

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт информационных технологий
и управления в технических системах

Кафедра информатики и управления в технических системах

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ СИСТЕМ С НЕПРЕРЫВНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ

Методические указания

к выполнению цикла лабораторных работ
по дисциплине "Моделирование объектов и систем управления"
для студентов направления подготовки
27.03.04 – Управление в технических системах



Севастополь
СевГУ
2019

УДК 681.3.062:519.62
ББК 32.965.5
Л12

Рецензент:

В.А. Карапетьян – доцент кафедры "Информатика и управление в технических системах", канд. техн. наук, доцент

Составитель: Е.А. Шушляпин

Л12 Лабораторный практикум по моделированию систем с непрерывными состояниями: метод. указания к выполнению цикла лабораторных работ по дисциплине "Моделирование объектов и систем управления" для студентов направления подготовки 27.03.04 – Управление в технических системах / Сост. Е.А. Шушляпин. – Севастополь: СевГУ, 2019. – 34 с.

В методических указаниях приводится описание трех лабораторных работ, целью которых является моделирование объектов и систем из различных областей техники: электротехники, гидромеханики, аэродинамического и космического летательных аппаратов с применением средств пакета Matlab&Simulink.

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки 27.03.04 Управление в технических системах.

УДК 681.3.062:519.62

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры "Информатика и управления в технических системах", протокол № 8 от 08 апреля 2019 г.

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию на заседании ученого совета Института информационных технологий и управления в технических системах, протокол № 5 от 25 апреля 2019 г.

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ	3
ПАКЕТ МАТЛАВ И ПОДСИСТЕМА SIMULINK	4
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПАКЕТЕ МАТЛАВ И ПОДСИСТЕМЕ SIMULINK	4
2. ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕРАКТИВНОГО ИНТЕРФЕЙСА	5
3. ОСОБЕННОСТИ ВВОДА ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ БЛОКОВ	8
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1. «Изучение интерактивных средств пакета MatLab»	13
1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ	13
2. ОБЪЕКТЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ	13
3. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ	13
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2. «Моделирование САУ средствами Simulink по структурным схемам»	15
1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ	15
2. ОБЪЕКТЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ	15
3. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ	15
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3. «Моделирование САУ средствами Sim ulink по дифференциальным уравнениям».....	17
1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ	17
2. ОБЪЕКТЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ	17
3. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ	17
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	19
ПРИЛОЖЕНИЕ А.....	20
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ.....	20

ПАКЕТ MATLAB И ПОДСИСТЕМА SIMULINK

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПАКЕТЕ MATLAB И ПОДСИСТЕМЕ SIMULINK

Пакет MatLab (аббревиатура от Matrix Laboratory - Матричная Лаборатория) - один из старейших пакетов прикладных программ, первоначально предназначенный только для решения задач матричной алгебры. Он применялся еще на ЭВМ третьего поколения в эпоху, когда основным языком программирования для научных расчетов был язык FORTRAN. С появлением и широким распространением современных компьютеров MatLab получил новый импульс в своем развитии. Начиная с версии 4.0, MatLab приобрел интерактивные средства имитационного моделирования динамических систем - подсистему Simulink. Данная система в корне изменила принципы работы с пакетом. Если традиционный MatLab требует знания специального входного языка интерпретирующего типа, то для конструирования моделей на Simulink почти не требуется знаний программирования. Simulink в основном ориентирован на задачи теории автоматического управления и ее приложения. Кроме того, значительная часть инструментальных средств традиционного MatLab также предназначена для этих же задач.

Основой Simulink является библиотека стандартных элементов систем автоматического управления (САУ) в виде типовых элементарных звеньев (линейных непрерывных Continuous, дискретных Discrete, нелинейных Nonlinear), источников (Sources) и стоков (Sinks) сигналов, а также элементов служебного назначения, позволяющих вычислять математические выражения и связывать элементы в структурные схемы САУ (Math, Functions & Tables, Signal & Systems). Библиотека Simulink от версии к версии наращивается. Появилось расширение библиотеки Simulink - Simulink Extras с разделами Additional Discrete, Additional Linear, Additional Sinks, триггерными элементами Flip Flops, реальными дифференцирующими звеньями Linearization, преобразованиями систем координат Transformation. В версиях 5.X многие приложения традиционного MatLab переведены на Simulink. Появились средства конструирования интерактивных пользовательских программ (Dials & Gauges Blockset), набор блоков для задания САУ в виде непрерывных или дискретных передаточных функции либо моделей состояния (Control System Toolbox), набор блоков для оптимальной параметрической настройки САУ (NCD Blockset), набор блоков для моделирования электротехнических объектов (Power System Blockset), блоки управления оборудованием в реальном времени (Real-Time Windows Target, Real-Time Workshop) и ряд других.

2. ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕРАКТИВНОГО ИНТЕРФЕЙСА

Работа с пакетом MatLab начинается с загрузки программы, ярлык которой находится на рабочем столе Windows-интерфейса. После загрузки появляется командное окно, в котором можно задавать различные команды (операторы) входного языка. Каждая команда набирается после подсказки `>>` и завершается нажатием клавиши Enter. В одной строке можно набрать несколько команд с использованием точки с запятой.

Например, таким образом можно задать значения переменным. Как и в других языках интерпретирующего типа, описывать переменные здесь не нужно. Примером набора команд инициализации переменных может служить строка

```
>>k=10; T=0.2; ksi=0.5;
```

Если точки с запятой не ставить, то каждый оператор нужно начинать с новой строки. При этом в командном окне вводимые данные отобразятся эхо - печатью.

Для набора матрицы можно воспользоваться двумя способами.

Первый способ (на примере единичной матрицы):

```
>>A=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
```

Следует отметить, что данный способ используется также при вводе векторов и матриц в диалоговых окнах блоков Simulink. Матрица при этом записывается по строкам; строки отделяются точкой с запятой, элементы в строке - пробелами (по меньшей мере одним).

Второй способ (на том же примере)

```
>>A=[1 0 0 0  
    0 1 0 0  
    0 0 1 0  
    0 0 0 1]
```

Следует иметь в виду, что имена переменных чувствительны к регистру, т.е. одни и те же буквы в именах (например k и K), набитые в разных регистрах, означают разные символы.

Кроме ввода отдельных операторов, из командного окна загружают программы на входном языке MatLab. Подсказки по загрузке трех таких программ - Helpwin, Helpdesk, Demo, - выводятся в командное окно автоматически при загрузке пакета. Первые две - это элементы справочной системы MatLab и Simulink, последняя - демонстрационная программа, посредством которой можно изучить большое количество примеров программирования на языке MatLab, а также моделей Simulink. Все эти примеры находятся в поддиректории Toolbox. В частности, для Simulink-моделей соответствующие примеры (вместе с сопутствующими m-файлами - см. ниже) находятся в директории ...Toolbox\Simulink\Simdemos. Все файлы с MatLab - программами имеют расширение .m, с Simulink - моделями -

расширение .mdl. Следует также иметь в виду, что в некоторых случаях перед счетом Simulink - модели необходимо предварительно загрузить и выполнить MatLab - программу. Обычно такие MatLab - программы нужны для инициализации (т.е. начальной загрузки данных) либо для комбинирования средств Simulink со средствами MatLab. В демонстрационной задаче комплекс необходимых для выбранной задачи m- и mdl-файлов загружается автоматически.

