

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Морской институт

Л.А. Краснодубец, С.А. Конева

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Методические указания
к лабораторному практикуму**

Часть 1

Севастополь
СевГУ
2019

УДК 681.5.01: 001.891–057.875(076)
ББК 39.965Я73
К782

Р е ц е н з е н т:

А.В. Скатков – профессор кафедры «Информационные
и компьютерные технологии» д.т.н., профессор

Краснодубец Л.А.

К782 Теория автоматического управления: метод. указания к выполнению лабораторного практикума. - Ч. 1 / Л.А. Краснодубец, С.А. Конева. - Севастополь: СевГУ, 2019. - 41 с.

Методические указания предназначены для студентов очной и заочной форм обучения Севастопольского государственного университета, Морского института, специальности 26.05.07 — Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, выполняющих лабораторный практикум по дисциплине «Теория автоматического управления».

УДК 681.5.01: 001.891–057.875(076)
ББК 39.965Я73

Рассмотрено и рекомендовано кафедрой «Судовое электрооборудование» Морского института ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет» в качестве методических указаний по дисциплине «Теория автоматического управления» для студентов специальности 26.05.07 – Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, протокол № 12 от 14 июня 2018 г.

© Краснодубец Л.А., Конева С.А., 2019
© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Лабораторная работа № 1.....	5
Лабораторная работа № 2.....	19
Лабораторная работа № 3.....	32
Литература.....	40
Приложение А.....	41

ВВЕДЕНИЕ

Цель лабораторного практикума (часть 1) по дисциплине «Теория автоматического управления», который проходят студенты ОФО и ЗФО в пятом семестре, состоит в закреплении практических навыков владения технологией управления, включающей структурный анализ стационарных линейных динамических систем автоматического управления, на основе компьютерного моделирования. При этом с помощью математических моделей и пакетов прикладных программ решаются практические задачи исследования устойчивости и основных режимов функционирования изучаемых автоматических систем и отдельных звеньев путём построения графиков их временных и частотных характеристик. На этой основе изучаются динамические и статические свойства элементов и систем, а также определяются соответствующие показатели качества.

В результате освоения дисциплины ТАУ обучающиеся по специальности «Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики» готовятся к решению инженерных задач и должны обладать профессиональными компетенциями (ПК), предусмотренными ФГОС ВО и конвенцией ПДНВ-95.

В процессе выполнения лабораторного практикума, являющегося важной составляющей для профессиональной подготовки судовых электромехаников в обеспечение раздела АIII/6 Конвенции ПДНВ-95 (Функция – Электрооборудование, электронная аппаратура и системы управления), студент приобретает знания и умения, позволяющие овладеть элементами компетенций судовых электромехаников в сфере «Наблюдение за эксплуатацией электрических и электронных систем, а также систем управления», а именно: знание основ автоматики, автоматических систем и технологии управления (ПСК-6).

В рамках настоящего лабораторного практикума предусматривается формирование у студентов в соответствии с ФГОС следующих профессиональных компетенций:

- способность генерировать новые идеи, выявлять проблемы, связанные с реализацией профессиональных функций, формулировать задачи и намечать пути исследования (ПК-1);
- способность применять базовые знания фундаментальных и профессиональных дисциплин, проводить технико-экономический анализ, обосновывать принимаемые решения по использованию судового электрооборудования и средств автоматики, решать на их основе практические задачи профессиональной деятельности (ПК-15);
- способность создавать теоретические модели, позволяющие прогнозировать свойства объектов профессиональной деятельности (ПК-31).

Лабораторная работа № 1

АНАЛИЗ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ САУ НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобретение практических навыков компьютерного анализа динамических временных характеристик типовых звеньев непрерывных стационарных линейных САУ с целью анализа их динамических свойств, которые характеризуются показателями качества, принятыми в технологии управления.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В теории автоматического управления звеньями называют элементы функциональной структуры САУ, имеющие вход и выход, посредством которых они взаимодействуют с другими элементами, образующими единую цепь. Множество цепей образуют систему. Звенья, модели которых представлены в виде линейных дифференциальных уравнений или передаточных функций называют линейными динамическими звеньями. Если в составе системы управления имеется хотя бы одно динамическое звено, то такая система так же является динамической. Порядок линейного динамического звена определяется порядком старшей производной в дифференциальном уравнении или порядком полинома (многочлена), расположенного в знаменателе передаточной функции этого звена. Увеличение числа звеньев в составе системы приводит к увеличению порядка этой системы. Элементарными называют такие звенья, к которым можно свести передаточные функции или структурные схемы сложных линейных динамических систем. К числу элементарных звеньев относят усилительное звено, интегрирующее звено, идеальное дифференцирующее звено, а также звено чистого запаздывания:

$$y(t) = k \cdot x(t) \quad \text{– усилительное (безынерционное) звено;}$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = x(t) \quad \text{– интегрирующее звено;}$$

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad \text{– идеальное дифференцирующее звено;}$$

$$y(t) = x(t - \tau) \quad \text{– звено чистого запаздывания.}$$

При помощи таких элементарных звеньев можно построить модель САУ высокого порядка в виде структурной схемы. Однако, построенная таким образом модель линейной динамической системы, состоящая из множества элементарных звеньев, сильно затрудняет понимание ее принципа действия, так как явно не видны основные функциональные элементы моделируемой системы. Поэтому вводят понятие типовых звеньев, имеющих определенное функциональное назначение:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) - \text{инерционное звено}; \quad (2.1)$$

$$y(t) = T \frac{dx(t)}{dt} + x(t) - \text{форсирующее звено}; \quad (2.2)$$

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{dx(t)}{dt} - \text{реальное дифференцирующее звено}; \quad (2.3)$$

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) - \text{колебательное звено}, \quad (2.4)$$

где $x(t)$ – входная переменная (координата), представляющая входное воздействие;

$y(t)$ – выходная переменная (координата);

k – коэффициент усиления (передачи) звена;

T – постоянная времени звена;

ξ – коэффициент затухания колебательного звена;

t – время;

τ – время задержки сигнала, подаваемого на вход звена чистого запаздывания.

Приведенные уравнения элементарных и типовых звеньев являются линейными, поэтому эти уравнения рассматриваются как математические модели соответствующих звеньев, которые относят к классу линейных динамических систем. Следует отметить, что типовые звенья могут быть выражены через элементарные.

В ТАУ реакции динамических звеньев и систем на воздействия, которые имеют математическое описание в виде функций времени, называют временными характеристиками или переходными процессами. Временные характеристики звеньев или систем, полученные при помощи типовых воздействий в виде единичного скачка (функции Хевисайда) и единичного импульса (функции Дирака), называют соответственно переходной характеристикой и импульсной характеристикой. Эти временные характеристики играют важную роль в ТАУ при решении задач анализа и синтеза систем управления. Цель анализа – исследование поведения звеньев и систем (их реакций) при действии на них типовых воздействий и на этой основе определение показателей качества, которые выражаются в числовой форме и характеризуют отдельные их свойства. Цель синтеза – определение параметров моделей (коэффициентов дифференциальных уравнений или передаточных функций), при которых будут обеспечены желаемые показатели качества соответствующих звеньев или систем.

В математике функция Хевисайда записывается следующим образом:

$$1(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t \leq 0, \\ 1, & \text{при } t > 0. \end{cases}$$

Пусть в общем случае $x(t) = 1(t - \tau)$, то есть на вход типового звена с задержкой τ , равной одной секунде, подается сигнал в виде единичного скачка,

математическое описание которого соответствует функции Хевисайда (единичной ступенчатой функции), график которой изображен на рис. 2.1.

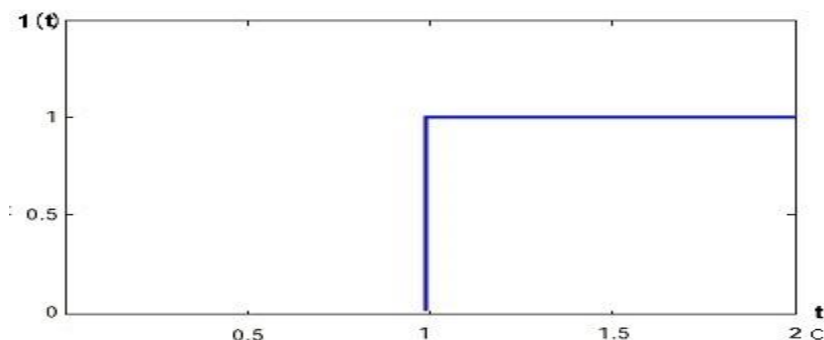


Рис. 2.1. График функции Хевисайда

Реакция звена или линейной системы на единичный скачок $x(t)=1(t)$ при нулевых начальных условиях называется **переходной характеристикой** и обозначается $h(t)$. Следовательно, для построения переходной характеристики звена или системы требуется знание соответствующего этому звену дифференциального уравнения. Это уравнение нужно решить при заданном воздействии в виде единичной ступенчатой функции с нулевыми начальными условиями, а затем по найденному в аналитической форме решению построить график функции $h(t)$. Для решения этой задачи существуют аналитические и численные методы. Однако, наиболее эффективным для этой цели является использование пакета *Simulink*, который по дифференциальному уравнению позволяет сразу построить график переходной характеристики $h(t)$.

Пусть, например, для инерционного звена, требуется построить график переходной характеристики. Для достижения этой цели необходимо выполнить следующие действия:

1) дифференциальное уравнение (2.1), представляющее модель этого звена, переписать в виде

$$T \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = x(t), \text{ где } x(t)=1(t) \text{ при } t \geq 0 \quad (2.5)$$

с начальными условиями $t=0$; $h(0)=0$;

2) полученное уравнение (2.5) следует преобразовать таким образом, чтобы в его левой части была только старшая производная, а в правой – все остальные члены дифференциального уравнения, деленные на коэффициент при старшей производной. Например, преобразованное таким образом уравнение (2.5) будет иметь следующий вид:

$$\frac{dh(t)}{dt} = -\frac{1}{T}h(t) + \frac{1}{T}x(t); x(t)=1(t); \quad (2.6)$$

3) для уравнения (6) составить структурную схему на базе сумматора, на входы которого подаются сигналы $-\frac{1}{T}h(t)$ и $\frac{1}{T}x(t)$, входящие в правую часть уравнения со своими знаками, таким образом, что на выходе сумматора, изображенного на рисунке 2.2, формируется производная $\frac{dh(t)}{dt}$;

4) полученная схема дополняется входным сигналом $x(t)=1(t)$, который можно получить с помощью библиотечного блока *Step* и сигналом $h(t)$, который можно получить путем интегрирования сигнала $\frac{dh(t)}{dt}$ на выходе сумматора при помощи библиотечного блока *Integrator*, а также блоком индикации *Scope*, подключенным к выходу, как показано на рисунке 2.3.

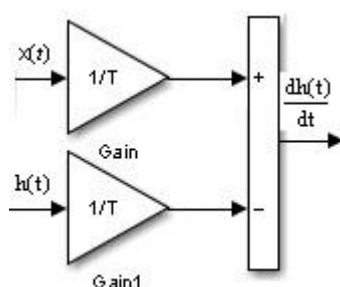


Рис. 2.2. Формирование S-модели уравнения (2.6)

В результате получается изображенная на рисунке 2.3 структурная схема дифференциального уравнения (2.6), которая называется S-моделью. На рисунке 2.4 приведен график найденного решения – искомой переходной характеристики инерционного звена при значении параметра $T = 0,1$ с.

