

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.Х. Дегтерев

ТРАЕКТОРНЫЙ ПОДХОД В МОРСКОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Монография

Севастополь
СевГУ
2020

УДК 551.46
Д26

Р е ц е н з е н т:
В.А. Рафиенко - канд. техн. наук

Дегтерев А.Х.

Д26 Траекторный подход в морской геофизике : монография / А.Х. Дегтерев ; Министерство науки и высшего образования РФ, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет». – Севастополь : СевГУ, 2020. – 123 с. – Текст : электронный.

Рассмотрено решение ряда задач морской геофизики на основе единого подхода, связанного с прослеживанием свойств частиц вдоль их траектории. Традиционный для физики элементарных частиц подход к численному моделированию, известный как метод Монте-Карло, обобщен на задачи газообмена и теплообмена в океане. Предложены соответствующие модели, описывающие как эволюцию как реальных микрочастиц, так и изменение параметров «жидких частиц» и водных масс при их взаимодействии. Наряду с классическими моделями распространения ядерных излучений приведены аналогичные модели, описывающие распространение оптических и акустических излучений в морской среде.

Для специалистов в области морской геофизики, геохимии и геологии, студентов и аспирантов.

УДК 551.46

Утверждена на заседании кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации», протокол № 5 от 26 декабря 2019 г.

Рассмотрена и рекомендована к изданию на заседании учёного совета Института ядерной энергии и промышленности, протокол № 6 от 30 января 2020 г.

© Дегтерев А.Х., 2020
© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
Глава 1. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ.....	8
1.1. Модель радиометрии бета-излучения.....	8
1.2. Модели распространения гамма-излучения в морской воде.....	11
1.3. Модель рентгено-флюоресцентного анализа морской воды.....	14
1.4. Моделирование нейтронно-активационного анализа морской воды.....	20
Глава 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТА И ЗВУКА В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕС- КОЙ ОПТИКИ.....	25
2.1. Модель двойного отражения света от волн.....	25
2.2. Оценка влияния поверхностных волн на радиационный баланс поверхности моря.....	28
2.3. Моделирование суточного и сезонного изменений радиационного баланса.....	34
2.4. Лучевой имитационный метод решения задач гидроакустики.....	36
2.5. Моделирование объемной реверберации в лучевом приближении.....	42
Глава 3. МОДЕЛИ ВСПЛЫВАНИЯ ПУЗЫРЬКОВ ГАЗА	48
3.1. Моделирование свободных газовых выходов.....	48
3.2. Влияние образования газогидратов на проявление выходов метана.....	51
3.3. Пузырьки с многокомпонентным газовым составом.....	55
3.4. Моделирование газообмена через пузырьки в штормовых условиях.....	58
Глава 4. МОДЕЛИ ОБМЕНА РАСТВОРЕННЫМИ ГАЗАМИ В ОКЕАНЕ.....	61
4.1. Моделирование роли вертикальной циркуляции в поглощении океаном углекислого газа.....	61
4.2. Оценка вклада таяния льдов в сток углекислого газа.....	67
4.3. Моделирование аномалий насыщения поверхностных вод океана атмосферными газами.....	70

Глава 5. МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАСТВОРЕННЫХ ГАЗОВ.....78

- 5.1. Совместное моделирование профилей кислорода и сероводорода в Черном море78
- 5.2. Оценка влияния горизонтального перемешивания на вертикальный перенос кислорода80
- 5.3. Модель вертикального переноса примеси в Черном море.....84
- 5.4. Моделирование изменчивости положения границы сероводородной зоны.....88

Глава 6. ТРАЕКТОРНЫЕ МОДЕЛИ ТЕПЛООБМЕНА ВОД ОКЕАНА.....94

- 6.1. Моделирование проникновения климатического сигнала о голоцене вглубь литосферы и океана.....94
- 6.2. Теплообмен между встречными течениями (на примере Гольфстрима и Лабрадорского течений).....97
- 6.3. Оценка неоднородности перераспределения талых вод в Северной Атлантике.....103
- 6.4. Оценка скорости обновления воды в океанском конвейере.....109

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....118

ЛИТЕРАТУРА120

ВВЕДЕНИЕ

В связи с истощением запасов полезных ископаемых на суше уже в ближайшие годы будет происходить постепенный переход к разведке и разработке морских месторождений. Достаточно сказать, что только на арктическом шельфе России находится до 40 % разведанных мировых запасов природного газа. В связи с этим актуальной становится задача применения современных геофизических методов разведки в условиях морей и океанов. Интерпретация результатов соответствующих измерений, например, морской сейсморазведки, тесно связана с математическим моделированием различных физических процессов в море [15, 48]. Однако многие задачи морской геофизики не удается решать традиционными аналитическими или численными методами, поэтому необходимо развивать новые методы и новые подходы к этой проблеме. Одним из них и является траекторный подход, связанный как с отслеживанием самих траекторий движения частиц, так и с вычислением изменения их параметров вдоль траектории. В предлагаемой монографии рассмотрено применение этого подхода к моделированию распространения различных излучений, тепла, примесей и макрочастиц в морской среде.