При создании m-файлов необходимо соблюдать следующие правила:

- 1) m-файл - обычный текстовый файл, который в принципе можно создавать в любом текстовом редакторе; в MatLab же имеется специальный редактор MatLab Editor/Debugger, в котором совмещаются функции редактора и отладчика; редактор вызывается кнопкой New или при загрузке существующего m-файла;
- 2) содержимое m-файла при инициализации - командные строки указанного выше вида, но без символов >>;
- 3) сформированный m-файл необходимо сохранить в какой-либо директории;
- 4) для последующего вызова m-файла необходимо посредством пункта меню File/Set Path... командного окна зарегистрировать путь к сохраненному файлу.

Работа с Simulink состоит из следующих шагов.

1)Вызов библиотеки Simulink Library Browser - осуществляется из командного окна путем набора команды
>>simulink

либо нажатием инструментальной кнопки в верхней части командного окна (кнопка снабжена всплывающей подсказкой Simulink Library Browser). После загрузки Simulink появляется окно библиотеки Simulink Library Browser. В последних версиях MatLab библиотека представлена древовидной структурой, сходной с файловой структурой проводника Windows.

2)Загрузка mdl-файла или создание модели - осуществляется выбором соответствующего пункта выпадающего меню из пункта горизонтального меню «File» окна Simulink Library Browser (не командного окна MatLab - оттуда загружаются и исполняются m-файлы). После загрузки mdl-файла появляется окно моделирования со структурной схемой моделируемой системы. Если модель новая - появляется пустое модельное окно.

3)Модификация или конструирование модели производится путем поочередного перетаскивания мышью элементов библиотеки в окно

моделирования. Перетаскиваемыми элементами могут быть блоки либо группы блоков. Нельзя переместить в модельное окно лишь группы верхнего уровня вложения (например, всю группу Simulink). Если в модельное окно перемещена группа блоков, то двойным щелчком мыши эту группу можно раскрыть. При этом появляется новое окно с блоками, которые можно перетаскивать в модельное окно. Большинство блоков имеет входы и выходы, помеченные маленькими стрелками. Входов и выходов может быть много. Входы и выходы блоков можно связывать между собой посредством мыши.

Перетаскивание элементов осуществляется при нажатии левой кнопки мыши на выбранном объекте библиотеки из окна Simulink Library Browser и отпускания кнопки при перемещении объекта в нужную позицию модельного окна. Изменение размеров объекта и его перемещение по окну производится стандартными для Windows-интерфейса способами.

Связь между блоками производится нажатием левой кнопки мыши на выходе блока, передвижением курсора до какого-либо входа другого (или этого же) блока и отпускания кнопки. Можно рисовать связь и в обратном порядке - от входа. Линию можно рисовать частями - тогда кнопку следует отпустить в месте окончания соответствующей части. Разветвление линий производится путем соединения входа какого-либо блока с другой линией. При этом крест-курсор необходимо достаточно точно надвинуть на другую линию и отпустить кнопку. При правильном соединении с линией в месте соединения должна появиться точка. Слияние линий не предусмотрено. Для этой цели предусмотрен блок Sum (из группы Math). При правильном соединении со входом блока появляется жирная стрелка. Отсутствие точки в месте разветвления или жирной стрелки в месте соединения со входом блока свидетельствует об отсутствии соединения. В этом случае набранная схема будет работать неправильно.

Выделение блока или линии производится однократным щелчком левой кнопки мыши при совмещенном положении курсора с выделяемым блоком или линией. Группа блоков и линий выделяется так же, как и в других программах Windows-интерфейса - обведением пунктирной рамкой при нажатой левой кнопке мыши.

Выделенные элементы можно удалить (клавишей Delete или инструментальной кнопкой Cut), скопировать в буфер (кнопкой Copy), вернуть из буфера в позицию курсора (кнопкой Paste). Эти же действия можно осуществить с помощью пункта меню, вызываемого нажатием правой кнопки мыши.

4) Задание параметров блокам - производится двойным щелчком левой кнопки на изображении блока. При этом открывается индивидуальное для каждого блока окно, где задаются его параметры. Другой способ задания параметров и характеристик изображения блока -

с помощью контекстного меню, открываемого правой кнопкой мыши, когда курсор находится в поле данного блока. Параметры могут быть как числовые, так и в виде переменных. В последнем случае перед запуском модели на счет переменные инициализируют, т.е. задают числовые значения в командной строке окна MatLab (см. пример выше) и исполняют эту строку. Многие параметры задаются в виде векторов или матриц. При этом элементы векторов и строк матриц отделяются пробелами, а строки матриц - точками с запятой. При запуске неинициализированной модели (если инициализация необходима) появляется окно с сообщением об ошибке.

В упомянутом выше контекстном меню имеется пункт Block Properties (свойства блока). Открыв диалоговое окно свойств блока, можно в поле Open function указать имя m-файла, который загрузится и исполнится при двойном щелчке по полю данного блока. Этим способом часто пользуются для автоматического вызова сопутствующих mdl-модели m-файлов (например, для инициализации).

Можно изменить имя блока. Для этого достаточно однократно щелкнуть мышью по имени блока под его изображением, после чего появится вертикальный курсор и обведенное рамкой поле. Имена блоков можно задавать в виде произвольных последовательностей символов, в том числе кириллических.

5)Задание параметров моделирования - производится путем раскрытия пункта горизонтального меню модельного окна Simulation/Parameters, где задаются начальное и конечное время моделирования, метод интегрирования дифференциальных уравнений, точность и некоторые другие параметры. По умолчанию установлен метод интегрирования с автоматическим выбором шага, поэтому в данном случае шаг указывать не нужно.

6)Моделирование - производится путем раскрытия пункта горизонтального меню модельного окна Simulation/Start либо нажатием инструментальной кнопки со всплывающей подсказкой Start/Pause Simulation. Завершается моделирование либо по истечению модельного времени либо принудительно кнопкой Stop Simulation.

3. ОСОБЕННОСТИ ВВОДА ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ БЛОКОВ

3.1. Блок Transfer Fcn (из Simulink\Continue или из Simulink Extras\Additional Linear)

Передаточная функция. Числитель и знаменатель задаются векторами коэффициентов по убывающим степеням s . При этом коэффициенты при старших степенях должны быть ненулевыми. Передаточные функции звеньев, где степень числителя больше степени знаменателя, задаются в виде матриц с размерностью строки, равной размерности вектора коэффициентов знаменателя. Для звеньев с ненулевыми начальными условиями (Initial Output) вместо данного блока следует использовать блок с тем же именем из Simulink Extras\Additional Linear.

3.2. Блок Sum (из Simulink\Math)

Сумматор. Может иметь вид кружка (round) или прямоугольника (rectangular), задаваемый параметром Icon Shape. Знаки суммирования по каждому входу задаются символьной строкой List of signs, где можно указывать знаки + (плюс), - (минус), | (вертикальную черту). Последняя предназначена для отображения отсутствующего входа. Выход у блока один.

3.3. Блок Product (из Simulink\Math)

Блок умножения/деления. По умолчанию имеет два входа на умножение. Если в блоке более двух входов на умножение, в поле параметра Number of Inputs указывается нужное число. Если имеются входы на деление, в поле данного параметра записывается строка, состоящая из символов * и /.

3.4. Блок Integrator (из Simulink\Continue)

Интегратор. Задаются начальное условие, наличие ограничений («полок») на выходе и величины нижней и верхней полка.

3.5. Блок Fcn (из Simulink\Functions & Tables)

Функция многих переменных. Вектор входных переменных передается по единственному входу, а в функциональном выражении используются его компоненты в виде u (если переменная одна) и $u(1)$, $u(2)$, ..., если переменных несколько. Отметим, что другие (кроме u) буквы для обозначения входных переменных использовать нельзя.