Последнее означает, что на вход инерционного звена (точнее его модели) подается типовое воздействие в виде единичного скачка $x(t)=1(t)$ при нулевых начальных условиях. При этом реакция на выходе этого звена в виде сигнала $h(t)$ будет искомой переходной характеристикой.

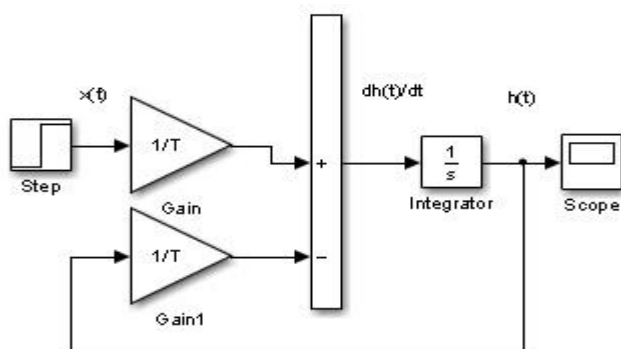


Рис. 2.3. S-модель инерционного звена

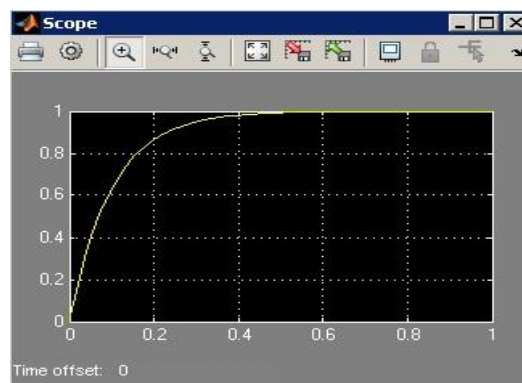


Рис. 2.4. Переходная характеристика

Для построения импульсной переходной характеристики в качестве входного воздействия используется функция Дирака (δ -функция, импульсная функция), которая определяется следующим выражением:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \text{при } t = 0, \\ 0, & \text{при } t \neq 0. \end{cases}$$

Если $x(t) = \delta(t)$, то есть на вход звена поступает сигнал, математической моделью которого является функция Дирака, то реакция на выходе этого звена называется **импульсной переходной функцией**, или **импульсной характеристикой**, которая обозначается переменной $w(t)$. График функции Дирака $\delta(t - \tau)$ приведен на рис. 2.5, где δ -импульс сдвинут на время $\tau = 1$ с.

На рис. 2.6 приведена S-модель для формирования импульсной характеристики инерционного звена. В библиотеке *Simulink* отсутствует блок формирования функции Дирака. Поэтому в качестве модели импульсного сигнала, подаваемого на вход инерционного звена, использована схема формирования короткого импульса при помощи алгебраического суммирования двух единичных ступенчатых функций с противоположными знаками, формируемых блоками *Step* и сдвинутых во времени на 0,01с.

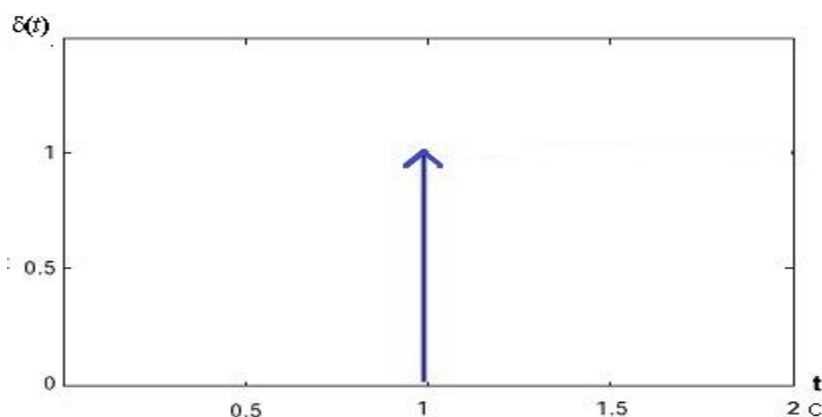


Рис. 2.5. График функции Дирака $\delta(t - \tau)$ при $\tau = 1$ с

График сигнала в виде функции Дирака, показанный на рис. 2.5, можно так же получить на выходе звена чистого запаздывания (задержки), если на его вход подать сигнал, модель которого описывается функцией Дирака при $\tau = 0$. Звенья чистого запаздывания используются при моделировании систем, у которых в реальных условиях наблюдается задержка входного сигнала при передаче его со входа на выход.

На рис. 2.6 показана S-модель для построения импульсной характеристики инерционного звена с постоянной времени T , а на рис. 2.7 приведен график этой характеристики.

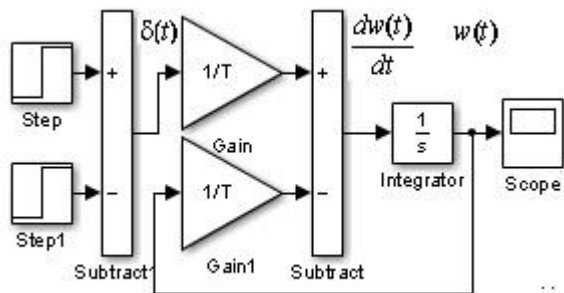


Рис. 2.6. S-модель для построения импульсной характеристики

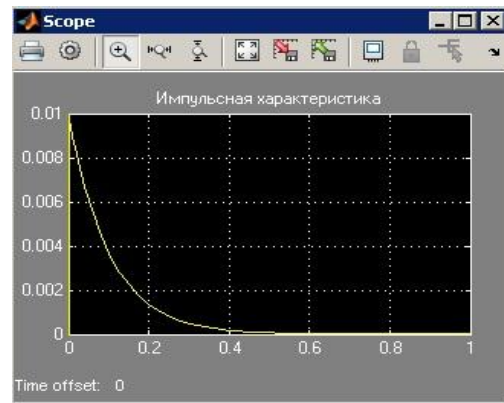


Рис. 2.7. График импульсной характеристики

Переходную и импульсную характеристики типовых звеньев и систем можно так же построить при помощи передаточных функций этих звеньев. Передаточную функцию находят следующим образом:

а) определяют (например, находят среди формул (2.1) – (2.4)) линейное дифференциальное уравнение, которое описывает исследуемое звено или систему;

б) к обеим частям (левой и правой) найденного дифференциального уравнения применяют преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, используя соотношение

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s) \text{ при } n = 0, 1, 2, \dots; \quad (2.7)$$

в) из полученного в результате преобразования Лапласа алгебраического уравнения относительно переменной s

$$A(s)Y(s) = B(s)X(s), \quad (2.8)$$

находят выражение искомой передаточной функции как отношение изображений выходного сигнала (реакции) $Y(s)$ к изображению входного сигнала (воздействия) $X(s)$ в виде

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{A(s)}{B(s)},$$

где $A(s)$ и $B(s)$ – многочлены, полученные соответственно из левой и правой частей дифференциального уравнения после преобразования Лапласа в соответствии с (2.7).

Пусть требуется построить переходную характеристику $h(t)$ для колебательного звена, при помощи передаточной функции. Решение этой задачи можно выполнить при помощи системы *MATLAB* или пакета *Simulink*, но сначала нужно найти выражение для передаточной функции колебательного звена. Для этого находим соответствующее дифференциальное уравнение (4) и применяем

преобразование Лапласа к его левой и правой частям при нулевых начальных условиях

$$L\left\{T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2}\right\} + L\left\{2\xi T \frac{dy(t)}{dt}\right\} + L\{y(t)\} = L\{x(t)\}.$$

Далее можно воспользоваться формулой (2.7) преобразования Лапласа для функций оригиналов и получить следующий результат:

$$(T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1)Y(s) = X(s)$$

Из последнего равенства следует

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}, \quad (2.9)$$

где $W(s)$ – передаточная функция колебательного звена, соответствующая уравнению (2.4). При помощи передаточной функции $W(s)$ можно легко найти изображение $Y(s)$ реакции (сигнала $y(t)$ на выходе звена) по изображению $X(s)$ входного сигнала $x(t)$. Действительно, из формулы (2.9) следует

$$Y(s) = W(s)X(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} x(t). \quad (2.10)$$

Таким образом, для определения изображения $Y(s)$ реакции линейного звена (системы) с передаточной функцией $W(s)$ на произвольное воздействие $x(t)$ следует найти изображение по Лапласу этого воздействия $X(s) = L\{x(t)\}$ и полученный результат умножить на передаточную функцию $W(s)$.

По определению переходная характеристика $h(t)$ звена – это его реакция на единичный ступенчатый сигнал $x(t) = 1(t)$ при нулевых начальных условиях. Следовательно, имея передаточную функцию колебательного звена в виде

$$W(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1},$$

можно с помощью выражения (2.10) найти изображение по Лапласу $H(s)$ его переходной характеристики $h(t)$, если найти изображение входного воздействия $x(t) = 1(t)$ (единичной ступенчатой функции. В соответствии с таблицей преобразований Лапласа, где $L\{1(t)\} = \frac{1}{s}$, найдем изображение входного воздействия

(единичной ступенчатой функции) в виде $X(s) = \frac{1}{s}$ и подставим его в формулу

(2.10), введя обозначение $Y(s) = H(s)$. Окончательно изображение переходной характеристики колебательного звена примет следующий вид:

$$H(s) = W(s) \frac{1}{s} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \times \frac{1}{s}. \quad (2.11)$$

Таким образом, для нахождения изображения переходной характеристики звена или системы необходимо умножить передаточную функцию этого звена или системы на изображение единичного скачка $L\{x(t)\} = \frac{1}{s}$. По изображению переходной характеристики можно определить только косвенные показатели качества линейных динамических систем, к числу которых относятся и САУ. Для определения более точных прямых показателей качества требуется построение графика переходной характеристики.

Для построения графика переходной характеристики $h(t)$ как временной характеристики следует применить обратное преобразование Лапласа. То есть осуществить переход из области изображений во временную область в соответствии с формулой

$$L^{-1}\{H(s)\} = h(t).$$

Обратное преобразование Лапласа вычисляется различными аналитическими методами и позволяет строить графики переходных характеристик как функций времени. В настоящей лабораторной работе основное внимание уделяется компьютерным методам построения графиков переходных характеристик и вычисления с их помощью прямых показателей качества линейных САУ.

Рассмотрим два способа компьютерного построения графиков переходных характеристик линейных звеньев для случая, когда для исследуемого звена или системы известна передаточная функция.

В общем случае передаточная функция представляет собой дробно-рациональную функцию

$$W(s) = \frac{Num(s)}{Den(s)},$$

где $Num(s)$ – полином (многочлен) числителя – *Numerator*;

$Den(s)$ – полином (многочлен) знаменателя *De numerator*.

Если задана передаточная функция в виде

$$W(s) = \frac{Num(s)}{Den(s)} = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}, \text{ где } k=10; T=0,1c; \xi=0,65, \quad (2.12)$$

то для построения переходной характеристики звена или системы, соответствующей этой передаточной функции, средствами пакета *Simulink* необходимо создать S-модель, которая приведена на рис. 2.8. Задание параметров блока передаточной функции *Transfer Fcn* иллюстрируется на рис. 2.9.