Траектория – это геометрический образ, картинка в известном смысле. А, как известно, представленная в графическом виде информации лучше воспринимается людьми. Та же наскальная живопись очень высокого качества появилась 20 тысяч лет назад, тогда как символическое представление (цифры, буквы) стало доступным только 5 тыс. лет назад. Даже просто показать дорогу проще на карте, чем долго объяснять, куда и когда свернуть. А это ведь тоже траектория, только в двумерном пространстве. Еще Платон писал, что бог правит миром посредством геометрии. И в самом деле, свойства минералов определяются геометрией их кристаллической решетки, а свойства биологически активных веществ тесно связаны с пространственной структурой их молекул.

Разумеется, в наше время область применения геометрических образов значительно расширилось. Мы запросто говорим об образовательной траектории студента и о распознавании образов по их траекториям в пространстве признаков. Именно применение этих траекторий для искусственного интеллекта имеется ввиду, когда сейчас говорят о траекторных моделях. Хотя, конечно, и обычные траектории в декартовом пространстве до сих пор широко применяются в современных исследованиях [38, 65]. Это, конечно, проще, чем траектории в фазовом пространстве и связанные с ними фазовые портреты, предельные циклы, бифуркации и странные аттракторы [4]. Достаточно сказать, что там размерность пространства может быть куда больше, чем у привычного нам трехмерного. А ведь еще есть марковские цепи в теории управления [6, 13], траектории предприятия в моделях экономики [43] и многие другие применения траекторного подхода.

Однако здесь мы ограничимся траекториями в обычном пространстве декартовых координат и попытаемся описать с помощью их некоторые процессы переноса вещества и энергии в морской среде. Часть рассмотренных здесь задач без привязки к морской тематике рассматривалась и ранее [26]. Достаточно условно

все численные методы решения задач газогидродинамики можно разделить на регулярные и статистические. Первые связаны с решением исходных уравнений или их конечно-разностных аналогов, а во вторых используется иной подход, не требующий непосредственного решения классических уравнений [7]. Иногда такой подход называют также прямым статистическим моделированием. Его разновидностью и является траекторное моделирование процессов переноса. И здесь тоже не все так просто. Например, при моделировании прохождения частиц вытянутой формы через сито надо учитывать эффект закатывания их в ячейку [27]. Следует отметить, что даже здесь понятие траекторного моделирования пока не является установившимся и под ними нередко понимают весьма разные подходы. Например, под траекторными моделями нередко понимают просто лагранжевы подход к решению обычных уравнений гидродинамики, т.е. фактически регулярные модели. Существует также деление численных моделей на динамические и статистические по степени зависимости решения от начальных условий, что еще больше усложняет классификацию такого рода моделей.

Используемый здесь подход к моделированию различных процессов переноса ассоциируется скорее с применением метода Монте-Карло в ядерной физике. Отчасти и потому, что первые работы в этой области действительно были связаны с моделированием переноса излучений в ядерных зарядах и атомных реакторах [41,55]. В первой главе такого рода задачи как раз и рассмотрены. Однако впоследствии данный метод, основанный на прослеживании изменения параметров частицы вдоль ее траектории, получил применение в самых разных областях. В этом смысле используемый нами подход является своего рода универсальным математическим методом. Здесь уместна аналогия с теорией стратегических игр, которая была разработана выдающимся математиком Джоном фон Нейманом для моделирования процессов в экономике [44], и позднее использовалась в самых разных областях науки [64]. Следует отметить также, что именно Нейман заложил основы и самого метода Монте-Карло [63].

Наш подход несколько отличается от классического метода Монте-Карло, т.е. метода статистических испытаний, который обычно рассматривается как разновидность статистического моделирования [36]. Для решения большей части задач в предлагаемой монографии вообще не используются случайные числа, поскольку эволюция объекта вдоль его траектории не обязательно связана с вероятностными процессами, характерными для взаимодействия элементарных частиц. В этом смысле траекторный подход ближе к экстенсивной форме представления стратегических игр («дерево игры») [64] или даже к интегрированию по траекториям в теории элементарных частиц («диаграммы Фейнмана» [51]). В отличие от классического метода Монте-Карло, используемого для решения диффузионных задач применительно к водоемам [14] и в дискретных моделях волн [54], данный подход предполагает не только отслеживание самих траекторий частиц, но и учет изменения их параметров (свойств) вдоль траектории. В этом смысле уже можно говорить о прослеживании траектории частицы в многомерном признаковом пространстве или же о боксовой траекторной модели. Причем если рассматривается траектория частицы в таком пространстве, размерность которого равна числу признаков, характеризующих состояние частицы, то достаточно описать только

саму эту траекторию. В нашем же случае размерность этого пространства уменьшается меньше, и поэтому необходимо еще отслеживать изменение некоторых свойств частицы вдоль ее траектории.

