta_S \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} z \\ \theta \end{bmatrix}.$$

В линеаризованной модели все шесть переменных (2.13) представляют собой малые отклонения от балансировочных значений, определяющих стационарное номинальное движение ПА в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью v_0 и на постоянной глубине H_0 .

Значения матриц линеаризованной модели в пространстве состояний выбраны в соответствии с данными, приведенными для подводной лодки [7]:

$$A = \begin{bmatrix} -0,038 & 0,896 & 0 & 0,00147 \\ 0,00171 & -0,092 & 0 & -0,0056 \\ 1 & 0 & 0 & -3,0867 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -0,00754 & -0,02286 \\ 0,001732 & -0,00222 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (2.8)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Объект (2.8) полностью управляем и полностью наблюдаем.

Рассмотрим далее два варианта модели (2.8) – линейные модели ПА отдельно с кормовыми рулями и отдельно с носовыми рулями.

2.8.1 Модель подводного аппарата с кормовыми рулями

Модель будет включать в себя полные матрицы A и C , вторые столбцы матрицы B и D из соотношений (2.8):

$$A = \begin{bmatrix} -0,038 & 0,896 & 0 & 0,00147 \\ 0,00171 & -0,092 & 0 & -0,0056 \\ 1 & 0 & 0 & -3,0867 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -0,02286 \\ -0,00222 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2.9)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Объект (2.9) полностью управляем и полностью наблюдаем.

2.8.2 Модель подводного аппарата с носовыми рулями

Модель будет включать в себя полные матрицы A и C , первые столбцы матрицы B и D из соотношений (2.8):

$$A = \begin{bmatrix} -0,038 & 0,896 & 0 & 0,00147 \\ 0,00171 & -0,092 & 0 & -0,0056 \\ 1 & 0 & 0 & -3,0867 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -0,007542 \\ 0,001732 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(2.10)

Объект (2.10) полностью управляем и полностью наблюдаем.

3 ПРОГРАММА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

В работе исследуются динамические характеристики линейных стационарных САУ различными непрерывными объектами, представленными своими моделями в пространстве состояний. Структуры и параметры непрерывных САУ заданы. В качестве примеров, рассматриваемых в работе САУ, на рисунках 3.1 и 3.2 приведены структуры САУ роботом-манипулятором – непрерывная и дискретная реализации.

Предлагается синтезировать непрерывную САУ (рисунок 3.1) и провести исследование её динамических характеристик. Осуществить полную дискретизацию непрерывной САУ и объекта управления и исследовать динамические характеристики дискретной САУ (рисунок 3.2).