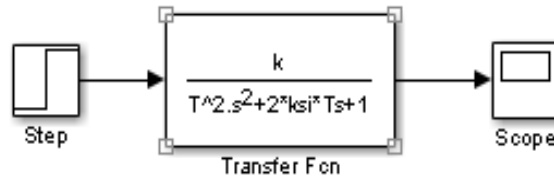


Рис. 2.8. S-модель колебательного звена

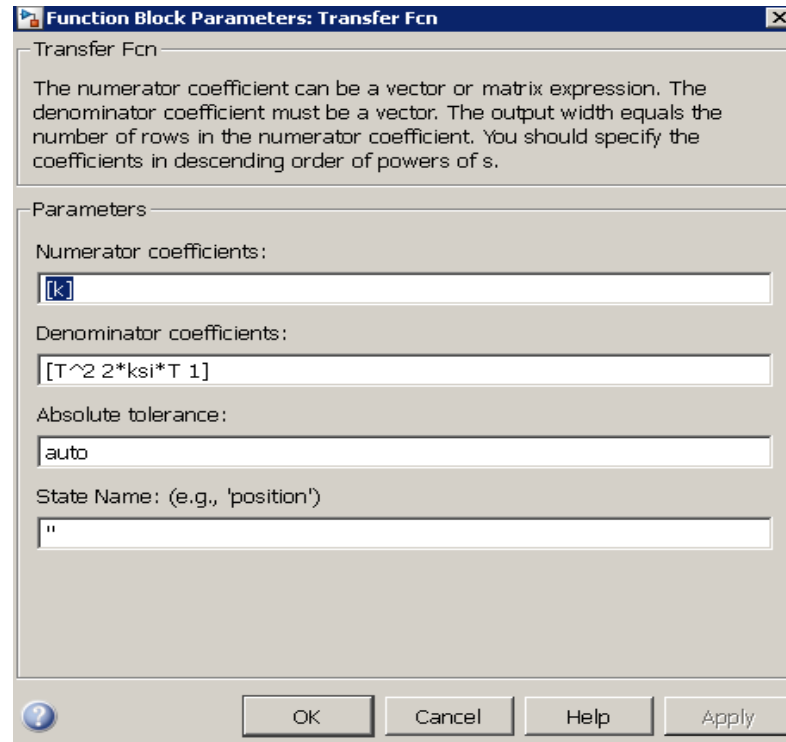


Рис. 2.9. Окно задания параметров передаточной функции $W(s)$

Для построения графика переходной характеристики при помощи системы *MATLAB* необходимо в редакторе *Edit* этой системы набрать следующий код:

```
1% Построение переходной характеристики колебательного звена
2 k=10; T= 0.1; ksi= 0.65;
3 Num=[k]; Den=[T^2 2*ksi*T 1];
4 W_s=tf([Num],[Den])
5 figure(1)
6 step(W_s, 10*T)
```

В строке 1 программы – комментарий. В строке 2 вводятся исходные данные путем присвоения переменным программы k , T и ξ (в программе обозначена ksi). В строке 3 идентификаторам Num и Den ставятся в соответствие полиномы соответственно числителя и знаменателя передаточной функции (2.12). При этом параметры числителя и знаменателя записываются в квадратных скобках через пробел. В строке 4 при помощи команды $tf([Num],[Den])$ идентификатору W_s ставится в соответствие передаточная функция (12). В

строке 5 при помощи команды `figure(1)` резервируется область экрана компьютера для вывода графика, который будет выведен в следующей командной строке. В строке 6 при помощи команды `step(W_s, 10*T)` в область экрана, определенную командой `figure(1)`, выводится график переходной характеристики звена с передаточной функцией $W(s)$. При этом задается значение времени определения графика на временной оси равное $t = 10 * T$.

В результате выполнения программы на экран будет выведен график переходной характеристики исследуемого звена, который приведен на рис. 2.7.

Для построения импульсной характеристики (после выполнения предыдущей программы построения переходной характеристики) можно в командном окне *MATLAB* набрать следующую командную строку

`Impulse(W_s, 10*T).`

В результате будет выведен график, изображенный на рис. 2.8.

Вывод импульсной характеристики в отдельном окне можно организовать при помощи следующих двух команд, добавленных в конце приведенной выше программы:

7 `figure(2)`

8 `Impulse(W_s, 10*T)`

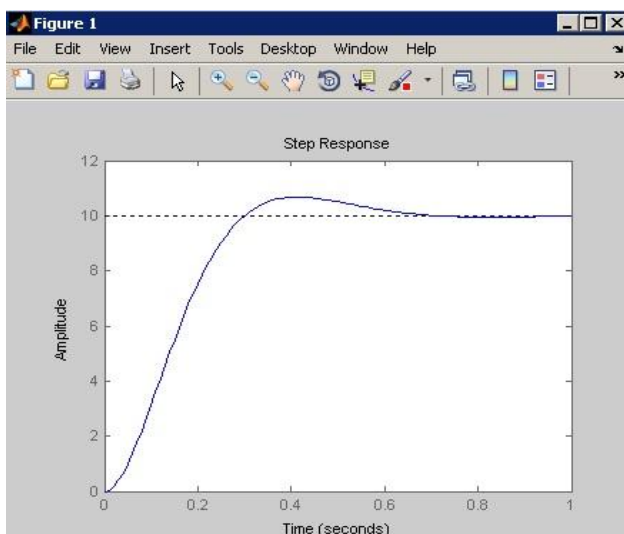


Рис. 2.10. Переходная характеристика

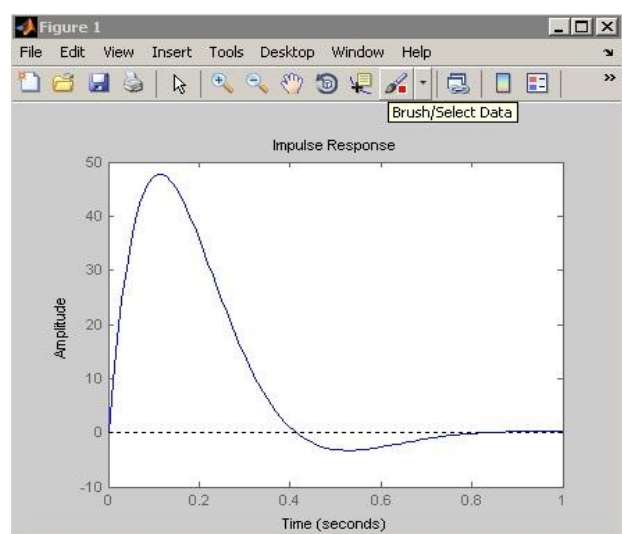


Рис. 2.11. Импульсная характеристика

Для построения импульсной характеристики, например, инерционного звена, можно написать отдельную программу, скрипт которой, набранный в редакторе *Edit* и помещенный в отдельный файл, может иметь следующий вид:

1 % Построение импульсной характеристики инерционного звена

```
2 k=10; T= 0.1;  
3 W_s=tf([k],[T 1]);  
4 figure(1)  
5 impulse(W_s, 10*T)
```

В тексте этой программы в строке 3 приведена команда $tf([Num],[Den])$, где, в отличие от текста программы построения переходной характеристики, параметры числителя и знаменателя передаточной функции инерционного звена записаны сразу в квадратных скобках без использования идентификаторов Num и Den .

По найденной переходной характеристике можно определить показатели качества исследуемого звена или системы. Для этой цели на поле выведенного графика следует кликнуть правой кнопкой манипулятора и в открывшемся окне выбрать опцию меню **Characteristics** и далее в новом открывшемся окне выбрать поочередно следующие опции меню, показанные на рисунке 2.9:

Peak Response (Вершина отклика);

Setting Time (Время установления);

Rise Time (Время нарастания);

Steady State (Установившееся состояние).

В результате на кривой графика появятся точки, выделяющие ординаты графика, соответствующие численным значениям показателей качества (кроме **Peak Response**). Если на выделенные точки графика навести маркер манипулятора и кликнуть левой его кнопкой, то, как показано на рисунке 2.10, на поле графика будут выведены числовые значения соответствующих показателей качества линейных динамических звеньев и систем

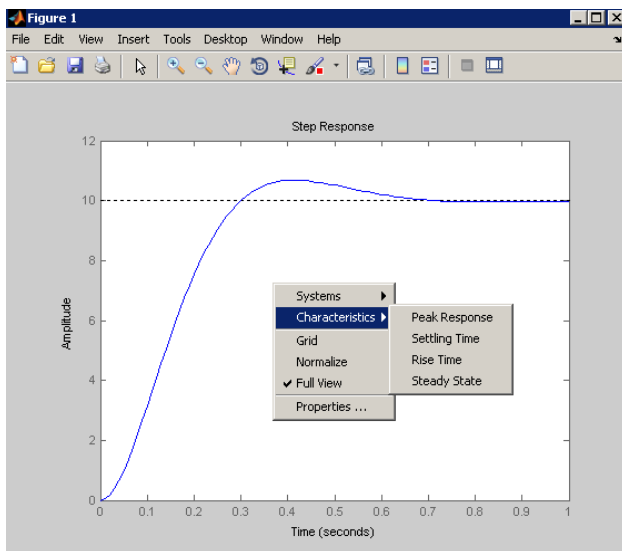


Рис. 2.12. Окна меню показателей

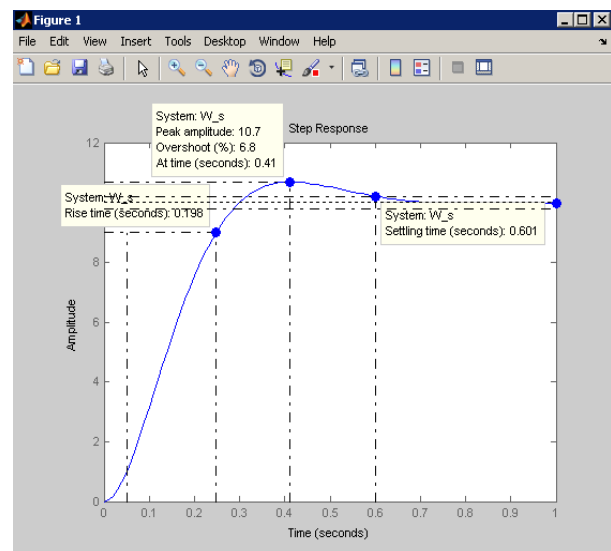


Рис. 2.10. Показатели качества

При действии манипулятором на точку графика, соответствующей опции меню **Peak Response**, на экран будут выведены три значения, наиболее важным

из которых будет *Overshoot* (%), соответствующее показателю «Перерегулирование», принятому в России и измеряемому в процентах:

$$\sigma = \frac{\text{Peak Response} - \text{Steady State}}{\text{Steady State}} 100\% = \frac{h_{\max} - h(\infty)}{h(\infty)} 100\%$$

Основные показатели качества ЛДС и САУ, которые приняты в России, обозначаются следующим образом:

t_n – время нарастания [с];

t_p – время установления (регулирования) [с];

σ – перерегулирование [%].