При решении каждой конкретной задачи, представленной в монографии, траекторный подход применялся неформально, с учетом специфики моделируемого процесса или явления. Часть рассмотренных задач без привязки к морской тематике рассматривалась и ранее [26]. В качестве частиц рассматривались не только реальные частицы (электроны, нейтроны, фотоны, газовые пузырьки), но и воображаемые (квант акустической энергии, “жидкие частицы”). Размеры таких частиц варьируют от нанометров до тысяч километров. В одних случаях полученные результаты дают количественную оценку интересующих параметров процесса переноса, в других – позволяют понять физический механизм наблюдаемых в природе явлений. Хотя рассмотренные здесь задачи связаны с переносом вещества и энергии именно в морской среде, данный подход, очевидно, может найти широкое применение для моделирования процессов переноса и в других средах, включая те же осадочные породы на дне морей.

Глава 1.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

1.1. Модель радиометрии бета-излучения

При описании взаимодействия ядерных излучений с веществом используется имитационная разновидность метода Монте-Карло, т.е. классический метод, применяемый, например, в физике элементарных частиц для моделирования аннигиляции электрон-позитронной пары в адроны. Естественная бета-активность морской воды в несколько раз превышает ее гамма активность и обусловлена в основном изотопом калий-40 с максимальной энергией бета-частиц $E_0 = 1,32$ МэВ. После Чернобыльской аварии значительно повысилась концентрация бета-активных изотопов цезий-137 и стронций-90, которые теперь определяют радиоактивность пресных вод (в морской воде по-прежнему основным излучателем остается калий-40). Таким образом, актуальной является задача бета-радиометрии морской воды. Проблема заключается в низкой проникающей способности бета-излучения в морской воде. Например, для перечисленных изотопов она не превышает 6 мм. Нами решалась задача оптимизации сцинтилляционного датчика погружного бета-радиометра [31]. С этой целью моделировалось распространение электронов в воде и в материале детектора. Основными процессами взаимодействия электронов (бета-частиц) с веществом является возбуждение и ионизация атомов среды, а также кулоновское рассеивание на ядрах атомов. Первый эффект ведет к уменьшению энергии электрона, причем с хорошей точностью потери энергии на единице длины пробега постоянны. Это позволяет рассчитать пробег бета-частицы R в см по формуле Фламмерсфельда [2]

$$R = 106 [(1 + 22,4 E^2)^{1/2} - 1]/\rho, \quad (1.1)$$

где E – начальная энергия электрона в МэВ и ρ – плотность среды, кг/м^3 . В общем случае для каждой бета-частицы E определяется как случайная величина с плотностью вероятности, соответствующей спектру Ферми

$$N(\epsilon) = \text{const } \epsilon (\epsilon^2 - 1)^{1/2} (\epsilon_0 - \epsilon)^2, \quad (1.2)$$

где $\epsilon = (E + mc^2)/mc^2$, m – масса покоя электрона, $\epsilon_0 = (E_0 + mc^2)/mc^2$ и E_0 – максимальная начальная энергия бета-частицы. Однако бета-распад изотопа калий-40 является безусловно запрещенным переходом, поэтому в спектр Ферми вводился дополнительный множитель [2]:

$$a(\epsilon) = (\epsilon - 1)^3 + (\epsilon_0 - \epsilon)^6 + 7 (\epsilon^2 - 1)(\epsilon_0 - \epsilon)^2 [(\epsilon^2 - 1 + (\epsilon_0 - \epsilon)^2)]. \quad (1.3)$$

Таким образом, начальная энергия бета-частиц разыгрывалась по методу Неймана с использованием датчика случайных чисел и плотности вероятности $p(\epsilon) = a(\epsilon)N(\epsilon)$. Простая оценка по формуле Резерфорда показывает, что кулонов-

ским рассеянием в данном случае можно пренебречь в связи с тем, что длина пробега бета-частицы от одного акта рассеяния до другого превышает сам ее пробег R . Это позволяет считать движение электрона прямолинейным, что существенно упрощает расчет.

Моделировалась регистрация естественного бета-излучения морской воды набором сцинтилляционных пластин толщиной d с расстоянием l между ними (рис. 1.1).