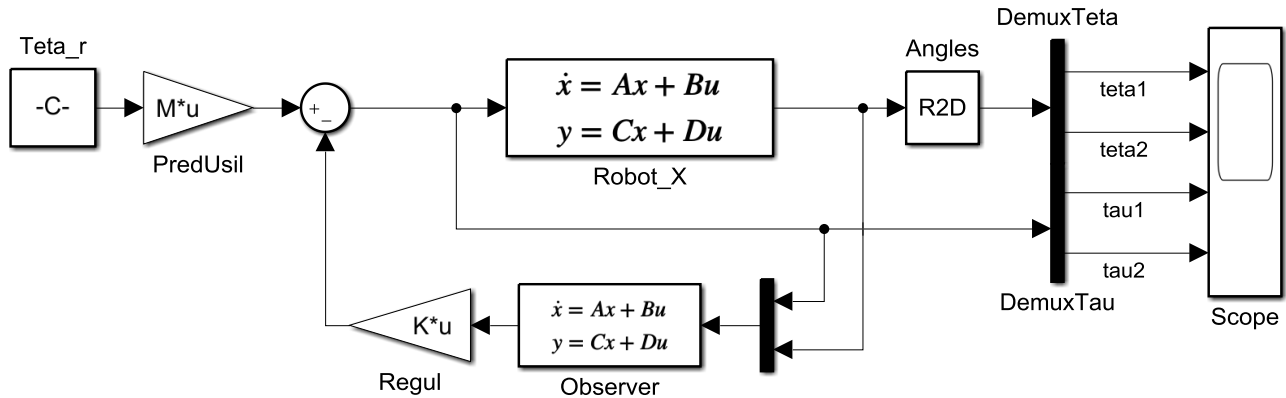


Рисунок 3.1 – Структура непрерывной САУ роботом-манипулятором

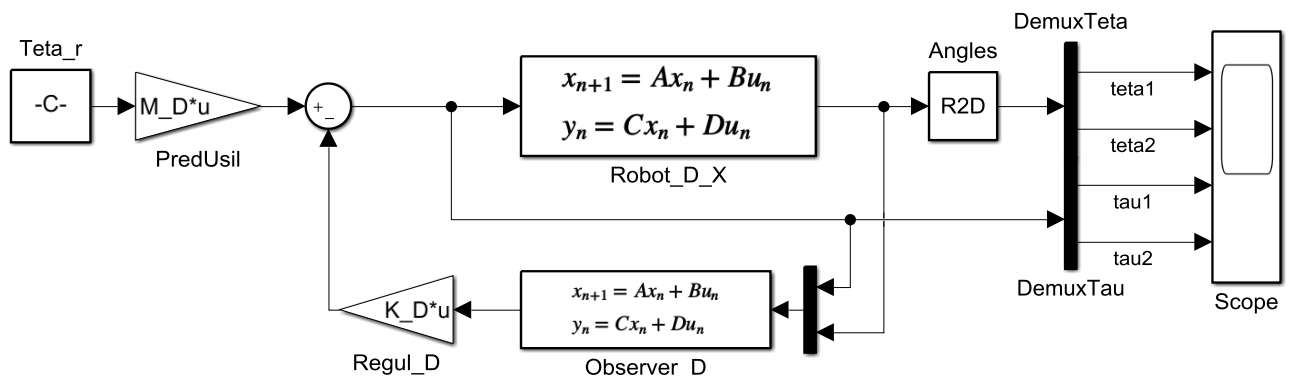


Рисунок 3.2 – Структура дискретной САУ роботом-манипулятором

Решение задач, поставленных в лабораторной работе, предполагает реализацию следующих этапов и действий:

а) написание Matlab-программы в виде m-файла для:

- 1) формирования непрерывного ЛТИ-ОУ по данным из раздела 2;
- 2) проверки свойств устойчивости, управляемости и наблюдаемости ОУ;
- 2) проведения процедур синтеза модальных наблюдателя и регулятора;
- 3) выполнения необходимых расчётов и формирование всех требуемых скалярных и массивовых структур данных;
- 4) моделирования замкнутой САУ для случая полного и точного измерения всех компонентов вектора состояния объекта управления;
- 5) выполнения всех перечисленных выше пунктов для дискретизированных ОУ и соответствующих подсистем САУ;

б) разработка Simulink-схем (непрерывной и дискретной) синтезированных САУ и осуществление моделирования общего движения САУ, для выбранных самостоятельно значений начальных условий и постоянных задающих воздействий;

в) проведение взаимной верификации m- и Simulink-моделей САУ по результатам моделирования (пункты а.4 и б):

г) исследование влияния наличия наблюдателя на качество работы САУ:

- 1) провести моделирование САУ с наблюдателем и "без него" выбором соответствующих начальных условий для наблюдателя;
- 2) провести моделирование САУ с наблюдателями, синтезированными для различных наборов собственных чисел;

д) моделирование САУ для различных значений периода дискретизации

T_s ;

е) проведение сравнительного анализа результатов моделирования, полученных для двух типов САУ – непрерывной и дискретной;

ж) формулировка общих выводов по работе.

При выполнении лабораторной работы проводится исследование САУ одним из описанных во втором разделе объектов управления (ОУ выбирается в соответствии с заданным вариантом). При решении задачи синтеза дискретной САУ следует выбрать соответствующий такт (период) дискретизации T_s .

Выбор периода (частоты) квантования в линейных стационарных САУ определяется её быстродействием – шириной полосы пропускания или временем нарастания (разгона) [11]: в 6÷10 раз больше ширины полосы пропускания или 3÷5 отсчёта за время разгона (нарастания).

4 НЕОБХОДИМЫЕ СВЕДЕНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Выполнение задач формирования ЛТИ-моделей ОУ, регуляторов, наблюдателей и других подсистем, и звеньев САУ, а также моделирование САУ, осуществляется стандартными средствами системы Matlab/Simulink [15÷21].

Все ЛТИ-объекты и численные параметры исследуемых САУ следует формировать, задавать и рассчитывать в отдельном m-файле, а основные модельные эксперименты с САУ проводить в Simulink.

Формирование непрерывных ЛТИ-объектов в пространстве состояний производится инструкцией **sys_C=ss(A,B,C,D)**. Дискретный по времени ЛТИ-объект создаётся функцией **ss** с дополнительным параметром **Ts** – тактом дискретизации: **sys_D=ss(A,B,C,D,Ts)**. Преобразование непрерывного ЛТИ-объекта в дискретизированный осуществляется командой **sys_CD=c2d(sys_C,Ts)**.