3.6. Блок Gain (из Simulink\Math)

Коэффициент усиления. Вводится значение коэффициента усиления.

3.7. Блок Constant (из Simulink\Sources)

Константа. Вводится числовое или в виде переменной значение.

3.8. Блок Scope (из Simulink\Sinks)

Индикатор. Фиксирует графики зависимостей от времени. При двойном щелчке на пиктограмме блока открывается окно с полем для графика и инструментальными кнопками. Кнопка с изображением бинокля предназначена для автоматического выбора масштаба графика. Следующая за ней кнопка фиксирует текущие установки осей. Далее идет кнопка, открывающая окно со свойствами (Properties). Там, в частности, можно задать многовходовой индикатор. Для этого следует задать число входов в поле Number of axes. Здесь же можно выбрать опцию Tick Labels, задающей наличие градуировок на осях абсцисс - только нижней, всех или без градуировок. Многовходовой индикатор удобен при выводе графиков на печать, поскольку каждому входу соответствует свой график, однако на печать они выводятся одним листом. Кнопка печати с привычной для Windows-интерфейса иконкой расположена за кнопкой свойств. Можно на один график вывести несколько зависимостей. Для этого на соответствующий вход индикатора нужно подать векторный сигнал. Последний же можно сформировать из нескольких скалярных сигналов, пропустив их через мультиплексор (блок Mux из Signals & Systems).

3.9. Блок Display (из Simulink\Sinks)

Дисплей. Предназначен для вывода числовой информации. В окне параметров, вызываемом двойным щелчком, можно задать формат выводимых чисел.

3.10. Блок Mux (из Simulink\Signals & Systems)

Мультиплексор. Блок с многими в общем случае векторными входами и одним векторным выходом. Выходной вектор имеет размерность, равную сумме размерностей входных векторов. В окне параметров задается количество входов.

3.11. Блок Demux (из Simulink\Signals & Systems)

Демультимплексор. Блок с одним векторным входом и многими в общем случае векторными выходами. Расщепляет входной вектор на подвектора меньшей размерности. В окне параметров задается количество выходов. Если количество выходов равно размерности входного вектора, происходит расщепление вектора на его компоненты.

3.12. Блок DEE

Редактор дифференциальных уравнений (Differential Equation Editor). Данный блок не входит в Simulink Library. Его можно извлечь из директории ...\\toolbox\\simulink\\dee, где есть несколько использующих этот блок моделей, например ...\\toolbox\\simulink\\dee\\deedemo1.mdl. Проще всего это можно сделать, выполнив из командного окна MatLab команду >>dee. В результате появится модельное окно, на котором будут находиться блоки четырех демонстрационных программ, использующих DEE. Двойным щелчком по выбранной программе загружаем выбранный пример в автоматически открывающееся новое модельное окно и перетаскиваем мышью блок DEE в модельное окно создаваемого проекта. После этой операции блок необходимо настроить на моделируемую систему. Для этого двойным щелчком мыши открываем окно параметров и задаем правые части дифференциальных уравнений, начальные условия и выходные переменные моделируемой системы. Количество выходных переменных определяет число выходов блока DEE. Использование DEE значительно сокращает размер модели, хотя при этом теряется наглядность и структурное подобие. Если при формировании правых частей или в других местах допущены ошибки, после старта моделирования появится окно с сообщением об ошибке. Наличие ошибок проявляется также и в том, что курсор в пределах окна моделирования имеет при этом форму песочных часов. Если же ошибок нет, курсор после завершения верификации приобретает обычную форму. При обнаружении ошибок необходимо вернуться к окну параметров DEE, исправить ошибки, а затем нажать кнопку Rebuild. Если ошибка была внесена в результате коррекции правильной программы, можно для возврата к ней воспользоваться инструментальной кнопкой Undo. Отметим некоторые ограничения при наборе моделей в этом блоке: нельзя задавать правые части без переменных; число выходов не должно превышать числа входов; выражения для правых частей должны быть достаточно простыми (см. информацию, вызываемую кнопкой Help на панели блока DEE). Эти ограничения следует иметь в виду при выборе способа моделирования - посредством структурных схем или блока DEE.

3.13. Блок State-Space (из Continuous)

Линейная модель пространства состояний. Задаются матрицы A , B , C , D калмановской модели состояний и начальные условия. Ввод матриц - первым способом, описанным в начале раздела 2.

3.14. Блок Matrix Gain (из Math)

Матричный коэффициент усиления. Фактически это блок State-Space, в котором матрицы A , B и C - нулевые. Это можно увидеть, выбрав пункт Look Under Mask из меню, вызываемого правой кнопкой мыши при совмещенном положении курсора и данного блока в модельном окне. При этом подразумевается векторно-матричная операция $D \cdot u$, где вектор u подается на вход блока. Матрица D - прямоугольная с числом столбцов, равным размерности вектора u . На выходе блока - вектор с размерностью, равной числу строк матрицы D . При мультиплексировании скалярных сигналов в векторный вход u используют блок Mux, а расщепление векторного выхода $D \cdot u$ на составляющие - демультимплексор Demux из Signals & Systems.

3.15. Блоки Goto и From (из Signals & Systems)

Данные блоки применяются в роли соединителей, когда схема достаточно сложная. Соединение линий происходит по имени соединения, задаваемом в полях Tag блока Goto и Goto Tag блока From. Другими словами, если линия соединения слишком длинная либо ее неудобно располагать на схеме, линия прерывается блоком Goto и продолжается от блока From, в указанных выше полях которых задается одно и то же имя. Блок Goto может передавать сигнал и на блоки других модулей. Эта опция управляется параметром Tag Visibility.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

«ИЗУЧЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ СРЕДСТВ ПАКЕТА MATLAB»

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы - изучить правила эксплуатации пакета MatLab и его подсистемы Simulink.

2. ОБЪЕКТЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Объектом и инструментом исследования является пакет MatLab и его подсистема Simulink для IBM-совместимых персональных компьютеров.

3. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

Работа выполняется за четыре академических часа, в течение которых необходимо выполнить следующее.

3.1. Изучить часть «Пакет MatLab и подсистема Simulink» настоящих методических указаний.

3.2. Набрать модель САУ, заданную структурной схемой из инерционного звена первого порядка с коэффициентом усиления k и постоянной времени T , замкнутого отрицательной обратной связью с коэффициентом kos ; на вход САУ подать сумму линейно возрастающего и синусоидального воздействий; на выходе подключить индикатор в многоходовом режиме для фиксации выходной координаты, сигнала ошибки рассогласования (разности задающего воздействия и сигнала обратной связи), задающего воздействия и его составляющих. Задающее воздействие и выходную координату вывести на один график. Составляющие задающего воздействия вывести на один отдельный график.

Для реализации этого задания воспользоваться блоками:

- Transfer Fcn - для передаточной функции прямой цепи;
- Gain - для коэффициента обратной связи;
- Constant из Sources, Integrator (для линейно возрастающего) и Sine Wave (из Sources) - для синусоидального воздействий;
- Sum - для формирования сигнала ошибки рассогласования;
- Mux - для мультиплексирования задающего воздействия и выходной координаты при их выводе на векторный вход индикатора;

- Score с двумя входами - для вывода задающего воздействия и выходной координаты на одном графике (векторный вход), сигнала ошибки на другом; установить автоматический выбор масштаба графиков и градуировку оси абсцисс на обоих графиках;
- Display - для фиксации установившихся значений ошибки рассогласования и выходной координаты.