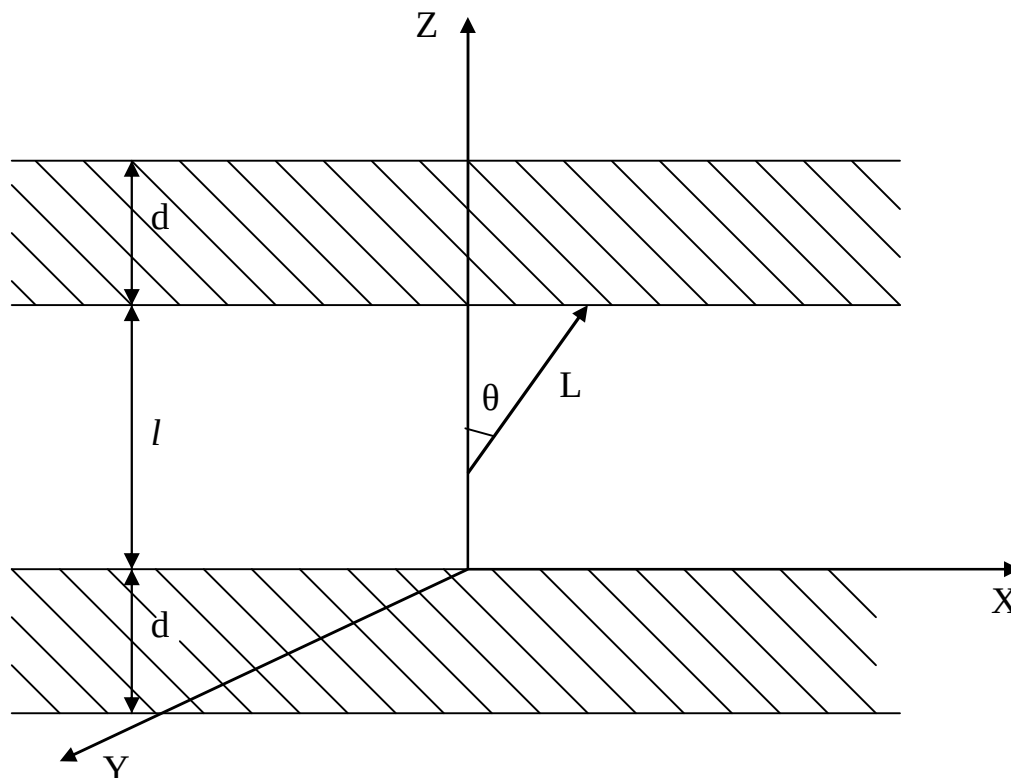


Рис. 1.1. Схема расположения пластин детектора и морской воды, используемая при моделировании

Такая система обладает аксиальной симметрией, поэтому задача решалась в плоскости xz с учетом поправки на телесный угол при розыгрыше направления излучения бета-частицы. Считалось, что изотопы калия-40 равномерно распределены в воде в соответствии концентрацией растворенного в морской воде калия и долей изотопа в природной смеси

Расчет заключался в последовательном прослеживании судеб большого числа бета-частиц, испущенных излучателями, расположенными в воде на оси z . Координата излучателя z каждый раз рассчитывалась по равномерному распределению в интервале от 0 до l . Направление вылета бета частицы также каждый раз разыгрывалось в соответствии с изотропным распределением. В данном случае для этого достаточно было вычислить только полярный угол θ по плотности вероятности, пропорциональной $\sin(\theta)$. Разыгрывалась также начальная энергия бета-частицы E и по ней — ее полный пробег в воде R . По углу θ и координате z определялось расстояние L до пластины по трассе электрона. Далее значения R и L сравнивались, и если оказывалось, что $R < L$, то история бета-частицы заканчивалась. Такой исход соответствует самопоглощению бета-излучения в морской воде. В противном случае считалось, что частица достигла сцинтиллятора и тогда

вычислялась соответствующая функция отклика детектора. Для этого определялась энергия, с которой бета-частица вошла в детектор (ее потери энергии в воде равны $E \cdot L/R$). По формуле, аналогичной (1.1), определялся полный пробег частицы в сцинтилляционной пластине, который сравнивался с максимально возможным до вылета из пластины. Таким образом рассчитывалась энергия, оставленная бета-частицей в детекторе. На этом ее история заканчивалась. Схема моделирования судьбы отдельной бета-частицы изображена на рис. 1.2. После статистической обработки результатов такого рода численных экспериментов строился амплитудный спектр регистрируемого бета-излучения и рассчитывалась эффективность регистрации излучения.

Под эффективностью понималось отношение числа “зарегистрированных” бета-частиц (с учетом порога дискриминации) к общему числу прослеженных историй. Причем, если для построения амплитудного спектра было достаточно одной серии численных экспериментов при фиксированных геометрических параметрах системы, то для получения зависимости эффективности регистрации от этих параметров проводилось несколько серий численных экспериментов для разных значений толщины пластин и расстояния между ними.