Рассмотренные показатели качества линейных динамических систем определяются только по переходной характеристике. Следует отметить, что импульсная и переходная характеристики исследуемых в работе звеньев или систем связаны соотношением:

$$h(t) = \int_0^t w(\tau) d\tau.$$

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

В качестве лабораторного оборудования используется ПК, оснащенный программным обеспечением, предназначенным для моделирования динамических систем.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

4.1. Для типовых звеньев (2.1) – (2.4) найти путем применения преобразования Лапласа передаточные функции, используя соответствующие им дифференциальные уравнения. Построить таблицу соответствия дифференциальных уравнений и передаточных функций.

4.2. Для инерционного и колебательного типовых звеньев по соответствующим дифференциальным уравнениям в соответствии с вариантом задания построить графики переходных и импульсных характеристик, используя *Simulink*. При этом в качестве типового импульсного воздействия использовать импульсный сигнал, получаемый от схемы, состоящей из параллельного соединения двух блоков *Step*, формирующих единичные ступенчатые сигналы с разными знаками и смещенными на время $\tau = 0,01$ с. Определить показатели качества при помощи построенных графиков переходных характеристик.

4.3. С помощью найденных передаточных функций построить графики переходных и импульсных характеристик, составив соответствующие программы на языке (скрипте) *MATLAB*. Определить прямые показатели качества по выведен-

ным в результате работы программ графиком с помощью меню управления выводом графиков.

4.4. С помощью найденных передаточных функций построить графики переходных и импульсных характеристик средствами пакета *Simulink*. Полученные графики использовать для вычисления показателей качества звеньев.

4.5. Сравнить полученные результаты в п.2 п.3 и п.4.

4.6. Исследовать поведение переходной характеристики колебательного звена при изменении коэффициента затухания при $\xi > 0,707$, $\xi = 0,707$ и $\xi < 0,707$. Установить экспериментально значение параметра ξ , при котором колебательное звено превращается в апериодическое звено второго порядка.

4.7. Сделать выводы по каждому пункту задания.

На выполнение лабораторной работы отводится 4 часа.

Варианты задания приведены в табл. 4.1.

Т а б л и ц а 4.1

Варианты заданий

Параметр	Вариант А										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T	0,5	0,8	0,3	0,4	0,6	0,7	0,2	0,8	0,7	0,55	0,25
k	10	1	10	1	10	1	10	1	10	1	10
ξ	0,4	0,45	0,5	0,6	0,35	0,55	0,65	0,8	0,9	1,2	1,5
	Вариант Б										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T	0,1	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,35	0,4	0,5	0,65	0,25
k	12	5	12	5	12	5	0,6	5	12	5	12
ξ	0,35	0,55	0,45	0,7	0,45	0,65		0,7	0,8	1,1	1,25

5. СОДЕРЖАНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Отчет выполняется на листах формата А4 и содержит титульный лист с указанием группы, фамилии студента и преподавателя, а также варианта задания, листы с формулировкой задания, описанием результатов модельных экспериментов, которые должны иллюстрироваться соответствующими S-моделями, графиками и выводами.

В отчете следует привести:

1) S-модели типовых звеньев и соответствующие графики переходных и импульсных характеристик, полученные методом моделирования с помощью *Simulink*;

2) программы на языке *MATLAB*, предназначенные для построения переходной и импульсной характеристик инерционного и колебательного звена, а также соответствующие графики, полученные при помощи этих программ, и найденные по ним показатели качества;

3) результаты исследования влияния параметра ξ (коэффициента затухания) колебательного звена в виде графиков переходной характеристики. При этом определить параметр ξ , при котором колебательное звено превращается в апериодическое звено второго порядка и определить параметры двух инерционных звеньев, последовательное соединение которых будет эквивалентно одному апериодическому звену второго порядка;

4) заполненную таблицу соответствия дифференциальных уравнений и полученных с их помощью передаточных функции типовых звеньев;

5) выводы, характеризующие результаты каждого пункта задания.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называют звеном системы?
2. Какое звено называют линейным динамическим?
3. Приведите примеры элементарных звеньев.
4. Назовите основные типовые линейные динамические звенья.
5. В чем разница между типовым и элементарным звеном?
6. Дайте определение переходной характеристики.
7. Дайте определение импульсной характеристики.
8. Как определяется порядок дифференциального уравнения и передаточной функции?
9. Дайте определение передаточной функции.
10. Как построить S -модель для решения дифференциального уравнения?
11. Как на схеме S -модели задаются начальные условия?
12. Как по дифференциальному уравнению получить выражение передаточной функции?
13. Как построить переходную характеристику типового звена при помощи *Simulink*?
14. Как построить переходную характеристику типового звена при помощи *MATLAB*?
15. Какие характеристики динамических звеньев называются временными? Какие функции *MATLAB* используются для их построения?
16. Как ввести передаточную функцию в программу, написанную на языке *MATLAB*?
17. Для какой цели в программу (скрипт) *MATLAB* вводят оператор *figure*?
18. Как получить изображение по Лапласу для переходной характеристики типового звена?
19. Как сформировать импульс с шириной $\tau = 0,001\text{с}$ при помощи двух блоков *Step*?
20. Поясните метод построения S -моделей для решения дифференциальных уравнений?

Лабораторная работа № 2

ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ САУ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобретение практических навыков построения частотных характеристик и анализ на этой основе динамических свойств типовых звеньев САУ.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При решении задач анализа и синтеза линейных САУ классическими методами используются частотные характеристики. Частотными характеристиками называются математические выражения и соответствующие им графики, характеризующие реакцию линейной динамической системы (ЛДС) на гармоническое входное воздействие в установившемся режиме. В таком режиме на выходе звена или системы наблюдаются вынужденные гармонические колебания, которые характеризуются частотой (равной частоте входного сигнала), а также зависящими от неё амплитудой и фазой. При этом частота может быть выбрана циклической f [Гц] или угловой $\omega = 2\pi f$ [рад/с].

Частотная характеристика (частотный отклик – *frequency response*), имеющая ясный физический смысл, может быть получена экспериментально. Для этой цели нужно иметь генератор синусоидальных сигналов с регулируемой амплитудой и частотой, который можно подключить ко входу исследуемой ЛДС. При этом для регистрации и измерения амплитуды и фазового сдвига выходного сигнала к выходу ЛДС следует подключить измерительное устройство, например, осциллограф, который имеет два входа и позволяет наблюдать одновременно на экране входной и выходной сигналы.

При помощи частотных характеристик можно исследовать важные динамические свойства звеньев и систем и получить их количественные оценки. Например, запасы устойчивости по амплитуде и фазе, полосу частот равномерного пропускания входных гармонических сигналов, проходящих через звено или систему, а также косвенные показатели качества исследуемых динамических систем. К числу частотных характеристик относятся: комплексная амплитудно-фазовая частотная характеристика – АФЧХ, вещественная и мнимая частотные характеристики – $Re\{АФЧХ\}$ и $Im\{АФЧХ\}$, амплитудная частотная характеристика – АЧХ, фазовая частотная характеристика – ФЧХ. Рассматриваются также логарифмические амплитудная – ЛАЧХ и фазовая – ЛФЧХ частотные характеристики.

Пусть на вход устойчивой ЛДС, изображенной на рис. 2.1, подаётся воздействие в виде гармонического сигнала

$$x(t) = x_m \cos \omega t, \quad (2.1)$$

где x_m и ω – соответственно амплитуда и угловая частота. При этом предполагается, что возмущение $f(t)$, действующее на исследуемое линейное динамическое звено, отсутствует.

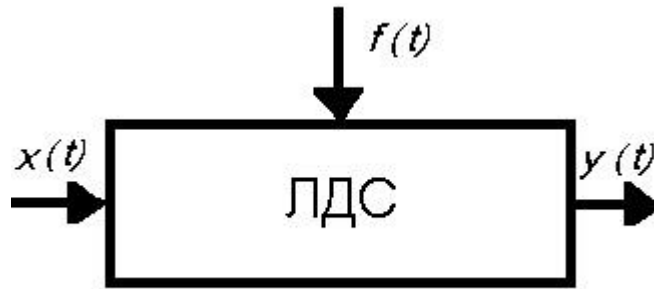


Рис. 2.1. Линейное динамическое звено САУ

В таком случае на выходе исследуемого линейного динамического звена в установившемся режиме будет наблюдаться гармонический сигнал $y(t)$ с такой же частотой ω , но сдвинутый по фазе угол φ относительно входного сигнала

$$y(t) = y_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.2)$$

где y_m – амплитуда выходного сигнала.

Введем в рассмотрение обобщенное гармоническое воздействие

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t. \quad (2.3)$$

Далее представим входной и выходной сигналы в следующих формах

$$x(t) = x_m e^{j\omega t} \quad (2.4)$$

$$y(t) = y_m e^{j(\omega t + \varphi)} = y_m e^{j\omega t} e^{j\varphi}. \quad (2.5)$$

В общем случае для ЛДС, изображенной на рис. 2.1, в качестве её математической модели можно записать линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами в следующем виде, где индексы в скобках обозначают порядок производных:

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_m x^{(m)} + b_{m-1} x^{(m-1)} + \dots + b_1 x^{(1)} + b_0 x,$$

где $n \geq m$.

Так как для типовых звеньев $n \leq 2$, то определения и построения частотных характеристик будем проводить на примере линейного дифференциального уравнения второго порядка

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t). \quad (2.6)$$

Применяя к обеим частям дифференциального уравнения (2.6) преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях и учитывая, что

$$L\left[\frac{d^2 y(t)}{dt^2}\right] = s^2 Y(s); L\left[\frac{dy(t)}{dt}\right] = sY(s); L[y(t)] = Y(s),$$

а также

$$L\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = sX(s); L[x(t)] = X(s),$$

где L – оператор Лапласа, получим, вынося за скобки $Y(s)$ и $X(s)$, алгебраическое уравнение в изображениях по Лапласу в виде

$$Y(s)(a_2 s^2 + a_1 s + a_0) = X(s)(b_1 s + b_0), \quad (2.7)$$

где $X(s)$ и $Y(s)$ – соответственно изображения по Лапласу входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов, а s – комплексная переменная.

Соответствующую уравнению (2.7) передаточную функцию звена можно записать по определению как отношение изображения выходного сигнала $Y(s)$ к изображению входного сигнала $X(s)$ при нулевых начальных условиях в виде

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}. \quad (2.8)$$

Как видно из (2.8), передаточная функция является дробно-рациональной функцией, в числителе и знаменателе, которой стоят полиномы (многочлены) от комплексной переменной s .