Звенья в цепи обратной связи удобно изображать в повернутом на 180° виде. Для этого щелчком правой кнопки мыши вызываем меню и выбираем пункт Format/Rotate. При этом блок поворачивается на 90° . Двукратное выполнение этих действий приводит к требуемому результату.

Для всех блоков задать содержательные имена. Размещать блоки следует таким образом, чтобы соединительные линии имели как можно меньше пересечений.

Параметры k и T , параметры воздействий задать в буквенном виде и инициализировать их в командном окне MatLab. Численные значения параметров выбрать самостоятельно. После инициализации задать конечное время моделирования (см. перечисление 5 из раздела «Элементы интерактивного интерфейса») таким образом, чтобы время моделирования было не меньше пяти постоянных времени. Коэффициент отрицательной обратной связи задать 0.5. Параметры воздействий назначить таким образом, чтобы за время моделирования линейно возрастающая часть воздействия изменилась от нуля до единицы, а синусоидальная часть воздействия представляла собой одну полную волну с единичной максимальной амплитудой. Получить распечатку из окна моделирования набранной структурной схемы и графиков из окна индикатора (перед печатью задать свойства принтера - формат A4 и книжную ориентацию листа).

3.3. Перевести структурную схему из предыдущего подраздела в дифференциальное уравнение и набрать Simulink-модель с использованием блока DEE. Вывести на индикатор и дисплей те же величины. Получить распечатку из окна моделирования набранной структурной схемы и графиков из окна индикатора (перед печатью задать свойства принтера - формат A4 и книжную ориентацию листа).

3.4. Сформировать отчет, включающий: титульный лист установленной формы; структурные схемы моделирования из пунктов 3.2 и 3.3, полученные распечатками из окна моделирования; графики зависимостей, полученных распечатками из окон индикаторов; выводы о достоинствах и недостатках способов моделирования по структурным схемам и по дифференциальным уравнениям.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 **«МОДЕЛИРОВАНИЕ САУ СРЕДСТВАМИ SIMULINK** **ПО СТРУКТУРНЫМ СХЕМАМ»**

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы - изучить способы моделирования динамических систем методом структурных схем Simulink.

2. ОБЪЕКТЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Объектом и инструментом исследования является пакет MatLab и его подсистема Simulink для IBM-совместимых персональных компьютеров.

3. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

Работа выполняется за четыре академических часа, в течение которых необходимо выполнить следующее.

3.1. Изучить часть «Пакет MatLab и подсистема Simulink» настоящих методических указаний.

3.2. Получить вариант САУ у преподавателя. Если модель задана в виде системы дифференциальных уравнений, представить ее структурной схемой. Общий способ такого представления, пригодный как для линейных, так и для нелинейных систем, следующий:

- для каждого дифференциального уравнения изображается блок Integrator (из Simulink\Continue); выходом каждого интегратора является соответствующая переменная состояния;
- если по каким-то переменным начальные условия ненулевые, то они указываются при параметрической настройке данного интегратора;
- на вход каждого из интеграторов подают его функцию правых частей, формируемую из переменных состояния и внешних воздействий посредством блоков Sum, Gain, Product и других; в тех случаях, когда функции правых частей очень сложные или для них нет специализированных блоков, используют блок Fcn;
- если в модели имеются зависящие от времени параметры, для формирования времени вводят специальный интегратор (Integrator) с единичным коэффициентом и единичным входным воздействием (Constant).

3.3. Набрать структурную схему модели САУ, задать параметры блоков и моделирования; произвести инициализацию переменных и моделирование.

3.6. Сформировать отчет, включающий: титульный лист установленной формы; структурную схему моделирования из пункта 3.3, полученную распечатками из окон (окна) моделирования; требуемые графики зависимостей, полученных распечатками из окон (окна) индикаторов; выводы с анализом полученных результатов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

«МОДЕЛИРОВАНИЕ САУ СРЕДСТВАМИ SIM ULINK ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ»

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы - изучить способы моделирования динамических систем посредством блока DEE подсистемы Simulink.

2. ОБЪЕКТЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Объектом и инструментом исследования является пакет MatLab и его подсистема Simulink для IBM-совместимых персональных компьютеров.

3. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

Работа выполняется за четыре академических часа, в течение которых необходимо выполнить следующее.

3.1. Использовать тот же вариант САУ, что и в лабораторной работе №2. Если модель задана структурной схемой, представить ее в виде эквивалентных дифференциальных уравнений. Для этого все передаточные функции элементарных звеньев, используя обратное преобразование Лапласа, заменяем эквивалентными дифференциальными уравнениями и начальными условиями. Если при этом в правых частях появляются производные от воздействий, соответствующие дифференциальные уравнения следует преобразовать к канонической форме [1], с.106.

Для дифференциального уравнения в операторной форме

$$a_n p^n y + a_{n-1} p^{n-1} y + \dots + a_0 = b_n p^n u + b_{n-1} p^{n-1} u + \dots + b_0$$

система канонических уравнений получается заменой

$$v_i = \frac{1}{p}(v_{i-1} + b_{i-1}u - a_{i-1}y), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad v_0 = 0; \quad y = \frac{1}{a_n}(v_n + b_n u).$$

В результате обратного перехода от операторной формы к

дифференциальной получается замкнутая система дифференциальных уравнений относительно новых переменных v_i . Следует обратить внимание на то, что коэффициент a_n данного преобразования не может быть равным нулю, что соответствует физически реализуемой эквивалентной передаточной функции.

3.2. Посредством блоков DEE, Scope, Display и, возможно, других блоков набрать заданный вариант модели САУ, задать параметры блоков и моделирования; произвести инициализацию переменных и моделирование. Вывести на индикатор (Scope) и дисплеи (Display) все фазовые координаты модели. Для отдельных вариантов вывести дополнительную информацию, указанную в соответствующем задании.

3.3. Сформировать отчет, включающий: титульный лист установленной формы; структурную схему моделирования, полученную распечатками из окон (окна) моделирования; требуемые графики зависимостей, полученных распечатками из окон (окна) индикаторов; выводы с анализом полученных результатов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кириллов В.В. Аналоговое моделирование динамических систем / В.В.Кириллов, В.С.Моисеев.-Л.:Машиностроение, 1977.-106с.
2. Васильев, В. В. Математическое и компьютерное моделирование процессов и систем в среде MATLAB/SIMULINK [Текст] : учеб. пособие / В. В. Васильев, Л. А. Симак, А. М. Рыбникова ; Нац. акад. наук Украины, Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова, Нац. авиац. ун-т. - К. : Изд-во Нац. акад. наук Украины, 2008. - 92 с. , рус.
3. Цисарь, И. Ф. MATLAB Simulink : компьютерное моделирование экономики [Текст] / И. Ф. Цисарь. - М. : СОЛОН - Пресс, 2008. - 256 с., рус.
4. Лазарев, Ю. Ф. MatLAB 5.x [Текст] : учеб. пособие / Ю. Ф. Лазарев. - К. : Ириша : BHV, 2000. - 384 с., рус.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

П.А.1 Электродвигатель постоянного тока

Электродвигатель постоянного тока может управляться по схемам независимого, параллельного и последовательного возбуждения [2].