Синтез модальных регуляторов и наблюдателей проводится с помощью функций **acker** и **place**:

– модальный регулятор – **K=place(A,B,P)**. Здесь **P** – вектор желаемых собственных чисел динамической матрицы **A-BK** замкнутой САУ, а **K** – матричный коэффициент усиления модального регулятора;

– модальный наблюдатель – **L=place(A',C',Q)'**. Здесь **Q** – вектор желаемых собственных чисел динамической матрицы **A-LC** наблюдателя, а **L** – матричный коэффициент усиления модального наблюдателя. Символ апостроф (') обозначает матричную операцию транспонирования.

Вектор назначаемой динамики **P** для замкнутой САУ выбирается из условий устойчивости и требуемого качества синтезируемой САУ.

Вектор назначаемой динамики **Q** наблюдателя состояния объекта управления обусловлен требованиями асимптотической устойчивости самого наблюдателя и его большим быстродействием по сравнению с объектом управления.

Например, выбор вектора **P** в виде

$$P = -2 * (\text{abs}(\text{real}(\text{eigs}(A))) + 0.5) + 1i * \text{imag}(\text{eigs}(A))$$

означает, что элементы вектора строятся на основе собственных чисел **eigs(A)** матрицы динамики **A** объекта управления. Модули вещественных частей всех собственных чисел матрицы **A** увеличиваются на 0.5 $\rightarrow \text{abs}(\text{real}(\text{eigs}(A))) + 0.5$. Затем полученные значения умножаются на минус 2 и к ним прибавляются мнимые части соответствующих собственных чисел матрицы **A**. Таким образом, компоненты вектора **P**: все имеют строго отрицательные вещественные части (будет обеспечена асимптотическая устойчивость замкнутой САУ); расположены они левее собственных чисел матрицы **A** (быстродействие замкнутой САУ будет *большим*, чем быстродействие объекта управления); САУ будет сохранять колебательные свойства, присущие объекту $\rightarrow 1i * \text{imag}(\text{eigs}(A))$.

Выбор элементов вектора назначаемой динамики **Q** наблюдателя можно осуществить похожим способом, при этом колебательные свойства объекта управления переносить в наблюдатель не следует.

Блок предусилителя (блок PredUsil на рисунке 3.1) предназначен для точной отработки в статике постоянных задающих воздействий. Матричный числовой коэффициент передачи этого блока определяется по приведённому ниже выражению:

$$M = \left[C(-A + BK)^{-1} B \right]^{-1}.$$

Здесь K – матричный коэффициент модального регулятора замкнутой САУ.

Для синтеза дискретных модальных регулятора и наблюдателя (рисунок 3.2) следует совершить аналогичные, вышеописанным, действия с использованием матриц модели пространства состояний дискретизированной модели ОУ.

Корректное сравнение динамических свойств непрерывной и дискретной САУ требует согласования динамик непрерывных и дискретных регуляторов и наблюдателей. Поэтому для дискретных регулятора и наблюдателя векторы P_d и Q_d находятся по формулам $P_d = \exp(P * T_s)$ и $Q_d = \exp(Q * T_s)$. Здесь векторы P и Q – векторы назначаемой динамики для расчёта модальных регулятора и наблюдателя непрерывной САУ, а T_s – такт дискретизации при переходе к дискретной САУ.

5 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА И ПОРЯДОК ЗАЩИТЫ РАБОТЫ

В отчёте по лабораторной работе должны быть отражены цель, предварительные математические построения и расчёты, необходимые сведения о методах решения рассматриваемых задач и средствах системы Matlab/Simulink, тексты программ, схемы моделирования, численные и графические результаты расчётов и построений, выводы по работе.

Защита результатов лабораторной работы производится за компьютером при наличии работающих программ и полностью оформленного отчёта. В ходе защиты студент может получить дополнительные теоретические вопросы и практические задания по существу работы.

6 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте критерий полной управляемости объекта по состоянию для линейной стационарной системы управления.
2. Что такое модальный регулятор и какая идея лежит в основе процедуры его синтеза?
3. Сформулируйте критерий полной наблюдаемости линейного стационарного динамического объекта.
4. Что такое модальный наблюдатель полного порядка и какая идея лежит в основе процедуры его синтеза?
5. Какими свойствами должен обладать объект управления для успешного решения задачи синтеза модального регулятора состояния?
6. Какими свойствами должен обладать объект управления для успешного решения задачи синтеза модального наблюдателя состояния полного порядка?
7. Поясните процедуру дискретизации непрерывного динамического объекта.
8. Как связаны собственные числа матрицы A динамики непрерывной модели и матрицы A_d динамики дискретизированной модели объекта?