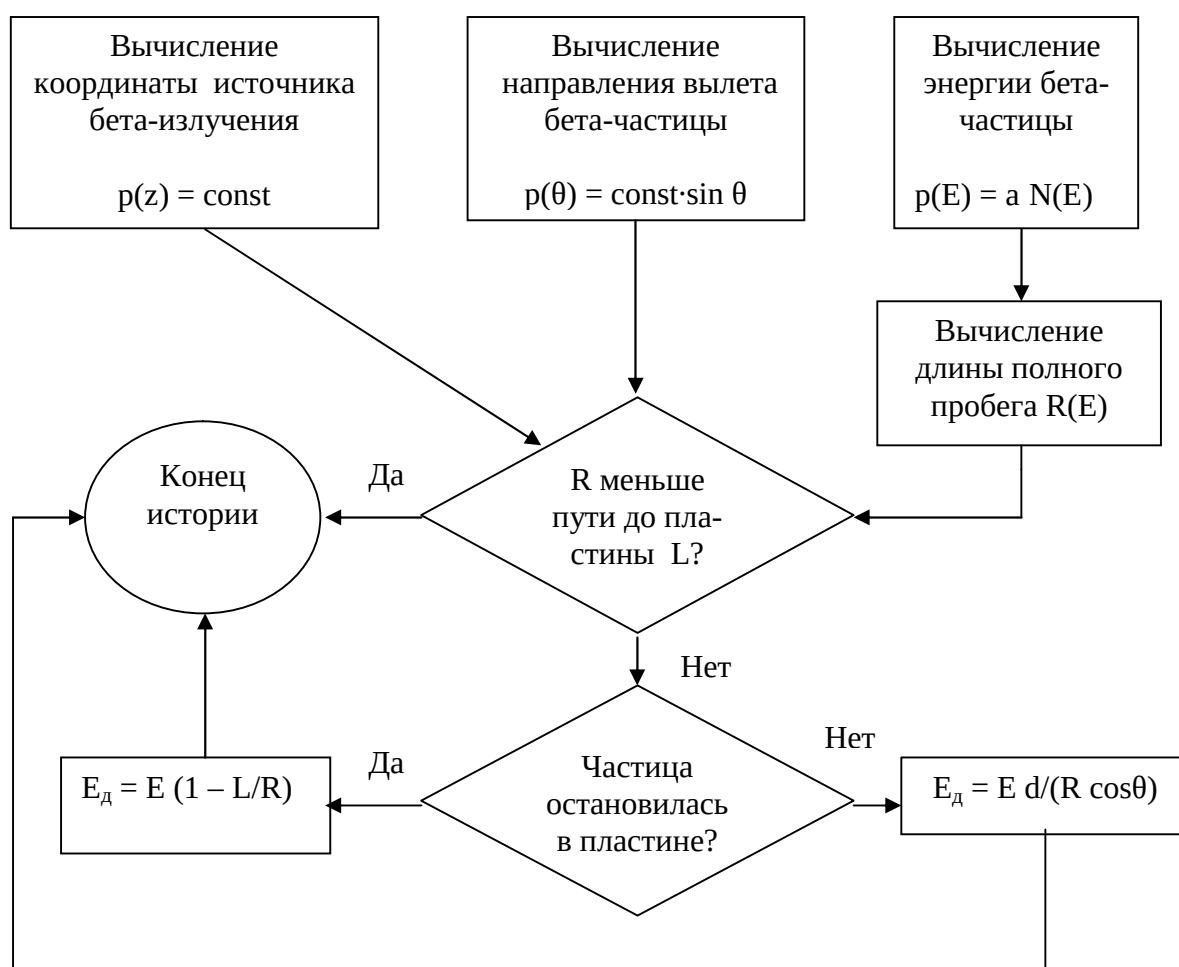


Рис. 1.2. Блок-схема модели распространения бета-частицы

Такого рода процедура соответствует виртуальному перебору возможных вариантов конструкции, что и позволило улучшить параметры погружного бета-радиометра. Путем численного моделирования было показано, что оптимальной является сборка сцинтилляционных пластин толщиной 3 мм с расстоянием между пластинами 2 мм. Такой датчик был создан и успешно эксплуатировался [28]. Аналогично решается задача по оптимизации параметров детектора произвольной формы, для чего необходимо рассматривать судьбы бета-частиц в трехмерном пространстве. Как отмечал А.Д. Франк-Каменецкий [55]: “Одним из главных преимуществ метода Монте-Карло является то, что в принципе он не требует введения каких бы то ни было приближений и позволяет рассматривать реальную задачу во всей ее сложности”.

Следует отметить, что в схеме расчета, приведенной на рис. 1.2, присутствуют элементы с «разветвлениями», присущие так называемому «дереву решений». На схеме модели они обозначены ромбиками. С точки зрения реализации алгоритма на компьютере это блоки программы, содержащие оператор IF с несколькими возможными альтернативами (в простейшем случае это «да» и «нет»). Например, фрагмент программы с анализом вычисленной длины пробега электрона имеет в терминах математической логики вид:

IF ($R < L$) конец истории
ELSE расчет отклика сцинтиллятора

Для траекторного подхода такие «развилки», как будет показано ниже, весьма характерны.

1.2. Моделирование ослабления гамма-излучения в морской воде

В случае гамма-излучения необходимо учитывать возможность изменения направления его полета, а также другие типы взаимодействия его со средой. Однако по сути процедура моделирования остается той же: прослеживаются судьбы отдельных квантов, после чего результаты статистической обработки исходов многих судеб позволяют судить о неких средних параметрах изучаемого процесса. Текущее состояние отдельного γ -кванта характеризуется семью параметрами: энергией E , координатами x , y , z и углами α_x , α_y , α_z , характеризующими направление его распространения. Это состояние меняется в дискретные моменты взаимодействия с атомами среды, между которыми имеет место свободный пробег кванта. В отличие от обычного конечно-разностного метода длина такого пробега или время свободного пробега не являются постоянными. Вероятность реализации длины пробега L определяется экспоненциальным распределением, зависящим от энергии гамма-кванта.