Математическая модель двигателя с независимым возбуждением имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_B}{dt} &= -\frac{r_B}{L_B} i_B + \frac{1}{L_B} u_B, \\ \frac{di_A}{dt} &= -\frac{r_A}{L_A} i_A - \frac{k_1}{L_A} i_B \omega + \frac{1}{L_A} u_A, \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{1}{J_M} k_M \omega + \frac{k_2}{J_M} i_A i_B, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.А.1})$$

где i_B, i_A - токи возбуждения и якоря двигателя, ω - скорость двигателя, u_B, u_A - управляющие напряжения на обмотке возбуждения и на якоре двигателя, r_B, L_B, r_A, L_A - сопротивления и индуктивности обмотки возбуждения и якоря, k_1, k_2 - электрические и механические постоянные, k_M - коэффициент пропорциональности момента нагрузки и скорости, J_M - момент инерции. В случае разгона начальные условия нулевые, а установившиеся значения переменных удовлетворяют соотношениям

$$i_B^* = \frac{U_{\text{ВНОМ}}}{r_B}, \quad k_M \omega^* = k_2 i_A^* i_B^*, \quad U_{\text{АНОМ}} = k_1 i_B^* \omega^* + r_A i_A^*, \quad (\text{П.А.2})$$

где $U_{\text{ВНОМ}}, U_{\text{АНОМ}}$ - номинальные значения напряжений возбуждения и якоря. В случае торможения начальные и установившиеся значения переменных меняются местами.

Схема параллельного возбуждения отличается от приведенной выше только тем, что на обмотки возбуждения и якоря подается одно и то же напряжение, т.е. $u_B = u_A$.

В схеме с последовательным возбуждением математическая модель имеет вид

$$\left. \begin{aligned} L_A \frac{di_A}{dt} + r_A i_A + k_1 i_A \omega &= u, \\ J_M \frac{d\omega}{dt} + k_M \omega &= k_2 i_A^2, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.А.3})$$

где U - управляющее напряжение.

Установившиеся значения координат для схем параллельного и последовательного возбуждения определяются из уравнений:

для двигателя с последовательным возбуждением -

$$\left. \begin{aligned} (i_A^*)^3 + i_A^* \frac{r_A k_M}{k_1 k_2} - U_{ном} \frac{k_M}{k_1 k_2} &= 0, \\ \omega^* &= (i_A^*)^2 \frac{k_2}{k_M}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.А.4})$$

для двигателя с параллельным возбуждением -

$$i_B^* = \frac{U_{ном}}{r_B}, \quad i_A^* = \frac{U_{ном}}{r_A + \frac{k_1 k_2}{k_M} (i_B^*)^2}, \quad \omega^* = \frac{k_2}{k_M} i_B^* i_A^*, \quad (\text{П.А.5})$$

где $U_{ном}$ - номинальное значение напряжения двигателя.

Параметры: $r_B=60$ Ом, $L_B=15$ Гн, $r_A=0,7$ Ом, $L_A=0,6$ Гн, $k_1=0,37$ Ом·с, $k_2=0,8$ Н·м/А², $J_M=2$ кг/м², k_M принят $0,7$ Н·м·с.

П.А.2 Синхронный электродвигатель

Ниже приведена математическая модель двигателя [3], полученная на основе преобразования Парка-Горева, ставящего в соответствие физическим переменным i_a, i_b, i_c их проекции на d, q -оси, связанные с вращающимся ротором:

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} [i_a \cos p\theta + i_b \cos(p\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos(p\theta + \frac{2\pi}{3})], \\ i_q &= -\frac{2}{3} [i_a \sin p\theta + i_b \sin(p\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \sin(p\theta + \frac{2\pi}{3})], \end{aligned} \right\}$$

где θ - угол поворота ротора, p - число пар полюсов, i_a, i_b, i_c - система трехфазных токов, i_d, i_q - токи в d, q -координатах. Аналогичные соотношения справедливы и для трехфазной системы напряжений u_a, u_b, u_c . В предположении линейности магнитной цепи двигателя и отсутствия в ней потерь модель Парка-Горева имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R}{L}i_d + p\omega \cdot i_q + \frac{1}{L}u_d, \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R}{L}i_q - p\omega \cdot i_d - p\frac{\phi}{L}\omega + \frac{1}{L}u_q, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J}\phi \cdot i_q - \frac{f}{J}\omega + \frac{M_H}{J}, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega, \end{aligned} \right\}$$

где u_d, u_q – проекции на оси d, q напряжений статора; ϕ – постоянный магнитный поток, создаваемый ротором; R, L – сопротивление и индуктивность обмотки фазы статора (из-за того, что ротор гладкий, индуктивности L_d, L_q по осям d, q одинаковы: $L_d = L_q = L$); J – момент инерции, f – коэффициент трения, M_H – момент нагрузки, ω – угловая скорость.

Управляющими воздействиями здесь являются напряжения $u_d(t), u_q(t)$, при которых за время t_f ротор двигателя разгоняется из состояния покоя до заданной скорости ω^* . Необходимо также, чтобы токи i_d, i_q приняли в момент t_f значения i_d^*, i_q^* , соответствующие стационарному режиму, характерному для скорости ω^* .

С помощью обратного преобразования Парка-Горева осуществляется переход к физическим координатам. Например, для фазных управляющих напряжений u_a, u_b, u_c имеем:

$$u_a(t) = u_d(t) \cos p\theta(t) - u_q(t) \sin p\theta(t);$$

$$u_b(t) = u_d(t) \cos(p\theta(t) - \frac{2\pi}{3}) - u_q(t) \sin(p\theta(t) - \frac{2\pi}{3});$$

$$u_c(t) = u_d(t) \cos(p\theta(t) + \frac{2\pi}{3}) - u_q(t) \sin(p\theta(t) + \frac{2\pi}{3}).$$

Аналогично определяются фазные токи i_a, i_b, i_c через токи i_d, i_q .

Моделирование произвести для гладкороторного синхронного микродвигателя с параметрами: $R = 0,6$ Ом, $L = 0,0014$ Гн, $p = 4$, $\phi = 0,12$ Вб, $J = 0,0011$ кг · м², $f = 0,0014$ н · м · с, $M_H = 10$ н · м.

П.А.3 Асинхронный трехфазный электродвигатель

Математическая модель асинхронного электродвигателя «в потокосцеплениях» имеет вид [4], с.228:

$$\frac{d\omega_p}{dt} = \frac{p}{J} \cdot (M_e - M_c),$$

$$\frac{d\Psi_\alpha^s}{dt} = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t) - a\Psi_\alpha^s + b\Psi_\alpha^r$$

$$\frac{d\Psi_\beta^s}{dt} = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t) - a\Psi_\beta^s + b\Psi_\beta^r,$$

$$\frac{d\Psi_\alpha^r}{dt} = -c\Psi_\alpha^r + d\Psi_\alpha^s - \omega_p \cdot \Psi_\beta^r,$$

$$\frac{d\Psi_\beta^r}{dt} = -c\Psi_\beta^r + d\Psi_\beta^s + \omega_p \cdot \Psi_\alpha^r,$$

$$M_e = e \cdot (\Psi_\beta^s \Psi_\alpha^r - \Psi_\alpha^s \Psi_\beta^r),$$

$$G = L^s \cdot L^r - M^2,$$

$$a = \frac{R^s \cdot L^r}{G}, b = \frac{R^s \cdot M}{G}, c = \frac{R^r \cdot L^s}{G}, d = \frac{R^r \cdot M}{G},$$

$$e = \frac{m \cdot p \cdot M}{2G},$$

Ниже приведены описания координат модели, а также численные значения параметров для электродвигателя типа А42-6.