9. Поясните идею, лежащую в основе способа вычисления матриц предусилителей в схемах на рисунках 3.1 и 3.2.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Hendricks E. Linear Systems Control: Deterministic and Stochastic Methods /Е. Hendricks, О. Jannerup, Р. Sorensen. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – 556 p.
2. Bryson A.E. Applied Linear Optimal Control. Examples and Algorithms /A.E. Bryson. – Cambridge: University Press, 2002. – 362 p.
3. Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы управления /Х. Квакернаак, Р. Сиван. – М.: Наука, 1977. – 650 с.
4. Дорф Р. Современные системы управления /Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2004. – 832 с.
5. QNET 2.0 Rotary Pendulum. Student Workbook. – Quanser Inc., 2014. – 26 p.
6. Kuo B.C. Automatic Control Systems, 10th ed. / F. Golnaraghi, B.C. Kuo. – McGraw-Hill Education, 2017. – 864 p.
7. Nise N.S. Control systems engineering / N.S. Nise. – 7th ed. – John Wiley & Sons, Inc, 2015. – 944 p.
8. Ким Д.П. Теория автоматического управления: учебник и практикум /Д.П. Ким. – М.: Юрайт, 2016. Линейные системы. – 311 с. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – 441 с.
9. Гудвин Г.К. Проектирование систем управления /Г.К. Гудвин, С.Ф. Гребе, М.Э. Сальгадо. – М.: БИНОМ, 2004. – 911 с.
10. Веремей Е.И. Линейные системы с обратной связью: Учебное пособие /Е.И. Веремей. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 448 с.
11. Острём К. Системы управления с ЭВМ / К. Острём, Б. Виттенмарк. – М.: Мир, 1987. 480 с.
12. Ogata K. Discrete-Time Control Systems / K. Ogata. – 2nd ed. – Prentice Hall, 1995. – 745 p.
13. Phillips C. Digital Control System: Analysis and Design / C.L. Phillips, H.T. Nagle, A. Chakraborty. – 4th ed. – Pearson Education, 2015. – 528 p.
14. Franklin G.F. Feedback Control of Dynamic Systems, 6th ed. / G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini. – Prentice Hall , 2010. – 820 p.
15. Гайдук А.Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: Учебное пособие. – 3-е изд. /А.Р. Гайдук, В.Е. Беляев, Т.А. Пьявченко. – СПб.: Изд-во "Лань", 2016. – 464 с.
16. Кудинов Ю.И. Теория автоматического управления (с использованием MATLAB – SIMULINK): учеб. пособие /Ю.И. Кудинов, Ф.Ф. Пащенко. – СПб.: Лань, 2016. – 256 с.

17. Перельмутер В.М. Пакеты расширения Matlab. Control System Toolbox и Robust Control Toolbox / В.М. Перельмутер. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. – 224 с.
18. Xue D. Linear feedback control: analysis and design with MATLAB / D. Xue, Y.Q. Chen, D.P. Atherton. – SIAM, 2007. – 356 p.
19. Control System Toolbox™. User's Guide. – The MathWorks.
20. Symbolic Math Toolbox™. User's Guide. – The MathWorks.
21. Ostertag E. Mono- and Multivariable Control and Estimation. Linear, Quadratic and LMI Methods / E. Ostertag. – Springer-Verlag, 2011. – 344 p.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Пример решения основных задач лабораторной работы

Рассмотрен пример выполнения задач лабораторной работы. В качестве исследуемого ОУ выбрана математическая модель линеаризованной трёхбаковой жидкостной управляемой системы [21]. Схема этой системы представлена на рисунке