Будем считать морскую воду однородной средой, коэффициент ослабления гамма-излучения которой зависит от солёности S и плотности ρ морской воды. Рассмотрим случай просвечивания воды точечным источником гамма-излучения (геометрия: источник-вода-детектор) и определим путем численных экспериментов, как регистрируемое детектором излучение зависит от параметров морской

воды. Идея состоит в том, чтобы по амплитудному спектру регистрируемого излучения определять соленость и плотность «просвечиваемого» объема морской воды. Моделирование судьбы отдельного гамма-кванта по существу сводится к повторению следующей несложной процедуры:

- по текущему значению E путем розыгрыша определяется длина свободного пробега гамма-кванта L ;
- по значению L и текущим значениям $x, y, z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$, определяются координаты x', y', z' очередной точки взаимодействия кванта с веществом;
- по текущему значению E путем розыгрыша определяется тип взаимодействия гамма-кванта с веществом (фотопоглощение, когерентное или некогерентное рассеяние, рождение пары электрон-позитрон);
- при некогерентном рассеянии путем розыгрыша определяется угол рассеяния θ и энергия E' рассеянного кванта;
- вычисляются новые значения углов $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$.

Далее процедура снова повторяется. История кванта считается законченной в случае его гибели (поглощении, рождении пары) или при выходе кванта за пределы рассматриваемой области. При расчете использовались коэффициенты ослабления τ гамма-излучения веществом, эмпирические значения которых приведены в справочнике [49] в виде таблиц зависимости $\tau(E)$ отдельно для коэффициентов фотопоглощения $\tau_{\text{ф}}$, комптоновского рассеяния $\tau_{\text{к}}$ и других. При энергии гамма-излучения $E < 1,2$ МэВ рождение пар не происходит («мягкое» гамма-излучение), кроме того при рассматриваемой геометрии можно пренебречь когерентным рассеянием и флуоресценцией морской воды. Таким образом, в простейшем случае достаточно рассматривать лишь два типа взаимодействия гамма-кванта с веществом: некогерентное (комптоновское) рассеяние и фотопоглощение. При этом полный коэффициент поглощения $\tau = \tau_{\text{ф}} + \tau_{\text{к}}$, а тип взаимодействия разыгрывается по дискретному распределению с двумя возможными исходами, вероятности которых $p_1 = \tau_{\text{ф}}/\tau$ и $p_2 = \tau_{\text{к}}/\tau$. Таким образом, по текущему значению E определяются величины $\tau_{\text{ф}}$ и $\tau_{\text{к}}$, после чего по ним вычисляется p_1 . Далее разыгрывается случайное число ζ с равномерным распределением в интервале $(0, 1)$. Если $\zeta < p_1$, то регистрируется фотопоглощение кванта, в противном случае считается, что произошло комптоновское рассеяние.

Схема расчета в рассматриваемом приближении показана на рис. 1.3. Как и в случае с моделированием бета-излучения, история каждого кванта начинается с вычисления углов $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ вылета его из точки расположения источника излучения. Координаты самой этой точки в данном случае фиксированы. Углы разыгрываются в соответствии с изотропным распределением, причем с помощью датчиков случайных чисел определялись и полярный угол (как для бета-излучения), и азимутальный угол (по равномерному распределению от 0 до 2π), а соответствующие им углы $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ рассчитывались.

В отличие от бета-излучателей, радиоизотопные источники гамма-излучения испускают кванты с фиксированной начальной энергией E_0 , соответствующей моде излучения. По значению этой энергии определялись величины коэффициентов ослабления $\tau_{\text{ф}}$, $\tau_{\text{к}}$ и $\tau = \tau_{\text{ф}} + \tau_{\text{к}}$. Длина пробега кванта L разыгрывалась с использованием функции распределения плотности вероятности, пропорциональ-

ной $\exp[-\tau L]$. Координаты точки взаимодействия кванта с морской водой определялись по формулам

$$\begin{aligned} x' &= x + L \cos\alpha_x, \\ y' &= y + L \cos\alpha_y, \\ z' &= z + L \cos\alpha_z. \end{aligned} \quad (1.4)$$

После этого проверяется по геометрическим критериям, пересек ли квант границы рассматриваемой области или границы детектора. Если квант вышел за пределы области – его история заканчивалась, если попал в детектор – вычислялась функция отклика детектора [61]. В противном случае история кванта продолжалась и разыгрывался тип взаимодействия.