ω_p - угловая скорость вращения ротора;

Ψ с соответствующими индексами - проекции векторов потокоцеплений ротора (индекс **r**) и статора (индекс **s**) на взаимно перпендикулярные оси **α** и **β** неподвижной системы координат;

p=3 - число пар полюсов;

m=3 - число фаз;

J=0.00152 кГм² - момент инерции;

M=0.263 Гн - взаимная индуктивность;

L и **R** с индексами - соответственно индуктивности и активные сопротивления ротора и статора; их значения (в генри и омах) приведены ниже;

$L^r = 0,289$; $L^s = 0,279$; $R^r = 3,8$; $R^s = 3,57$;

$\omega=314 \text{ с}^{-1}$ - круговая частота питающего напряжения;

M_c=4 Н·м - момент сопротивления,

U_m - амплитуда питающего напряжения - управляющее воздействие.

П.А.4 Синхронный генератор

Дана модель синхронного генератора, представленная дифференциальными уравнениями Парка-Горева [5]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_d}{dt} &= -\psi_q - r i_d - u_d; \\ \frac{d\psi_q}{dt} &= \psi_d - r i_q - u_q; \\ \frac{d\psi_f}{dt} &= -r_f i_f + u_f; \\ \frac{d\psi_{1d}}{dt} &= -r_{1d} i_{1d}; \\ \frac{d\psi_{1q}}{dt} &= -r_{1q} i_{1q} \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} x_{ad} i_f + x_{ad} i_{1d} + x_d i_d - \psi_d &= 0; \\ x_{aq} i_{1q} + x_q i_q - \psi_q &= 0; \\ x_f i_f + x_{ad} i_{1d} + x_{ad} i_d - \psi_f &= 0; \\ x_{1d} i_{1d} + x_{ad} i_f + x_{ad} i_d - \psi_{1d} &= 0; \\ x_{1q} i_{1q} + x_{aq} i_q - \psi_{1q} &= 0 \end{aligned} \right\},$$

где $\psi_d, \psi_q, i_d, i_q, u_d, u_q$ - продольные и поперечные составляющие потокосцепления, тока и напряжения статора; $\psi_{1d}, \psi_{1q}, i_{1d}, i_{1q}, r_{1d}, r_{1q}$ - потокосцепления, токи и сопротивления продольной и поперечной демпферной обмоток; ψ_f, i_f, r_f, u_f - потокосцепление, ток, сопротивление и управляющее напряжение обмотки возбуждения; x_d, x_q - продольное и поперечное индуктивные сопротивления статора; $x_{1d}, x_{1q}, r_{1d}, r_{1q}$ - индуктивные и активные сопротивления демпферных обмоток; r - активное сопротивление обмотки фазы статора; x_{ad}, x_{aq} - взаимные индуктивные сопротивления вдоль продольной и поперечной осей СГ. Предполагается, что генератор работает на активную нагрузку: $u_d = i_d r_n$; $u_q = i_q r_n$

Уравнения представим в векторно-матричной форме:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + A_2 z + B u_f, \\ 0 &= A_3 x + A_4 z, \end{aligned} \right\}$$

$$\Gamma \text{де } A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -r-r_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r-r_h & 0 & 0 \\ -r_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_{1d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -r_{1q} \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; A_3 = \text{diag}[-1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1]; A_4 = \begin{bmatrix} x_{ad} & x_d & 0 & x_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & x_q & 0 & x_{aq} \\ x_f & x_{ad} & 0 & x_{ad} & 0 \\ x_{ad} & x_{ad} & 0 & x_{1d} & 0 \\ 0 & 0 & x_{aq} & 0 & x_{1q} \end{bmatrix};$$

$$x = \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_f \\ \psi_{1d} \\ \psi_{1q} \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} i_f \\ i_d \\ i_q \\ i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix};$$

Произвести моделирование для СГ мощностью 67 МВА с напряжением 10,5 кВ и током 3,68 кА [Ульянов1] и с параметрами (в относительных единицах): $x_d = 1$, $x_q = 0,6$, $x_{ad} = 0,85$, $x_{aq} = 0,45$, $r = 0,005$, $r_f = 0,000655$, $x_f = 1,03$, $x_{1d} = 0,95$, $x_{1q} = 0,58$, $r_{1d} = 0,003$, $r_{1q} = 0,00184$ при сопротивлении нагрузки $r_h = 0,1$ относительных единиц (о.е.).

Начальные условия, т.е. координаты вектора $x_0 = x(t_0)$ получим из расчета стационарного режима при номинальной нагрузке $r_h = 1$. Для этого приравняем нулю правую часть векторно-матричного дифференциального уравнения при $r_h = 1$, $u_f = U_{ном} = 0,008$ и получим:

$$x(t_0)^T = (0,8621 \ 0,5143 \ 1,2297 \ 0,9388 \ 0,3857).$$

После десятикратного возрастания нагрузки (т.е. уменьшения сопротивления нагрузки до $r_h = 0,1$) в начальный момент времени произойдет почти мгновенный «провал» напряжения на нагрузке, подсчитываемого по выражению $u_h = r_h \sqrt{i_d^2 + i_q^2}$ и затем его относительно медленное (за время порядка 50с) восстановления до уровня $u_h = 1$. Этот процесс необходимо воспроизвести с помощью моделирования.

П.А.5 Двухобмоточный электромагнит постоянного тока

Математическая модель электромагнита постоянного тока с удерживающей и пусковой обмотками с насыщающимся магнитопроводом строится по схеме [1]



Сопротивление r_1 , индуктивность рассеивания L_1 , число витков w_1 относятся к пусковой обмотке; аналогичные по смыслу параметры r_2, L_2, w_2 - к удерживающей обмотке. Нелинейную вебер-амперную характеристику магнитной цепи можно представить аппроксимирующим полиномом вида

$$F = a_1 \Phi + a_3 \Phi^3,$$

где Φ - магнитный поток в сердечнике,

F - намагничивающая сила обмоток.

Тогда на основании второго закона Кирхгофа можно получить модель

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} &= -i_1 \frac{w_1 r_1}{L_1 A(\Phi)} - i_2 \frac{w_2 r_2}{L_2 A(\Phi)} + u \frac{w_1 / L_1 + w_2 / L_2}{A(\Phi)}, \\ A(\Phi) &= \frac{w_1^2}{L_1} + \frac{w_2^2}{L_2} + a_1 + 3a_3 \Phi^2 \\ \frac{di_1}{dt} &= i_1 \frac{r_1}{L_1} \left(\frac{w_1^2}{L_1 A(\Phi)} - 1 \right) + i_2 \frac{r_2 w_1 w_2}{L_1 L_2 A(\Phi)} + u \frac{1}{L_1} \left(1 - \frac{w_1^2 / L_1 + w_1 w_2 / L_2}{A(\Phi)} \right), \\ \frac{di_2}{dt} &= i_1 \frac{r_1 w_1 w_2}{L_1 L_2 A(\Phi)} + i_2 \frac{r_2}{L_2} \left(\frac{w_2^2}{L_2 A(\Phi)} - 1 \right) + u \frac{1}{L_2} \left(1 - \frac{w_2^2 / L_2 + w_1 w_2 / L_1}{A(\Phi)} \right), \end{aligned} \right\}$$

где управляющим воздействием является напряжение u .

Параметры: $w_1=300$, $w_2=650$, $r_1=7.1$ Ом, $r_2=9.5$ Ом, $L_1=0.11$ Гн, $L_2=0.28$ Гн, $a_1=1.333 \cdot 10^4$, $a_3=2.667 \cdot 10^8$.