Из выражений (2.5) определим производные от входной и выходной величин. Имеем

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= (j\omega) x_m e^{j\omega t}; & y^{(1)} &= (j\omega) y_m e^{j(\omega t + \varphi)} = (j\omega) y_m e^{j\omega t} e^{j\varphi}; \\ x^{(2)} &= (j\omega)^2 x_m e^{j\omega t}; & y^{(2)} &= (j\omega)^2 y_m e^{j(\omega t + \varphi)} = (j\omega)^2 y_m e^{j\omega t} e^{j\varphi}. \end{aligned}$$

Далее полученные результаты подставим в уравнение (2.6). Имеем

$$y_m e^{j\omega t} e^{j\varphi} [a_2 (j\omega)^2 + a_1 (j\omega) + a_0] = x_m e^{j\omega t} [b_1 (j\omega) + b_0].$$

Откуда, после сокращения на общий множитель $e^{j\omega t}$ и учитывая, что амплитуды x_m и y_m гармонических сигналов $x(t)$ и $y(t)$, а также фазовый сдвиг

φ являются функциями частоты ω , найдем отношение выходного сигнала ко входному в установившемся режиме гармонических колебаний

$$\frac{y_m(\omega)}{x_m(\omega)} \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{b_1(j\omega) + b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0}. \quad (2.9)$$

Сравнивая это выражение (2.9) с передаточной функцией звена (2.8), получим

$$\frac{y_m(\omega)}{x_m(\omega)} \cdot e^{j\varphi(\omega)} = W(s)_{s=j\omega} = W(j\omega). \quad (2.10)$$

Соотношение (2.10) определяет частотную передаточную функцию звена и представляет собой аналитическое выражение для его АФЧХ. Частотная передаточная функция $W(j\omega)$ является комплексной функцией от действительной переменной ω . Она может быть просто получена из выражения для передаточной функции $W(s)$ подстановкой $s = j\omega$. Из выражения (2.10) следует, что отношение амплитуд выходного и входного сигналов является модулем частотной передаточной функции $W(j\omega)$, а ее аргументом $\varphi(\omega)$ является сдвиг фаз выходного сигнала по отношению к входному

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_m(\omega)}{x_m(\omega)} &= |W(j\omega)| = A(\omega); \\ \arg W(j\omega) &= \varphi(\omega). \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Выражения в (2.11) определяют соответственно $A(\omega)$ – АЧХ и $\varphi(\omega)$ – ФЧХ. Иногда амплитуду входного сигнала принимают равной единице $x_m(\omega) = 1(\omega)$. В таком случае $A(\omega) = y_m(\omega)$.

Так как АФЧХ представляет собой комплексную функцию (комплексный коэффициент усиления), то ее можно представить в показательной и алгебраической формах

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (2.12)$$

где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ – соответственно вещественная и мнимая частотные характеристики.

Из (2.12) можно получить выражения для АЧХ и ФЧХ через $P(\omega)$ и $Q(\omega)$.

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}; \quad (2.13)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}. \quad (2.14)$$

АФЧХ можно построить графическим методом на комплексной плоскости двумя способами, как показано на рис. 2.2.

Способ 1. Используется прямоугольная система координат:

- 1) строятся оси $P(\omega)$ (вещественная ось абсцисс) и $Q(\omega)$ (мнимая ось ординат) прямоугольной системы координат;
- 2) задаются дискретные значения частоты ω_i с определённым шагом $\Delta\omega$ и для $i = 0, 1, 2, \dots, \infty$ вычисляются значения $P(\omega_i)$ и $Q(\omega_i)$, которые сводятся в таблицу;
- 3) табличные значения $P(\omega_i)$ и $Q(\omega_i)$ откладываются на соответствующих осях комплексной плоскости, на которой отмечаются соответствующие ω_i координатные точки;
- 4) полученные координатные точки на комплексной плоскости соединяются сплошной линией.

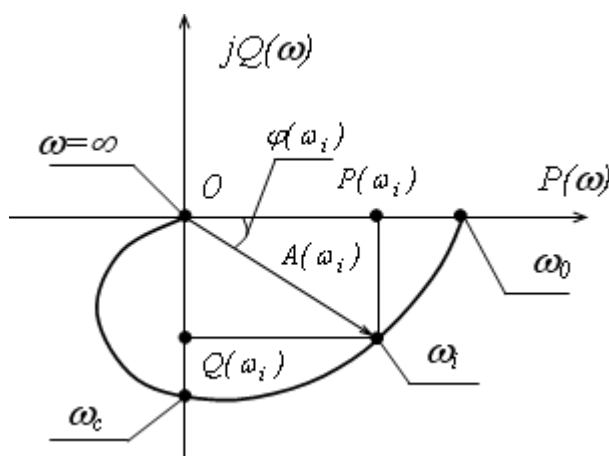


Рис. 2.2. График амплитудно-фазовой частотной характеристики

Способ 2. Используется полярная система координат, в которой изображается вектор $\vec{W}(j\omega)$, соответствующий АФЧХ, следующим образом:

- 1) на плоскости произвольно выбирается точка (полюс), из которой проводится горизонтально полярная ось с выбранным масштабом;
- 2) задаются значения частоты ω_i с определённым шагом $\Delta\omega$ и для $i = 0, 1, 2, \dots, \infty$ вычисляются значения $A(\omega_i)$ и $\varphi(\omega_i)$, которые сводятся в таблицу;
- 3) для каждой ω_i при помощи созданной таблицы из полюса под углом $\varphi(\omega_i)$ относительно полярной оси проводится прямая (луч), на которой отмечается отрезок (полярный радиус) длиной $A(\omega_i)$, равной длине (модулю) вектора $\vec{W}(j\omega_i)$;
- 4) концы всех построенных векторов соединяются сплошной линией, которую называют годографом Найквиста для АФЧХ.

На рис. 2.2 и 2.3 в качестве примеров приведены графики АФЧХ, АЧХ, и ФЧХ для колебательного звена при $\xi = 1$.

Таким образом, график АФЧХ отображает одновременно две частотные характеристики – АЧХ и ФЧХ.

Частотные характеристики имеют определенный физический смысл.

АЧХ – это динамическая характеристика, показывающая изменение отношения амплитуды установившихся вынужденных гармонических колебаний на выходе звена (системы) к амплитуде гармонического воздействия на входе в зависимости от частоты колебаний входного сигнала.

ФЧХ – это динамическая характеристика, показывающая сдвиг по фазе установившегося гармонического колебания в зависимости от частоты на выходе ЛДС относительно фазы входного гармонического сигнала.

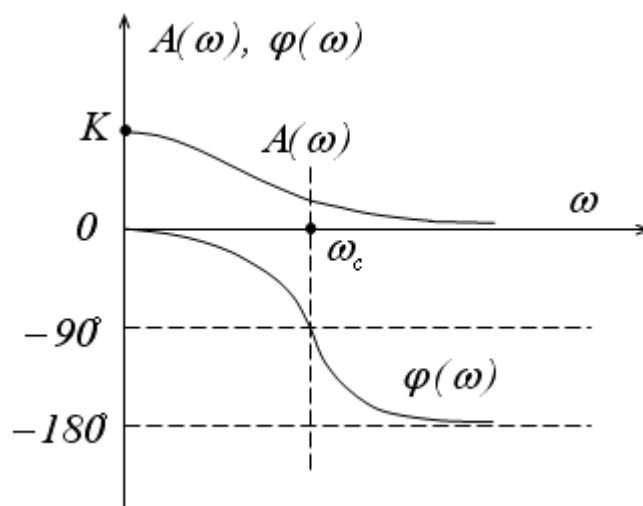


Рис. 2.3. Амплитудная частотная и фазовая частотная характеристики

Кроме перечисленных частотных характеристик, используются логарифмические частотные характеристики – логарифмические амплитудно-частотные (ЛАЧХ) и логарифмические фазочастотные (ЛФЧХ) характеристики.

ЛАЧХ – это график зависимости $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ от ω . При построении ЛАЧХ по оси абсцисс откладывают частоту ω на логарифмической шкале (на отметке, соответствующей значению $\lg \omega$ указывается значение ω), а по оси ординат – $L(\omega)$ в децибелах (дБ.)

ЛФЧХ – это график зависимости фазочастотной функции $\varphi(\omega)$ от логарифма частоты $\lg \omega$. При построении этого графика по оси абсцисс откладывают частоту в логарифмическом масштабе, а по оси ординат откладывают $\varphi(\omega)$ в градусах или радианах.

За единицу масштаба по оси абсцисс при построении ЛАЧХ и ЛФЧХ принимается декада – частотный интервал, соответствующий изменению частоты в 10 раз. Важно отметить, что ось ординат при построении этих характеристик не проводят через точку $\omega = 0$, поскольку она является особой.

3. ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

В лабораторной работе используются персональные компьютеры, оснащенные программным обеспечением, позволяющим моделировать динамические системы.

4. ПРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

4.1. Для типовых звеньев: инерционного, форсирующего, и колебательного найти выражения для частотных передаточных функций при помощи соответствующих дифференциальных уравнений.

4.2. Используя результаты п. 4.1, получить для каждого типового звена аналитические выражения для соответствующих им частотных характеристик: АФЧХ, АЧХ и ФЧХ, а также вещественной и мнимой ЧХ.

4.3. По аналитическим выражениям, полученным в п.4.2, построить следующие частотные характеристики: АФЧХ, АЧХ и ФЧХ, а также вещественную и мнимую ЧХ для характерных значений частоты. Результаты свести в таблицу и построить соответствующие графики. Построение графиков можно выполнить вручную или с помощью *MATLAB*, используя функцию вычисления комплексных ординат АФЧХ для заданного набора частот $H=freqresp(W_s,w)$.

4.4. Для колебательного звена, используя результаты п. 4.1, исследовать влияние на частотные характеристики АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ коэффициента затухания при $\xi=0,2$; $\xi=0,707$, $\xi=2$ и коэффициента усиления при $k=1$, $k=10$.

4.5. Полагая, что частотная характеристика по физическому смыслу является реакцией (откликом) линейного динамического звена на входной гармонический сигнал с постоянной амплитудой и варьируемой частотой, разработать схему лабораторного стенда для экспериментального определения частотных характеристик ЛДС. Построить соответствующую этому стенду *S*-модель, используя подходящие функциональные элементы библиотеки *Simulink*.

4.6. При помощи *S*-модели *Simulink*, разработанной в п.4.5, построить АЧХ колебательного звена, параметры которого приведены в задании.

Варианты заданий приведены в табл. 4.1.

Т а б л и ц а 4.1

Варианты заданий

Параметр	Вариант										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T	0,5	0,8	0,3	0,4	0,6	0,7	0,2	0,8	0,7	0,5	0,25
k	10	1	5	1	10	5	10	1	5	5	10
ξ	0,4	0,45	0,5	0,6	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1	1,5
					5	5	5			1,2	

На выполнение лабораторной работы отводится 4 академических часа.

5. МЕТОДИЧЕСКИЙ ПРИМЕР ПОЛУЧЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ САУ

5.1. Построение частотных характеристик инерционного звена (апериодического первого порядка) и соответствующих графиков

Пусть для инерционного звена требуется:

- 1) определить частотную передаточную функцию $W(j\omega)$;
- 2) определить аналитические выражения для частотных характеристик: АФЧХ, АЧХ и ФЧХ при $T=2с$; $k=1$, с помощью которых рассчитать значения ординат для каждой характеристики при характерных значениях частоты: $\omega_1 = 0$; $\omega_2 = 1/T$; $\omega_3 = \infty$, а результаты свести в таблицу;
- 3) используя полученную таблицу, построить графики соответствующих частотных характеристик;
- 4) построить графики АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧ инерционного звена при помощи ПК.

5.1.1. Частотная передаточная функция $W(j\omega)$ определяется по соответствующей передаточной функции $W(s)$ путем подстановки $s \rightarrow j\omega$. Передаточная функция инерционного звена имеет вид

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1},$$

где T – постоянная времени; k – коэффициент передачи (усиления).