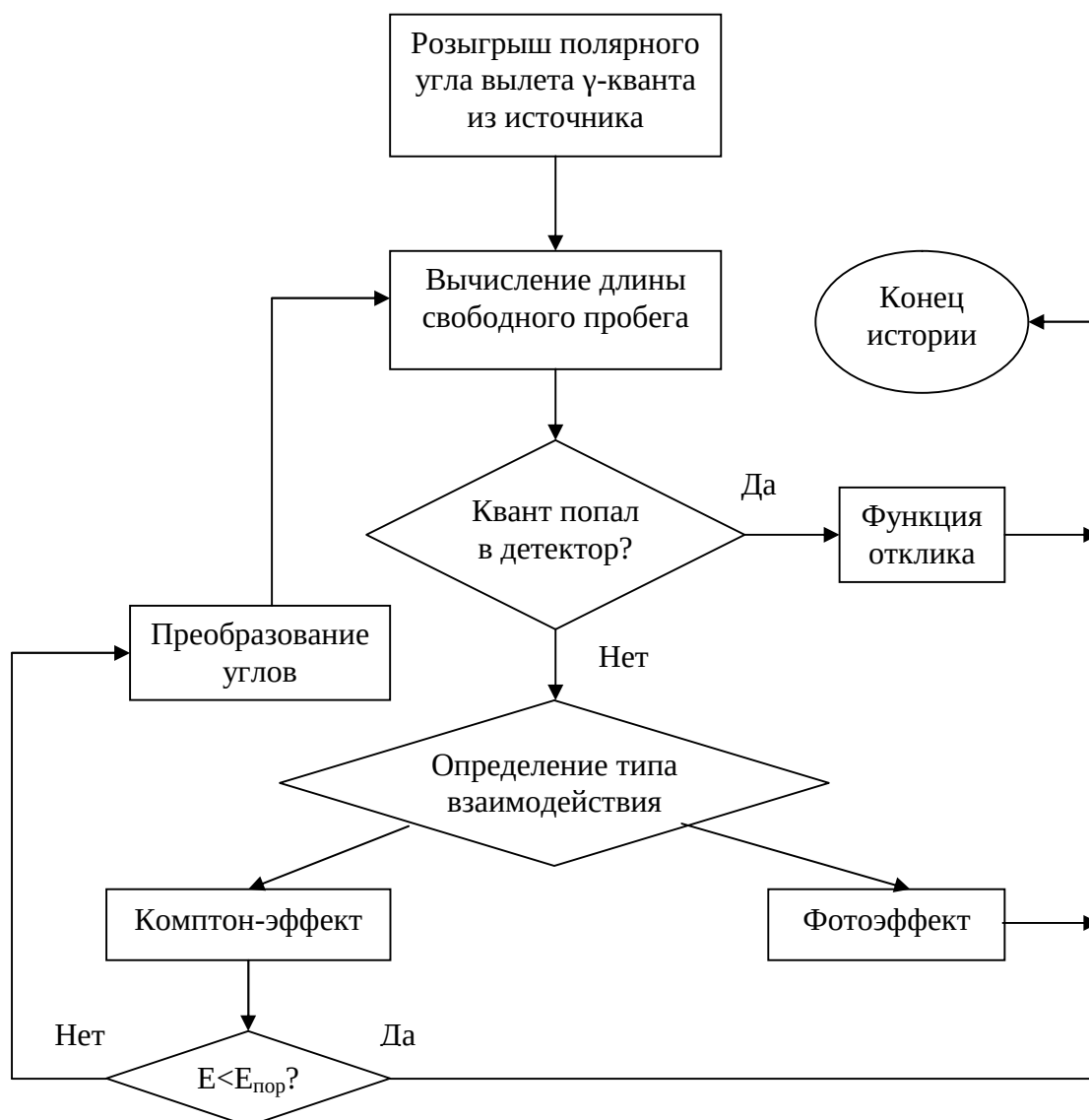


Рис. 1.3. Схема моделирования распространения мягкого гамма-излучения в морской воде

Если выпадал фотоэффект, то история кванта заканчивалась, в случае же комптон-эффекта разыгрывался угол рассеяния θ с использованием формулы Клейна – Нишины в качестве функции распределения плотности вероятности:

$$P(\theta) = \text{const} \cdot (E'/E)^2 \cdot (E/E' + E'/E - \sin^2\theta) \cdot \sin\theta . \quad (1.5)$$

Здесь E' – энергия рассеянного кванта, которая предварительно подставлялась в (1.5) в виде выражения

$$E' = E/[1 + (1 - \cos\theta)E/E_e] , \quad (1.6)$$

где $E_e = 0,511$ МэВ. После розыгрыша θ вычислялось значение E' и проверялось, не меньше ли оно заданного порогового значения $E_{\text{пор}}$. Если да, то история кванта заканчивалась, так как считалось, что детектор в случае попадания в него этого кванта уже не сможет зарегистрировать столь слабый сигнал. В противном случае история продолжалась. Поляризационные эффекты в данном случае не рассматривались, поэтому азимутальный угол φ рассеянного кванта разыгрывался по равномерному распределению. После этого рассчитывались направляющие косинусы, характеризующие движение рассеянного кванта в обычной системе координат [36]:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_x' &= \cos \alpha_x \cos \theta - (\cos \alpha_y \sin \varphi + \cos \alpha_x \cos \alpha_z \cos \varphi) \sin \theta / \sin \alpha_z , \\ \cos \alpha_y' &= \cos \alpha_y \cos \theta - (\cos \alpha_x \sin \varphi + \cos \alpha_y \cos \alpha_z \cos \varphi) \sin \theta / \sin \alpha_z , \\ \cos \alpha_z' &= \cos \alpha_z \cos \theta + \sin \alpha_z \cos \varphi \sin \theta . \end{aligned} \quad (1.7)$$