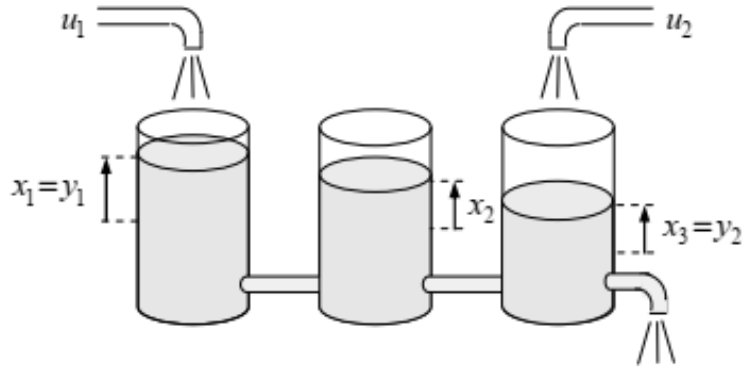


Рисунок А.1 – Схема трёхбаковой управляемой системы

Вектор состояния $\mathbf{x}=[x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ и управления $\mathbf{u}=[u_1 \ u_2]^T$ задают отклонения величин уровней жидкости в баках и входных потоков от номинальных значений, определяющих параметры стационарного режима работы системы. Измеряемыми выходами системы принимаются отклонения уровней в левом и правом баках, т.е., вектор выходов $\mathbf{y}=[x_1 \ x_3]^T$. Уровень жидкости измеряется в метрах, а поток жидкости в $\text{м}^3/\text{мин}$. Матрицы модели пространства состояний линеаризованной модели имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0.332 & 0.332 & 0 \\ 0.332 & -0.664 & 0.332 \\ 0 & 0.332 & -0.524 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0.764 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.764 \end{bmatrix}; \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Симметрия в матрицах **A** и **B** объясняется одинаковостью размерных параметров баков и трубопроводов.

Далее приведён текст примерной программы синтеза и моделирования непрерывной и дискретной САУ трёхбаковой жидкостной системы, а также результаты работы этой программы в графической форме (рисунок А.2). На рисунке А.3 представлена объединённая Simulink-схема моделирования непрерывной и дискретной САУ и результаты счёта в графическом виде (рисунки А.4 и А.5).

```
% Three-tank system Ostertag - Mono- and Multivariable Control    p. 64
% State Space: x=[level_tank1 level_tank2 level_tank3]
% Control u=[flows1 flow2]    Output=[level_tank1 level_tank3]
clear all; clc;
```

```

n=3; m=2; p=2;
A_C=[-0.332  0.332  0; 0.332 -0.664  0.332; 0  0.332 -0.524];
B_C=[0.764  0; 0  0; 0  0.764];
C_C=[1 0 0; 0 0 1];
D_C=zeros(p,m);
%%                                     Непрерывная система управления
Tank_C=ss(A_C,B_C,C_C,D_C); % Создание непрерывной модели объекта
Tank_C_X=ss(A_C,B_C,eye(n),zeros(n,m)); % Выход - вектор состояния
%% Синтез модального регулятора
P_C=-2*(abs(real(eigs(A_C)))+0.25)+1i*imag(eigs(A_C));
K_C=place(A_C,B_C,P_C); % Матрица усиления модального регулятора
%% Синтез модального наблюдателя
Lambda_C=-2*(abs(real(eigs(A_C)))+0.5)+i*imag(eigs(A_C));
L_C=place(A_C',C_C',Lambda_C)'; % Матрица усил. модального наблюдателя
%% Наблюдатель
Tank_C_Observer=ss(A_C-L_C*C_C,[B_C L_C],eye(n),zeros(n,m+p));
%% Замкнутая САУ манипулятором
Tank_C_Modal_Close=C_C*feedback(Tank_C_X,K_C);
%% Предусилитель M=[C*(-A+BK)^-1*B]^--1
M_C=(C_C*(-A_C+B_C*K_C)^-1*B_C)^-1;
%%                                     Дискретная система управления
Ts=0.2; % Такт дискретизации
Tank_D=c2d(Tank_C,Ts); % Дискретизированный объект управления
[A_D,B_D,C_D,D_D]=ssdata(Tank_D);
Tank_D_X=ss(A_D,B_D,eye(n),zeros(n,m),Ts); % Выход - вектор состояния
%% Синтез модального регулятора
P_D=exp(P_C*Ts);
K_D=place(A_D,B_D,P_D);
%% Синтез модального наблюдателя
Lambda_D=exp(Lambda_C*Ts);
L_D=place(A_D',C_D',Lambda_D)';
%% Наблюдатель
Tank_D_Observer=ss(A_D-L_D*C_D,[B_D L_D],eye(n),zeros(n,m+p),Ts);
%% Замкнутая САУ манипулятором
Tank_D_Modal_Close=C_D*feedback(Tank_D_X,K_D);
%% Предусилитель M=[C*(-A+BK)^-1*B]^--1
M_D=(C_D*(eye(n)-A_D+B_D*K_D)^-1*B_D)^-1;
%%                                     Моделирование замкнутой САУ трёхбаковой системы
tk=8; t_C=0:0.001:tk;
t_D=0:Ts:tk;
X0=[-0.8; -0.5; -0.2]; % Начальное состояние линеаризованного объекта
Tank1_r=1; Tank2_r=0; % Задающие воздействия (задатчик)
r_C=[Tank1_r+0*t_C;
      Tank2_r+0*t_C];
r_D=[Tank1_r+0*t_D;
      Tank2_r+0*t_D];
[Y_C,T,X_C]=lsim(Tank_C_Modal_Close*M_C,r_C,t_C,X0);
[Y_D,T,X_D]=lsim(Tank_D_Modal_Close*M_D,r_D,t_D,X0);
U_C=-K_C*X_C'+M_C*r_C;
U_D=-K_D*X_D'+M_D*r_D;
subplot(2,2,1); plot(t_C,Y_C(:,1)); grid on; hold on;
stairs(t_D,Y_D(:,1));
legend('1-ый бак'); title 'Отклонение уровней в баках';
ylabel 'отклонение (м)';
subplot(2,2,3); plot(t_C,Y_C(:,2)); grid on; hold on;
stairs(t_D,Y_D(:,2));
legend('2-ой бак'); xlabel 'время (мин)'; ylabel 'отклонение (м)';