Таким образом, искомая частотная передаточная функция по определению будет иметь вид

$$W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega + 1}.$$

5.1.2. Определяем выражение для АФЧХ. Для этой цели выражение для $W(j\omega)$ представим в виде реальной и мнимой частей путем умножения числителя и знаменателя на сопряженное знаменателю выражение $(1 - jT\omega)$. Имеем

$$W(j\omega) = \frac{1}{(1 + jT\omega)} \times \frac{(1 - jT\omega)}{(1 - jT\omega)} = \frac{1}{1 + T^2\omega^2} - j \frac{T\omega}{1 + T^2\omega^2} = P(\omega) + jQ(\omega).$$

5.1.3. Полученную формулу используем для расчета ординат АФЧХ, задавая в общем случае произвольное число N возрастающих дискретных значений частот от $\omega_1 = 0$ до $\omega_N = \infty$. В частном случае (как в рассматриваемом примере) выбираем только характерные значения частоты: $\omega_1 = 0$; $\omega_2 = 1/T$; $\omega_3 = 50$, где вместо $\omega_3 = \infty$ принимаем $\omega_3 = 50$, что рассматривается как достаточно боль-

шее число, при котором получается удобный масштаб графика частотной характеристики. Результаты сведем в табл. 5.1.

Т а б л и ц а 5.1

Результаты расчета частотных характеристик

ω	$P(\omega)$	$Q(\omega)$	$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$	$\varphi(\omega) = \arctg[Q(\omega)/P(\omega)]$
0	1	0	1	0
$1/T$	$1/2$	$-1/2$	$1/\sqrt{2} = 0.7$	$-\pi/4$ радиан (45°)
∞	0	0	0	$-\pi/2$ радиан (90°)

Далее определим аналитическое выражение для АЧХ исследуемого звена

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + \omega^2 T^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega^2 T^2}{1 + \omega^2 T^2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}},$$

с помощью которого вычисляем значения АЧХ для частот $\omega_1 = 0$; $\omega_2 = 1/T$; $\omega_3 = 50$. Результаты поместим так же в табл. 5.1.

Формулу для построения ФЧХ получим следующим образом:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = -\frac{T\omega}{1 + T^2\omega^2} \bigg/ \frac{1}{1 + T^2\omega^2} = \arctg(-T\omega).$$

С помощью полученной формулы вычислим значения ординат ФЧХ для характерных частот $\omega_1 = 0$; $\omega_2 = 1/T$; $\omega_3 = 50$, а результаты сведем в табл. 5.1.

5.1.3. Построение графика АФЧХ выполним, применяя способ 1. Для этого воспользуемся таблицей 5.1, откуда выберем значения $P(\omega)$ и $Q(\omega)$.

График АФЧХ изображен на рисунке 5.1 и представляет собой полуокружность с радиусом $1/2$ и центром $(1/2, j0)$ на вещественной оси.

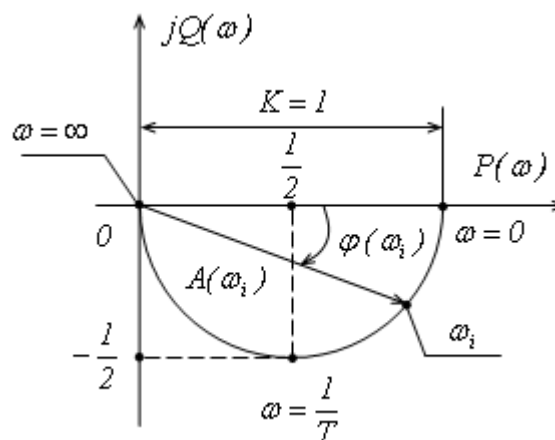


Рис. 5.1. График АФЧХ инерционного звена

График АЧХ инерционного звена (или апериодического звена 1 порядка), построенный по значениям ординат $A(\omega)$, взятым из табл. 5.1, изображен на рис. 5.2. Анализ этого графика показывает, что исследуемое звено представляет собой фильтр низких частот (низкие частоты пропускаются, а верхние подавляются, так как с ростом частоты амплитуда сигнала на выходе инерционного звена стремится к нулю).

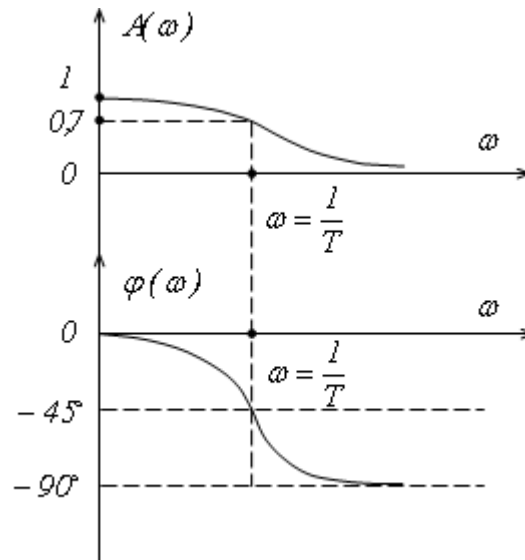


Рис. 5.2. Графики АЧХ и ФЧХ инерционного звена

Далее по значениям ординат ФЧХ для указанных в задании частот, приведенных в табл. 5.1, строим график, изображенный на рис. 5.2. Анализ этого графика показывает, что фазовый сдвиг выходного сигнала изменяется от 0° до -90° , а на частоте $\omega = 1/T$ он равен -45° .

5.1.4. Для построения графиков АФЧХ, а также логарифмических ЛАЧХ и ЛФЧХ с помощью ПК можно воспользоваться пакетом *MATLAB*. Для этой цели необходимо написать скрипт в окне редактора *Edit*, где с помощью команды $W_s = tf([num],[denum])$ определить переменную W_s , соответствующую передаточной функции $W(s)$ исследуемого звена, коэффициенты a_i ($i = 0, 2, \dots, n$) числителя, которой записываются (через пробел) в виде матрицы-строки $num = [a_n \ a_{n-1} \dots \ a_0]$, а коэффициенты b_j ($j = 0, 2, \dots, m$) знаменателя – в виде матрицы-строки $denum = [b_m \ b_{m-1} \dots \ b_0]$. Далее можно использовать функции *nyquist(W_s)* и *bode(W_s)* для построения искомых графиков соответственно АФЧХ (годографа Найквиста) и ЛАЧХ вместе с ЛФЧХ (диаграммы Боде). При этом в роли аргумента W_s для указанных функций могут выступать передаточные функции звеньев и систем различного порядка сложности.

Скрипт программы построения годографа Найквиста и диаграмм Боде для инерционного звена, имеющего передаточную функцию $W(s) = k/(Ts + 1)$ с па-

параметрами $T=2$ с; $k=1$, написанный на скрипте языка *MATLAB*, представлен следующим текстом:

```
T=2; k=1;           % Ввод параметров W(s)
W_s=tf([k],[T 1])  % Формирование идентификатора W(s) для MATLAB
figure(1)           % Резервирование области экрана ПК для 1 графика
nyquist(W_s)        % Расчет и вывод на экран годографа Найквиста
figure(2)           % Резервирование области экрана ПК для 2 графика
bode(W_s)           % Расчет и вывод на экран диаграмм Боде
```

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Расчёты, необходимые для заполнения табл. 5.1 в соответствии с заданием методического примера, можно выполнить при помощи ПК, написав скрипт программы, используя функции *MATLAB* следующим образом:

1) открыть окно редактора *Edit* для создания нового *m*-файла, в котором будет размещён скрипт программы;

2) присвоить переменным, соответствующим параметрам передаточной функции $W(s)$ исследуемого звена, значения в соответствии с вариантом задания;

3) определить переменную W_s , соответствующую передаточной функции $W(s)$ исследуемого звена, как показано в п. 5.1.4;

4) сформировать матрицу-строку w , состоящую из возрастающих характерных частот $\omega_1 = 0$; $\omega_2 = 1/T$; $\omega_3 = \infty$ инерционного звена, при помощи следующей командной строки:

$$w = [0 \ 1/T \ 50],$$

где вместо $\omega_3 = \infty$ записана величина $\omega_3 = 50$, которая ассоциируется с достаточно большим для данного примера числом;

5) вычислить множество комплексных значений АФЧХ для заданного матрицей w набора частот ω_i , используя функцию *freqresp()* при помощи командной строки

$$H = \text{freqresp}(W_s, w); H = H(:);$$

6) вычисление ординат вещественной $P(\omega)$ и мнимой $Q(\omega)$, а также амплитудной $A(\omega)$ и фазовой $\varphi(\omega)$ частотных характеристик для заданного матрицей w набора частот ω_i выполняется при помощи командных строк

$$P = \text{real}(H)$$

$$Q = \text{imag}(H)$$

$$A = \sqrt{P.^2 + Q.^2}$$

$$Fi = \text{atan2}(Q, P) * 180 / \pi$$

При этом в конце приведенных строк не следует ставить символ «точка с запятой», что позволит увидеть в командном окне ординаты построенных характеристик и занести их значения в табл. 5.1.

Построение графиков для частотных характеристик $A(\omega)$, $P(\omega)$ и $Q(\omega)$, полученных в п. 6), можно выполнить при помощи функций *plot()* и *figure()* в сочетании с функцией *linspace(om1, om2, N)*, формирующей массив из N линейно возрастающих частот от $om1$ до $om2$. Например, график амплитудно-частотной характеристики $A(\omega)$, можно построить при помощи следующей командной строки:

```
N=120; om1=0; om2=50; w= linspace(om1, om2, N); figure(1); plot(A,w);grid
```

В результате будет построен график АЧХ для 120 точек диапазона частот от $\omega_1 = 0$ до $\omega_N = 50$ [рад/с].

При выполнении п. 4.5 и п. 4.6 задания можно руководствоваться схемой и графиком, которые приведены на рис. 6.1, иллюстрирующем метод экспериментального определения частотных характеристик ЛДС.

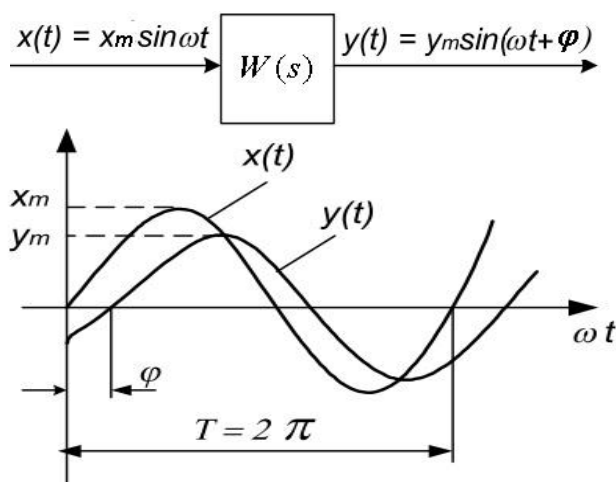


Рис. 6.1. Метод экспериментального определения частотных характеристик ЛДС

При исследовании влияния параметров ξ и k на частотные характеристики типовых звеньев рекомендуется воспользоваться функциями *MATLAB* *nyquist(W_s)* и *bode(W_s)*.

7. СОДЕРЖАНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать следующее:

- 1) формулировку задания и исходные данные;
- 2) выражения для частотных передаточных функций исследуемых звеньев;
- 3) формулы для расчета частотных характеристик типовых звеньев САУ;

- 4) графики частотных характеристик и результаты исследования влияния параметров звеньев САУ на частотные характеристики;
- 5) функциональную схему лабораторной установки для экспериментального построения АЧХ и ФЧХ колебательного звена и соответствующую ей S -модель, составленную из библиотечных блоков (компонентов) системы визуального моделирования *Simulink*;
- 6) графики АЧХ и ФЧХ, которые получены в результате эксперимента, выполненного при помощи разработанной S -модели;
- 7) выводы по результатам выполненного задания.

8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение частотной характеристики.
2. Какие существуют виды частотных характеристик?
3. Для каких целей применяются частотные характеристики?
4. Какие типы частотных характеристик Вы знаете?
5. Как определяются аналитические выражения для АФЧХ, АЧХ и ФЧХ?
6. Дайте определение логарифмических частотных характеристик.
7. Как выводится формула для АФЧХ инерционного звена?
8. Какими способами можно построить график АФЧХ?
9. В чем отличие АЧХ от ЛАЧХ?
10. Почему инерционное звено работает как фильтр нижних частот?
11. Как построить ФЧХ звена? Пояснить на примере.
12. Как соотносятся фазовый сдвиг сигнала на частотной характеристике и временное смещение его на временной характеристике?
13. В чем различие частотных характеристик и временных?
14. Как влияет коэффициент затухания ξ колебательного звена на вид графиков частотных характеристик?
15. Как оценить влияние значений параметров T , k и ξ на динамические свойства исследуемых в работе звеньев? Пояснить на примере.
16. Приведите схему стенда для экспериментального определения ЧХ.
17. Какие блоки библиотеки *Simulink* можно использовать для экспериментального определения частотных характеристик?
18. Напишите программу построения годографа Найквиста по заданной передаточной функции типового звена.
19. Напишите программу построения графиков ЛАЧХ и ФЧХ.
20. Для какого диапазона частот строятся ФЧХ?

Литература

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – СПб.: Профессия, 2003. – 752 с.
2. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель / В.П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.

Лабораторная работа № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ НЕПРЕРЫВНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ЗАДАННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ИЛИ ПЕРЕДАТОЧНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобретение практических навыков исследования устойчивости и определения характера переходных процессов по виду расположения характеристических чисел или полюсов непрерывных стационарных ЛДС.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Исследование устойчивости является одной из важнейших задач теории автоматического управления. Устойчивость – это свойство динамической системы возвращаться в исходное равновесное состояние покоя после кратковременного воздействия на нее возмущения или после выведения ее из исходного состояния ненулевыми начальными условиями.

Динамическая система называется устойчивой, если при ненулевых ограниченных начальных условиях ее свободное движение ограничено. При этом, если это собственное движение с ростом времени стремится к нулю, то такая система называется асимптотически устойчивой. Следует отметить, что устойчивость непрерывных стационарных ЛДС всегда является асимптотической. Другими словами свободное движение устойчивых систем указанного класса всегда затухает до нуля. Проверку этого свойства устойчивой ЛДС можно выполнить путем построения ее переходной характеристики.

Исследование устойчивости ЛДС проводится при помощи их математических моделей, которые устанавливают связь вход-выход и могут быть представлены в виде линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, в виде передаточных функций или структурных схем. Например, в уравнении (1) искомая функция $y(t)$ играет роль выхода, а функция $x(t)$ – входа. В теории автоматического управления, как правило, устойчивость исследуется для замкнутых систем, то есть систем автоматического управления с отрицательной обратной связью.

Необходимым и достаточным условием устойчивости замкнутой САУ, относящейся к классу ЛДС, является расположение в левой полуплоскости комплексной плоскости характеристических чисел линейного дифференциального уравнения (если модель замкнутой САУ задана в виде дифференциального уравнения) или полюсов передаточной функции (если модель замкнутой САУ задана в виде передаточной функции).

В случае, если замкнутая САУ задана линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами в виде

$$a_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 \quad (2.1)$$

с начальными условиями

$$t = 0; \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy(0)}{dt} = 0, \quad \frac{d^2 y(0)}{dt^2} = 0; \quad x(0) = 1(t), \quad (2.2)$$

то характеристическое уравнение для (2.1) записывается следующим образом:

$$a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0. \quad (2.3)$$

Корни характеристического уравнения (2.3), которое является алгебраическим, называются характеристическими числами.

Если к левой и правой части дифференциального уравнения (2.1) применить преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях (начальные условия (2.2) соответствуют нулевым), то можно получить передаточную функцию как отношение изображения по Лапласу выхода $Y(s)$ к изображению входа $X(s)$. Имеем

$$X(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}. \quad (2.4)$$

Знаменатель передаточной функции (4) называется характеристическим полиномом, а уравнение

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad (2.5)$$

называется характеристическим уравнением передаточной функции (2.4).

Корни характеристического уравнения (2.5) называются полюсами передаточной функции (2.4).

Таким образом, характеристические числа дифференциального уравнения (2.1) и полюсы, соответствующей ему передаточной функции (2.4), совпадают. Это означает, что анализ устойчивости замкнутой САУ можно проводить при помощи различных моделей, относящихся к одной и той же динамической системе.

Следует отметить, что с помощью полинома числителя передаточной функции (2.4) можно построить алгебраическое уравнение

$$b_1 s + b_0 = 0,$$

корни которого (в рассматриваемом примере только один корень $s = -\frac{b_0}{b_1}$)

называют нулями, так как при подстановке их в передаточную функцию (2.4) последняя обращается в ноль. Подстановка полюсов в передаточную функцию (2.4) обращает ее в бесконечность.

Из анализа алгебраического уравнения (2.5) следует, что число полюсов передаточной функции (2.4) равно 3, а их расположение на комплексной плоскости зависит от значений коэффициентов a_i , где $i = \overline{0,3}$. Принимая во внимание, что полюсы могут быть как вещественными, так и комплексными, а также тот факт, что комплексные полюсы существуют всегда парами, принимающими комплексно-сопряженные значения, можно проиллюстрировать на рис. 2.1 возможные варианты взаимного их размещения на комплексной плоскости s для устойчивой замкнутой САУ.

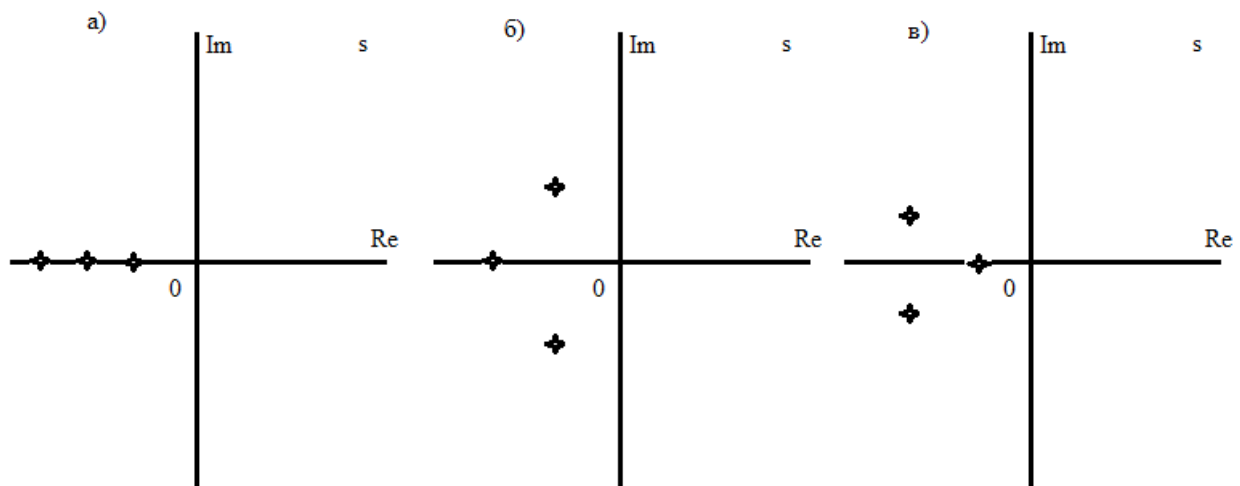


Рис. 2.1. Варианты расположения полюсов передаточной функции (2.4) устойчивой замкнутой САУ

На рис. 2.1, а расположены 3 вещественных полюса. На рис. 2.1, б показано расположение одного вещественного и пары комплексно-сопряженных полюсов. На рис. 2.1, в так же изображены один вещественный полюс и пара комплексно-сопряженных, но модуль вещественного полюса меньше, чем у вещественного полюса, изображенного на рис. 2.1, б.

Таким образом, анализ устойчивости непрерывной стационарной линейной САУ можно свести к решению задачи вычисления характеристических чисел или полюсов при помощи дифференциального уравнения или передаточной функции, описывающих ее поведение (динамику). Если исследуемая САУ задана передаточной функцией, то эффективным средством решения этой задачи являются следующие функции системы *MATLAB*:

$$p = \text{pole}(W) \text{ или } \text{pzmap}(W),$$

где p – вектор столбец, элементы которого искомые полюсы;

W – переменная *MATLAB*, определяющая исследуемую передаточную функцию, например, при помощи следующей командной строки:

$$W = \text{tf}([\text{num}],[\text{den}]),$$

где num – коэффициенты полинома числителя исследуемой передаточной функции (записываются через пробел);

den – коэффициенты полинома знаменателя исследуемой передаточной функции (записываются через пробел).

Функция $pzmap(W)$ выводит на экран компьютера карту взаимного расположения нулей и полюсов исследуемой передаточной функции W .

В случае, когда вычисление полюсов затруднено, применяются критерии устойчивости, которые без прямого вычисления характеристических чисел или полюсов позволяют судить об их расположении на комплексной плоскости. Такие критерии разделяются на алгебраические и частотные.

Первый алгебраический критерий устойчивости в 1876 году был предложен русским ученым и государственным деятелем Иваном Алексеевичем Вышнеградским (1831 – 1895), который считается основоположником теории автоматического регулирования. В основу метода исследования устойчивости он положил анализ расположения корней характеристического уравнения (2.3) системы третьего порядка (2.1) на комплексной плоскости. Для этой цели Вышнеградский преобразовал характеристическое уравнение (2.3) к нормализованной форме, поделив его на a_0 и вводя новую переменную

$$\lambda = p \sqrt[3]{\frac{a_0}{a_3}}.$$

В результате (2.3) преобразуется к виду

$$p^3 \frac{a_3}{a_0} \left(\sqrt[3]{\frac{a_0}{a_3}} \right)^3 + p^2 \frac{a_2}{a_0} \left(\sqrt[3]{\frac{a_0}{a_3}} \right)^2 + p \frac{a_1}{a_0} \left(\sqrt[3]{\frac{a_0}{a_3}} \right) + 1 = 0$$

или

$$p^3 + Ap^2 + Bp + 1 = 0, \text{ где } A = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_3^2 a_0}}, B = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_0^2 a_3}}. \quad (2.6)$$

Исследуя нормализованное характеристическое уравнение (2.6) И.А. Вышнеградский определил условия устойчивости для систем, описываемых линейными дифференциальными уравнениями третьего порядка с постоянными коэффициентами в виде следующих неравенств:

- 1) линейная стационарная система будет устойчивой, если $A \cdot B > 1$;
- 2) линейная стационарная система будет неустойчивой, если $A \cdot B < 1$;
- 3) линейная стационарная система будет находиться на границе устойчивости, если $A \cdot B = 1$.