Терминальный алгоритм управления [9]

$$u(t) = \frac{\Phi_f - \Phi(t)}{T \cdot A_0} \cdot \exp[-A_1 \cdot (tf - t)],$$

$$A_0 = (w_1 / r_1 + w_2 / r_2) / z, \quad A_1 = -a_1 / z,$$

$$z = w_1^2 / r_1 + w_2^2 / r_2$$

обеспечивает приведение за заданное время t_f величины магнитного потока к заданному значению Φ_f .

П.А.6 Управление насосами в системе хранения питьевой воды

Имеется трубопроводная сеть, граф которой изображен ниже.

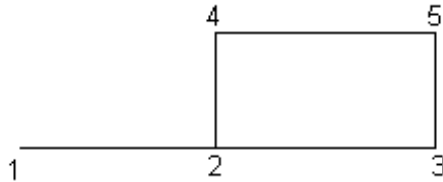


Рис.П.6.1

Предполагается, что геометрические уровни вершин 1, 2, 3 $z_1=z_2=z_3=0$, уровни вершин 4, 5 $z_4=z_5=5$ м. В вершинах 1 и 3 имеются напорные насосы. Трубы 2-4 и 3-5 - цилиндрические емкости высотой 5м, - предназначены для длительного хранения питьевой воды. Емкость 2-4 имеет диаметр 3м, емкость 3-5 - диаметр 5м. Остальные трубы диаметром 1м и длиной 10м каждая предназначены для подвода воды (труба 1-2) и соединения емкостей (трубы 2-3 и 4-5). В вершине 5 предполагается свободный выход воды через трубу, которая в рассматриваемую систему не входит. Целью управления является прокачка воды через емкости с помощью насосов таким образом, чтобы вода в каждой емкости обновлялась каждые два часа.

Модель данной системы без учета процессов перемешивания строится на основе уравнений Бернулли для неустановившегося напорного движения несжимаемой жидкости [6] в предположении абсолютной жесткости стенок труб и имеет вид

$$\left. \begin{aligned}
\frac{dQ_{ij}}{dt} &= -\beta_{ij}Q_{ij}^2 + \gamma_{ij}(h_i + z_i - h_j - z_j), \\
(i, j) &\in \{(1,2), (2,4), (4,5)\}, \\
\frac{dQ_{23}}{dt} &= -\beta_{23}Q_{23}^2 + \gamma_{23}(h_2 + z_2 - h_3 - z_3 + \Delta h_3), \\
\frac{dQ_{35}}{dt} &= -\beta_{35}Q_{35}^2 + \gamma_{35}(h_3 + z_3 - h_5 - z_5 + \Delta h_3), \\
\frac{dS_{24}}{dt} &= \frac{Q_{24}}{\sigma_{24}}, \quad \frac{dS_{35}}{dt} = \frac{Q_{35}}{\sigma_{35}}, \\
Q_{12} &= Q_{23} + Q_{24}, \quad Q_{24} = Q_{45}, \quad Q_{23} = Q_{35}, \\
\beta_{ij} &= \frac{\mu_{ij}}{2\alpha_0 L_{ij} \sigma_{ij}}, \quad \gamma_{ij} = \frac{\sigma_{ij} \cdot g}{\alpha_0 L_{ij}}, \\
(i, j) &\in P = \{(1,2), (2,3), (2,4), (3,5), (4,5)\}.
\end{aligned} \right\}$$

В системе $\sigma_{ij}, L_{ij}, Q_{ij}$ - соответственно площадь поперечного сечения, длина и расход для (i-j)-й трубы. Расходы связаны со скоростями прокачки U_{ij} выражениями

$$Q_{ij} = \sigma_{ij} \cdot U_{ij}, \quad \sigma_{ij} = \pi D_{ij}^2 / 4, \text{ где } D_{ij} - \text{ диаметр } ij\text{-й трубы.}$$

Другие параметры и переменные системы: h_i, h_j - пьезометрические напоры в i-й и j-й вершинах сети, L_{ij} - длина трубы (i-j), $g = 9,807 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ - ускорение свободного падения, $\alpha_0 \in [1,03; 1,05]$ - коэффициент коррекции количества движения. Параметр μ_{ij} определяется выражением

$$\mu_{ij} = \alpha + \lambda_{ij} \frac{L_{ij}}{D_{ij}} + \zeta_{ij}, \quad \lambda_{ij} = (2,035 \cdot \lg \frac{D_{ij}}{2 \cdot k_{ij}} - 1,74)^{-2},$$

где $\alpha \in [1,05; 2,00]$ - коэффициент коррекции скорости, учитывающий степень турбулентности потока (большие значения соответствуют меньшей турбулентности), ζ_{ij} - коэффициент местного сопротивления (i-j)-й трубы. Коэффициент сопротивления λ_{ij} (коэффициент Дарси) рассчитывается по приведенной выше формуле Кармана-Никурадзе для шероховатых труб, в которой k_{ij} - средняя высота бугорков шероховатости. Член Δh_3 отражает наличие насоса в месте соединения трубы (2,3) и емкости (3,5). Так как насос, нагнетая воду в емкость, одновременно отсасывает ее из трубы (2,3) и наоборот, указанный член входит в уравнения для (2,3) и (3,5) с разными знаками. Пьезометрический напор h_5 при свободном выходе потока из вершины 5 нулевой.

Управляющими воздействиями здесь являются напоры

$h_1, \Delta h_3 \in h^c$, от которых через уравнения расходов зависят другие напоры. Для зависимых напоров $h^\delta = \text{colon}(h_2, h_3, h_4)$ имеем следующую систему линейных уравнений: $A(\gamma) \cdot h^\delta = b(Q, \gamma, h^c)$, где

$$A(\gamma) = \begin{pmatrix} -\gamma_{12} - \gamma_{23} - \gamma_{24} & \gamma_{23} & \gamma_{24} \\ \gamma_{24} & 0 & -\gamma_{24} - \gamma_{45} \\ \gamma_{23} & -\gamma_{23} - \gamma_{35} & 0 \end{pmatrix},$$

$$b(Q, \gamma, h^c) = \begin{pmatrix} \beta_{12}Q_{12}^2 - \beta_{23}Q_{23}^2 - \beta_{24}Q_{24}^2 - \gamma_{12}h_1 - \gamma_{23}\Delta h_3 - \\ -\gamma_{12}(z_1 - z_2) + \gamma_{23}(z_2 - z_3) + \gamma_{24}(z_2 - z_4) \\ \beta_{24}Q_{24}^2 - \beta_{45}Q_{45}^2 - \gamma_{24}(z_2 - z_4) + \gamma_{45}(z_4 - z_5) - \gamma_{45}h_5 \\ \beta_{23}Q_{23}^2 - \beta_{35}Q_{35}^2 + (-\gamma_{23} + \gamma_{35})\Delta h_3 - \\ -\gamma_{23}(z_2 - z_3) + \gamma_{35}(z_3 - z_5) - \gamma_{35}h_5 \end{pmatrix}.$$

Произвести компьютерное моделирование данной системы для значений $k_{ij} = 0,0001 \text{ м}$, $\alpha_0 = 1,04$, $\alpha = 2$, конечного времени $t_f = 7200 \text{ с}$. Начальные условия выбрать из предположения, что в начальном состоянии вода в трубах и емкостях неподвижна. Этому соответствуют нулевые начальные значения для всех расходов, уровней и управляющего напора Δh_3 . Начальное же значение управляющего напора $h_1 = 5 \text{ м}$, так как этот напор противостоит напору водяных столбов в емкостях высотой 5 м. Попытаться подобрать зависимости $h_1(t)$, $\Delta h_3(t)$ такие, чтобы через 7200 с (т.е. два часа) уровни S_{24} и S_{35} были не меньше 5 м.