```

```
subplot(2,2,2); plot(t_C,U_C(1,:)); grid on; hold on;
stairs(t_D,U_D(1,:));
legend('1-ый поток'); title 'Управляющие воздействия';
ylabel 'поток (м3/мин)';
subplot(2,2,4); plot(t_C,U_C(2,:)); grid on; hold on;
stairs(t_D,U_D(2,:));
legend('2-ой поток'); xlabel 'время (мин)'; ylabel 'поток (м3/мин)';
```

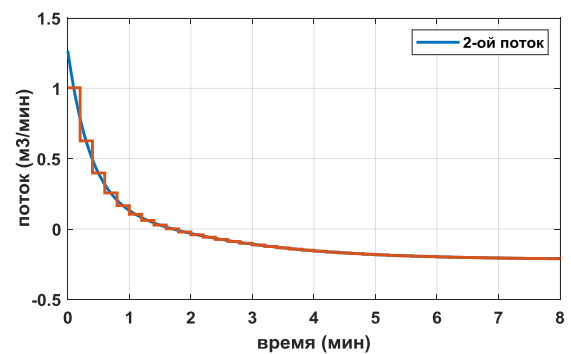
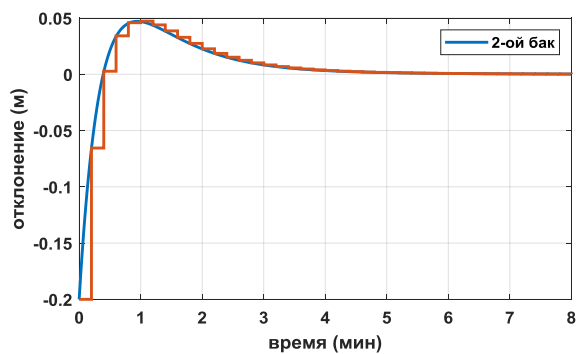
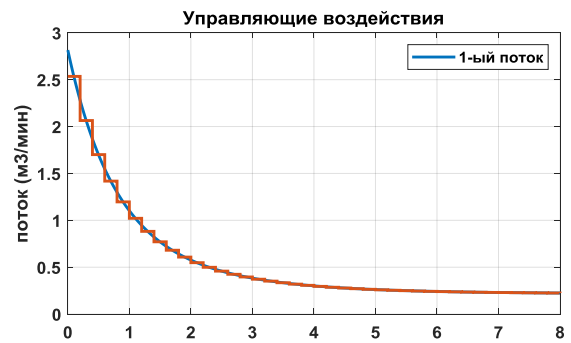
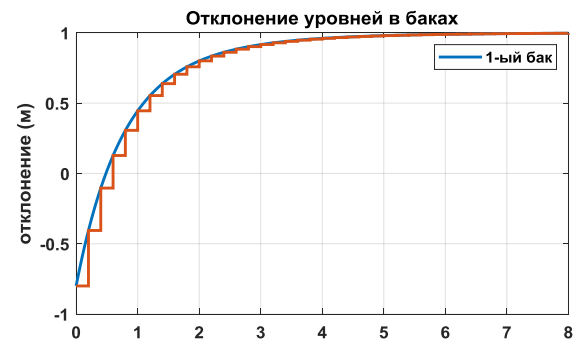


Рисунок А.2 – Результаты работы программы моделирования движения непрерывной и дискретной САУ трёхбачковой жидкостной системы