И.А. Вышнеградскому принадлежит диаграмма, определяющая области устойчивости стационарной линейной динамической системы третьего порядка. Анализируя решение кубического уравнения (2.6) он доказал, что область устойчивости разделяется на зоны с различным характером протекания переходных процессов в зависимости от расположения корней характеристического уравнения (характеристических чисел).

На диаграмме, изображенной на рис. 2.2, граница устойчивости в плоскости двух параметров A и B представляется равнобокой гиперболой, разделя-

ющей площадь диаграммы на две области: область устойчивости, лежащую выше гиперболы, и область неустойчивости, лежащую ниже гиперболы. Выпуклость этой гиперболы обращена к области неустойчивости.

На диаграмме также выделена область III монотонного процесса, протекающего при отсутствии колебаний. Эта область начинается в точке (3,3), где все три корня характеристического уравнения вещественны, отрицательны и кратны.

Область II характерна тем, что имеется один отрицательный корень вещественный и пара комплексно-сопряженных с отрицательными вещественными частями, причем модуль вещественного корня больше модулей комплексных корней (вещественный корень дальше от мнимой оси).

Выделенная область диаграммы I так же, как и II область содержит один вещественный отрицательный корень и пару комплексно-сопряженных корней с отрицательными вещественными частями, модули которых больше модуля вещественного корня (вещественный корень ближе к мнимой оси комплексной плоскости s).

Графики переходных процессов, характеризующих собственное движение исследуемой ЛДС при различном расположении корней характеристического уравнения на комплексной плоскости s , приведены на рис. 2.3.

Таким образом, диаграмма Вышнеградского позволяет установить связь между параметрами ЛДС и качеством соответствующих переходных процессов.



Рис. 2.2. Диаграмма Вышнеградского

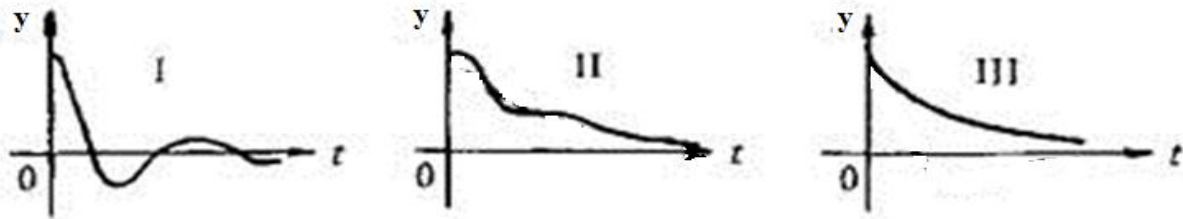


Рис 2.3. Вид переходных процессов, характеризующих собственное движение ЛДС в зависимости от зоны расположения ее характеристических чисел на диаграмме Вышнеградского

На основе подобия уравнений (2.3) и (2.6), а также необходимого и достаточного условия устойчивости, формулировку условий устойчивости Вышнеградского можно привести в форме критерия.

Критерий Вышнеградского для системы 3 порядка. Для устойчивости ЛДС с характеристическим уравнением (2.3) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось следующее неравенство:

$$a_2 a_1 > a_3 a_0.$$

Немецкий математик Адольф Гурвиц (1859 – 1919) предложил в 1895 году алгебраическую форму критерия устойчивости для ЛДС, который основан на вычислении определителей, составленных из коэффициентов характеристического уравнения произвольного порядка. При этом для характеристического уравнения n порядка составляется квадратная матрица коэффициентов, содержащая n строк и n столбцов в виде

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}.$$

Эта матрица составляется следующим образом. По диагонали от левого верхнего до правого нижнего углов выписываются все коэффициенты по порядку от a_1 до a_n . Каждая строка дополняется коэффициентами с возрастающими индексами слева направо так, чтобы чередовались строки с нечетными и четными индексами. В случае отсутствия данного коэффициента, а также если индекс его меньше нуля или больше n , на месте его пишется нуль.

Определители Гурвица составляются по следующему правилу:

$$\Delta_1 = a_1 > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0$$

Последний определитель включает в себя всю матрицу.

Критерий Гурвица для системы n порядка:

- 1) ЛДС будет устойчивой, если диагональные определители Гурвица больше нуля.
- 2) ЛДС будет неустойчивой, если хотя бы один из диагональных определителей Гурвица меньше нуля.
- 3) ЛДС находится на границе устойчивости, если хотя бы один из диагональных определителей равен нулю.

Условия устойчивости, сформулированные в критерии Гурвица, являются необходимыми и достаточными.

Можно показать, что положительность всех без исключения коэффициентов характеристического уравнения ЛДС является необходимым условием ее устойчивости, но не достаточным. При этом положительность коэффициентов характеристического уравнения ЛДС первого и второго порядков является не только необходимым условием устойчивости, но и достаточным.

Исследование устойчивости ЛДС с характеристическим уравнением третьего порядка удобно проводить при помощи критерия Вышнеградского, а критерий Гурвица целесообразно применять для ЛДС с характеристическим уравнением порядка $n > 3$.

3. ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

В лабораторной работе используются персональные компьютеры, оснащенные программным обеспечением, позволяющим моделировать динамические системы

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 4.1. Используя коэффициенты характеристического уравнения заданной передаточной функции (см. вариант задания), вычислить при помощи программы, помещенной в m -файл, параметры A и B .
- 4.2. Исследовать устойчивость ЛДС при помощи проверки выполнения условий Вышнеградского, а также критериев Вышнеградского и Гурвица. Рекомендуется это выполнить средствами MATLAB (см. методический пример).
- 4.3. При помощи найденных параметров A и B определить вид и расположение корней характеристического уравнения на диаграмме Вышнеградского (рис. 2.2), а также предполагаемый характер переходного процесса (собственного движения) в исследуемой ЛДС, как показано на рис. 2.3.
- 4.4. По заданному аналитическому выражению передаточной функции исследуемой ЛДС определить ее модель W в среде MATLAB при помощи функции $tf([num],[den])$, помещенной в m -файл.
- 4.5. Рассматривая корни характеристического уравнения как полюсы передаточной функции исследуемой ЛДС, при помощи функции $pzmap(W)$ построить карту расположения этих корней (полюсов) на

комплексной плоскости и сравнить с результатами применения диаграммы Вышнеградского.

- 4.6. Исследовать характер переходного процесса (собственного движения) исследуемой ЛДС при помощи функции *impulse(W)* и сравнить с результатом применения диаграммы Вышнеградского.
- 4.7. Построить переходную характеристику исследуемой ЛДС и определить показатели качества.
- 4.8. Исследуемая ЛДС задана в виде передаточной функции

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0},$$

параметры которой приведены в вариантах заданий в табл. 4.1.

- 4.9. Оформить отчет и сделать выводы.
На выполнение лабораторной работы отводится 4 часа.

Т а б л и ц а 4.1
Варианты заданий

№ вари- анта	Параметры передаточной функции					
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_0	b_1
1	3	5	4	3	1	0
2	6	11	2	1	1	0
3	2	5	4	8	1	0
4	10	6	7	3	1	0
5	2	18	13	2	1	0
6	4	20	9	4	1	0
7	7	10	3	2	1	0
8	18	9	4	1	1	0
9	1	15	20	3	1	0
10	3	12	14	2	1	0
11	2	19	17	3	1	0
12	7	12	9	1	1	0

5. МЕТОДИЧЕСКИЙ ПРИМЕР

В качестве методического примера в приложении А приводится текст программы на языке *MATLAB*, где выполнено следующее:

- 1) ввод параметров передаточной функции, вычисление параметров А и В;
- 3) выполнена проверка неравенств Вышнеградского;
- 4) выполнен анализ устойчивости по критерию Вышнеградского;
- 5) выполнен анализ устойчивости по критерию Гурвица;
- 6) построена карта расположения полюсов и нулей передаточной функции.
- 7) построены графики импульсной и переходной характеристик ЛДС.

6. СОДЕРЖАНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Отчет оформляется подобным образом, как предложено оформлять лабораторные работы № 1 и № 2, и должен содержать следующее:

- 1) формулировку задания и исходные данные;
- 2) выражения для передаточной функции исследуемой ЛДС, характеристического уравнения и коэффициентов Вышнеградского;
- 3) карту расположения нулей и полюсов передаточной функции ЛДС;
- 4) график импульсной характеристики исследуемой ЛДС;
- 5) график переходной характеристики исследуемой ЛДС;
- 6) матрицу и определители Гурвица.

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 7.1. Что понимается под устойчивостью?
- 7.2. Какая динамическая система называется устойчивой?
- 7.3. Что такое характеристическое уравнение?
- 7.4. Какой вид имеют корни характеристического уравнения?
- 7.5. Чем отличаются правые и левые корни характеристического уравнения?
- 7.6. Что такое критерии устойчивости?
- 7.7. Сформулируйте необходимое и достаточное условие устойчивости ЛДС.
- 7.8. Сформулируйте критерий Вышнеградского.
- 7.9. Что такое диаграмма Вышнеградского и чем она полезна?
- 7.10. Сформулируйте критерий Гурвица.
- 7.11. Какие функции системы MATLAB можно использовать для анализа устойчивости стационарной ЛДС?
- 7.12. Как по заданному линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами определить устойчивость его решения?
- 7.13. Как определить устойчивость ЛДС, если ее математическая модель задана в виде передаточной функции?
- 7.14. Как определить устойчивость ЛДС, если ее математическая модель задана в виде дифференциального уравнения?
- 7.15. Как по линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами построить передаточную функцию?
- 7.16. Как по заданной передаточной функции построить соответствующее дифференциальное уравнение?

Литература

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – СПб.: Профессия, 2003. – 752 с.
2. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель / В.П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.

Текст программы исследования устойчивости алгебраическим методом

```
%Лабораторная работа №5
%Параметры передаточной функции
a0=2; a1=3; a2=3; a3=1; b0=1; b1=0;
%Коэффициенты Вышнеградского
A1=(a3^2*a0)^(1/3); B1=(a0^2*a3)^(1/3);
A=a2/A1
B=a1/B1
AB=A*B
%Проверка выполнения условий
%Вышнеградского
if A*B>1
    disp('Stabil')
else
    disp('No Stabil') %unstabil
end
%Критерий Вышнеградского
G1=a1*a2; G2=a0*a3;
if G1>G2
    disp('Stabil')
else
    disp('No Stabil')
end
%Критерий Гурвица
D1=a1
D2=a1*a2-a3*a0
D3=a3*D2
if D1>0 & D2>0 & D3>0
    disp('Stabil')
else
    disp('No Stabil')
end
%Модель ЛДС в виде ПФ
W=tf([0 1],[a3 a2 a1 a0])
%Карта расположения полюсов
figure (1) % Карта расположения корней
            % x-кого уравнения
pzmap(W)
%Переходный процесс - импульсная х-ка)
figure (2)
impulse(W); grid
figure (3)
step(W); grid
```


**Краснодубец Леонид Андреевич
Конева Светлана Андреевна**

**Т Е О Р И Я
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

*Методические указания
к лабораторному практикуму (часть I)*

В авторской редакции

Изд. № 133/19. Объём 2,75 п.л.
РИИЦМ ФГАОУ ВО "Севастопольский государственный университет"