П.А.7 Управление орбитальным движением

Плоское движение в вакууме центра масс космического аппарата (КА) массой m вокруг небесного тела радиуса R_0 , описывается системой дифференциальных уравнений в полярной системе координат [14]

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= V_r, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= V_\varphi, \\ \frac{dV_r}{dt} &= r \cdot V_\varphi^2 + \bar{u}_r - g \frac{R_0^2}{r^2}, \\ \frac{dV_\varphi}{dt} &= -\frac{2}{r} \cdot V_r \cdot V_\varphi + \bar{u}_\varphi, \end{aligned}$$

где $\bar{u}_r = u_r / m$, $\bar{u}_\varphi = u_\varphi / m$, u_r, u_φ - составляющие силы тяги по осям полярной системы координат; r, φ - радиус-вектор (в км) и угол (в радианах) полярной системы координат; V_r, V_φ - скорости изменения радиуса-вектора (км/с) и угла (рад/с), $g=0,00981$ км/с² - ускорение свободного падения.

Для неуправляемого движения, когда $u_r = u_\varphi = 0$, начальные условия задают некоторую орбиту движения КА, которая может быть круговой, эллиптической, параболической или гиперболической. При выводе КА на заданную орбиту используется двухшаговый процесс. Вначале, при сильно возмущенном полете через атмосферу, КА выводится на промежуточную орбиту, которая может не совпадать с заданной. Затем, используя корректирующие импульсы силы тяги, формируется монтажная орбита, достаточно точно приближающаяся к заданной. Приведенные уравнения отображают математическую модель второго шага задачи вывода на заданную орбиту.

При моделировании процесса орбитального движения принять $R_0 = 6378$ км (средний радиус Земли), $r(0) = 7378$ км (1000 км от поверхности Земли), $\varphi(0) = 1,456$ рад, $V_r(0) = 5,785 \cdot 10^{-4}$ м/с, $V_\varphi(0) = 6,777 \cdot 10^{-4}$ рад/с. Время моделирования принять равным 8000с. В результате должна получиться орбита, перигей которой находится внутри Земли, т.е. при дальнейшем неуправляемом движении КА упадет на Землю. Вывести траектории $r(t)$, $\varphi(t)$. Получить аналогичные зависимости для управляемого движения при $\bar{u}_r = 0$, $\bar{u}_\varphi = \text{if } t \in [0; 62] \text{ then } 0,000005 \text{ else } 0$, в результате чего должна получиться почти круговая орбита со средним радиусом около 7250 км и максимальным отклонением около 250 км.

П.А.8 Система самонаведения летательного аппарата

П.А.8.1 Математическая модель взаимного движения в горизонтальной плоскости управляемого летательного аппарата и цели

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x + B \cdot u + C \cdot f,$$

$$x = \begin{bmatrix} z \\ \beta \\ \delta \end{bmatrix}, \quad x(0) = 0, t \in [0, t_f],$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & K_\beta \\ 0 & 0 & -1/T_\delta \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_\delta/T_\delta \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad f = V_c,$$

$$a_{12} = -\frac{V}{57.3}.$$

В приведенных уравнениях V и V_c - скорости ЛА и цели, K_β - обобщенный аэродинамический коэффициент, K_δ и T_δ - коэффициент усиления и постоянная времени рулевого тракта, t_{go} - время работы системы относительно текущего времени t , z - промах ЛА относительно цели, β и δ - углы скольжения и отклонения руля направления ЛА. Ниже приведены различные алгоритмы самонаведения ЛА на цель [8], [11].

П.А.8.2 Алгоритм пропорционального сближения

Здесь управление пропорционально с коэффициентом K_p скорости изменения пеленга цели

$$\varepsilon = \frac{57,3 \cdot z}{V \cdot t_{go}} = -\frac{z}{t_{go}}, \quad t_{go} = t_f - t.$$

Дифференцируя ε по t , получим

$$u = K_p \cdot \left(\frac{\beta}{t_{go}} + \frac{z}{a_{12} \cdot t_{go}^2} \right).$$

П.А.8.3 Алгоритм Котрелла

Этот алгоритм - оптимальный по минимуму энергии управления при граничном условии $z(t_f) = 0$.

$$u = a_{31} \cdot z + a_{32} \cdot \beta + a_{33} \cdot \delta + b_3 \cdot V_c,$$

$$a_{31} = -\frac{3}{t_{go}^2}, \quad a_{32} = -\frac{3}{t_{go}} \cdot a_{12},$$

$$a_{33} = a_{31} \cdot K_K, \quad K_K = K_\beta \cdot a_{12} \cdot T_\delta^2 \cdot (\exp(-t_{go}/T_\delta) + t_{go} - 1),$$

$$b_3 = -a_{31} \cdot t_{go},$$

$$t_{go} = t_f - t,$$

П.А.6.4 Алгоритм Батенко

Данный алгоритм построен как решение обратной задачи динамики и применительно к модели (9) имеет вид

$$u = \frac{1}{K_\delta \cdot K_\beta \cdot a_{12}} (6 \cdot c_3 \cdot T_\delta + 2 \cdot c_2),$$

$$c_2 = 0,5 \cdot a_{12} \cdot K_\beta \cdot \delta,$$

$$c_3 = -\frac{z + (a_{12} \cdot \beta - V_c) \cdot t_{go} + c_2 \cdot t_{go}^2}{t_{go}^3}.$$

П.А.8.5 Оптимальный по минимуму промаха алгоритм с ограниченным управлением

Данный алгоритм имеет вид

$$u = U \cdot \text{sign} \left[\frac{K_\delta}{T_\delta} \cdot W_{13} \cdot \bar{z} \right],$$

$$\bar{z} = z + W_{12} \cdot \beta + W_{13} \cdot \delta - V_c \cdot t_{go},$$

$$W_{12} = a_{12} \cdot t_{go}, \quad W_{13} = K_\beta \cdot a_{12} \cdot \left[T_\delta^2 \exp\left(-\frac{t_{go}}{T_\delta}\right) + T_\delta \cdot (t_{go} - T_\delta) \right],$$

где U - ограничение на угол отклонения пера руля направления, $\bar{z}$ - прогноз промаха при неуправляемом движении ЛА, W_{12}, W_{13} - элементы весовой матрицы (выражения см. выше).

П.А.8.6 Терминальный МКС-алгоритм

Данный алгоритм получен на основе так называемых моделей конечного состояния (МКС) и имеет вид

$$u = \frac{z^* - \bar{z}}{T \cdot W_{13} \cdot \frac{K_{\delta}}{T_{\delta}} + \varepsilon},$$

где z^* - желаемое значение промаха, ε - малая величина, предназначенная для ликвидации особенности при $t = t_f$, когда $W_{13} = 0$. Остальные элементы определены выше. Регулирующий параметр T выбирается из условия $T \ll t_f$, например $T = t_f / 5$.

Численные значения параметров модели следующие:
 $K_{\beta} = 1.066$, $T_{\delta} = 0.61$, $K_{\delta} = -0.296$, $V = 325 \text{ м/с}$, $V_c = 20 \text{ м/с}$, $t_f = 10 \text{ с}$, $T = 1 \text{ с}$.

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ
СИСТЕМ С НЕПРЕРЫВНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ**

Методические указания

Составитель: **Шушляпин** Евгений Андреевич

В авторской редакции

Изд. № 160/19. Объем 2,125 п.л.
РИИЦМ ФГАОУ ВО "Севастопольский государственный университет"