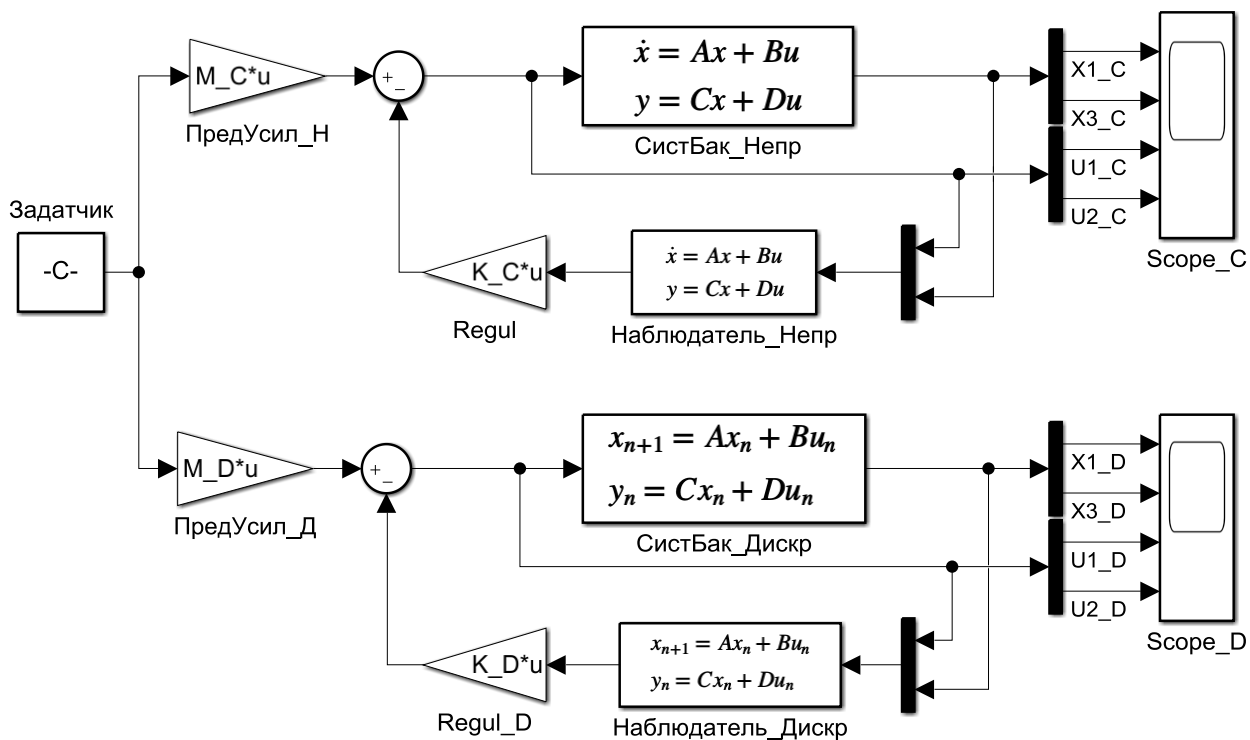


Рисунок А.3 – Simulink-схема моделирования движения непрерывной и дискретной САУ трёхбачковой жидкостной системы

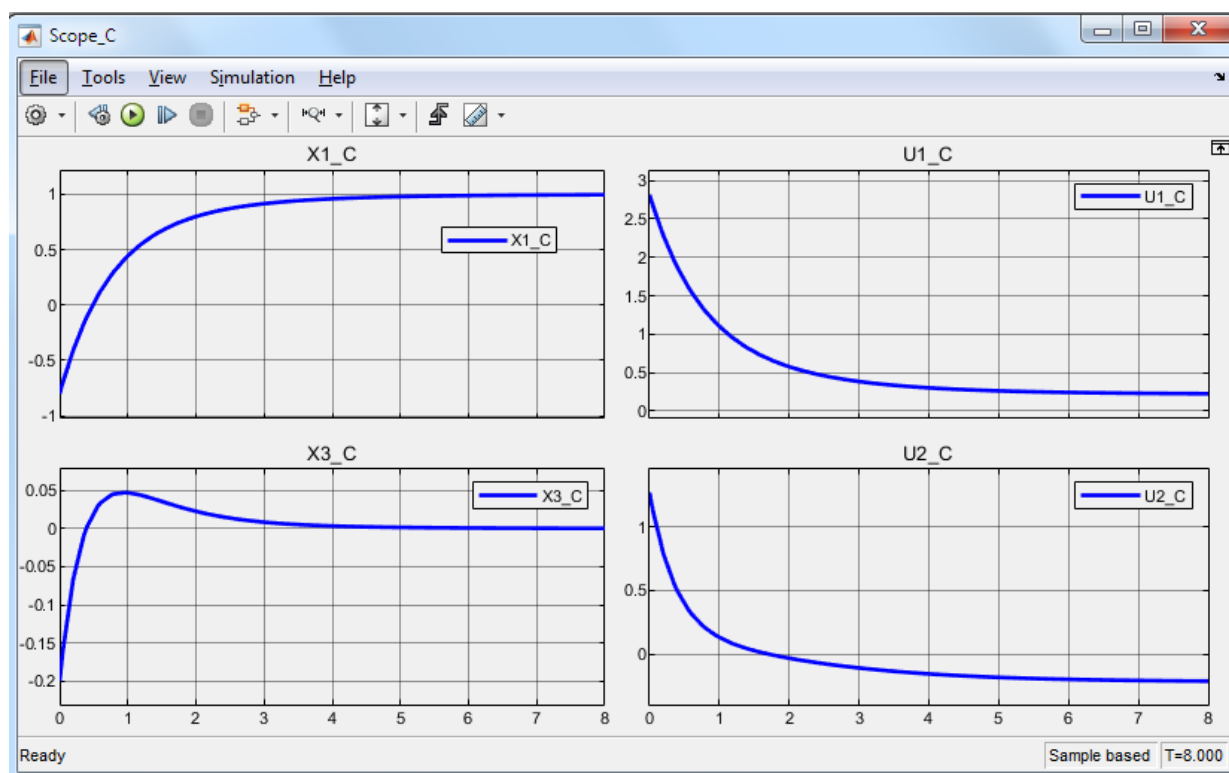


Рисунок А.4 – Результаты моделирования движения непрерывной САУ трёхбачковой жидкостной системы

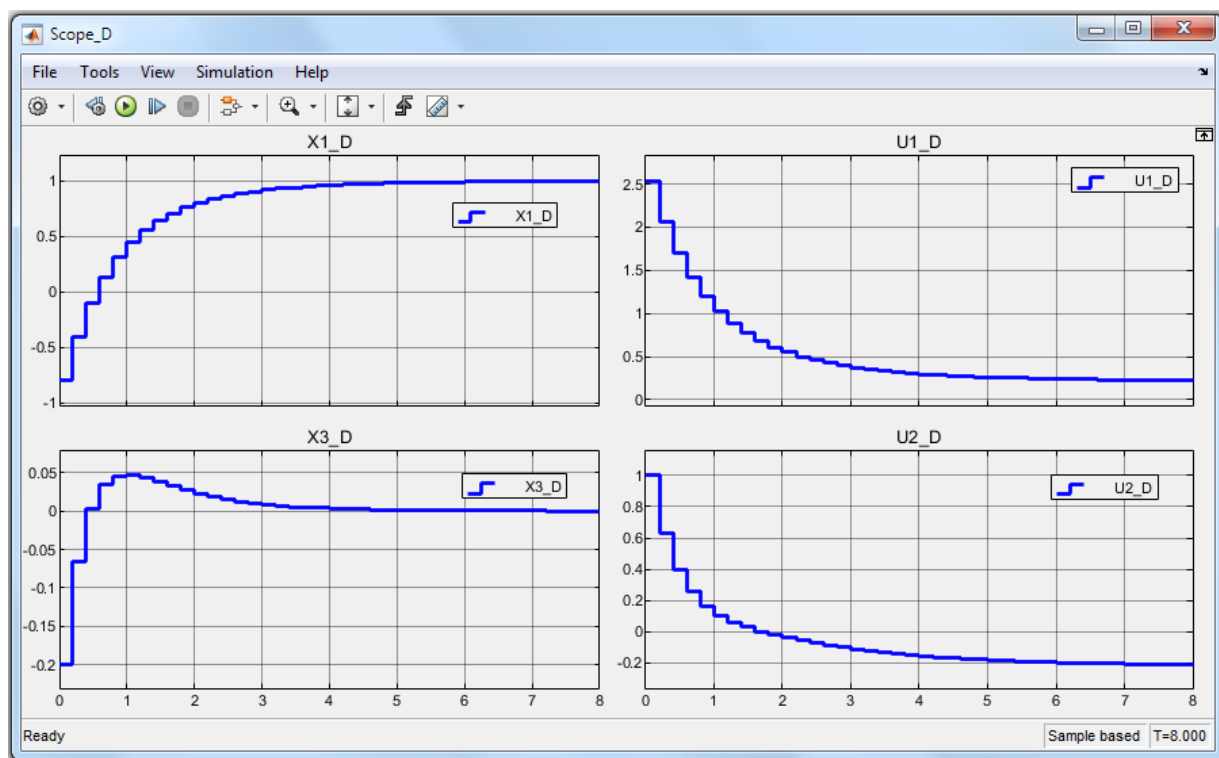


Рисунок А.5 – Результаты моделирования движения дискретной САУ трёхбаковой жидкостной системы

АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания

Составитель: **Карапетьян** Валерий Артёмович

В авторской редакции

Изд. № 71/19. Объём 1,75 п.л.
РИИЦМ ФГАОУ ВО "Севастопольский государственный университет"