Далее цикл расчетов повторяется. Моделирование достаточно большого количества историй (порядка тысячи) позволяет рассчитать спектр гамма-излучения, регистрируемый детектором заданного типа, с необходимой статистической точностью. Проведение нескольких серий такого рода численных экспериментов для разных значений солености и плотности воды сделало возможным предварительную оценку чувствительности гамма-солемера и оптимизацию его конструкции в погружном и лабораторных вариантах исполнения [29]. В частности, были рассчитаны градуировочные кривые для определения солености по показаниям полупроводникового и сцинтилляционного детекторов.

Аналогичный подход использовался и для моделирования спектра, регистрируемого при гамма-радиометрии излучения, обусловленного присутствием в морской воде растворенных радионуклидов. В результате была выявлена природа сплошного фона и отдельных пиков на разных участках спектра, что важно для калибровки гамма-радиометра и расшифровки реально регистрируемых спектров.

1.3. Модель рентгено-флуоресцентного анализа морской воды

Распространение различных ядерных излучений в морской воде обычно сопровождается возбуждением атомов, входящих в состав воды и растворенных в ней солей. Это позволяет по спектру наведенного характеристического излучения

одновременно определять концентрации сразу нескольких химических элементов. Моделирование этого процесса требует уже учета не только интегральных характеристик морской воды, таких как соленость или плотность, но и свойств атомов отдельных химических элементов. Рассмотрим в связи с этим модель процесса рентгено-флуоресцентного анализа морской воды [21], учитывающей возбуждение и распространение характеристического излучения. Будем считать, что анализ проводится в натурных условиях, т.е. непосредственным объектом изучения является морская вода. В табл. 1.1 приведены данные о характеристическом излучении (К-линия спектра) элементов основного солевого состава морской воды. Содержание кислорода в морской воде в десятки раз превышает концентрацию других элементов (кроме водорода), поэтому с учетом эффекта рассеяния излучения атомов кислорода имеет смысл моделировать характеристическое излучение лишь тех элементов, энергия К-линий которых больше, чем у кислорода. Энергия основных линий флуоресцентного излучения монотонно возрастает с атомным номером, поэтому можно пренебречь вкладом элементов с атомным номером меньше 8. Микроэлементы также не будем рассматривать в связи с малостью их концентраций. На практике для их определения используется предварительное селективное сорбирование, после чего анализу подвергается уже сорбент. Таким образом, модель должна описывать флуоресценцию (вторичное излучение) 8 элементов: приведенных в табл. 1.1. Кроме того, необходимо учитывать первичное излучение, как это делалось ранее, поскольку значительная часть рассеянного первичного излучения также может попадать на детектор. Как показали предварительные расчеты, при геометрии «на прохождение» даже при энергии первичного излучения $E_0 = 4,5$ кэВ на детектор попадает на 3-4 порядка больше первичных квантов чем флуоресцентных. Столь сильный фон не позволяет разрешить линии характеристического излучения. Поэтому в дальнейшем для рентгено-флуоресцентного анализа морской воды рассматривалась геометрия «на отражение». В модели использовались паспортные данные полупроводникового кремний-литиевого детектора типа БДРК-1 (площадь чувствительной поверхности 30 мм^2 , толщина чувствительного слоя 1 мм, разрешение 270 эВ на линии 5,9 кэВ).

Следует отметить, что при данной постановке задачи расчет спектров характеристического излучения не может быть сделан иначе, чем методом имитационного моделирования. Даже сам процесс регистрации кванта в детекторе при столь малом чувствительном объеме детектора требует учета возможности неполного поглощения энергии кванта, когда он покидает детектор, испытав в нем 1-2 комптоновских рассеяния. При моделировании предполагалось, что проба морской воды имеет форму цилиндра диаметром 20 мм и высотой 2 мм. Как показали численные эксперименты, увеличение диаметра пробы практически не влияет на регистрируемый спектр в связи с малостью чувствительной области детектора, а толщина пробы ограничена малой проникающей способностью флуоресцентных квантов. Схема расчета изображена на рис. 1.4. Наиболее существенным ее отличием от схемы рис. 1.3, является продолжение истории в случае фотопоглощения первичного кванта. Если при моделировании ослабления гамма-излучения фотопоглощение означало просто гибель кванта, то теперь оно также означает и излу-

чение вторичного кванта. Розыгрыш химического элемента, поглотившего квант, проводился по дискретному распределению с учетом массовых коэффициентов фотопоглощения первичного излучения водой и восемью элементами, входящими в ее солевой состав.

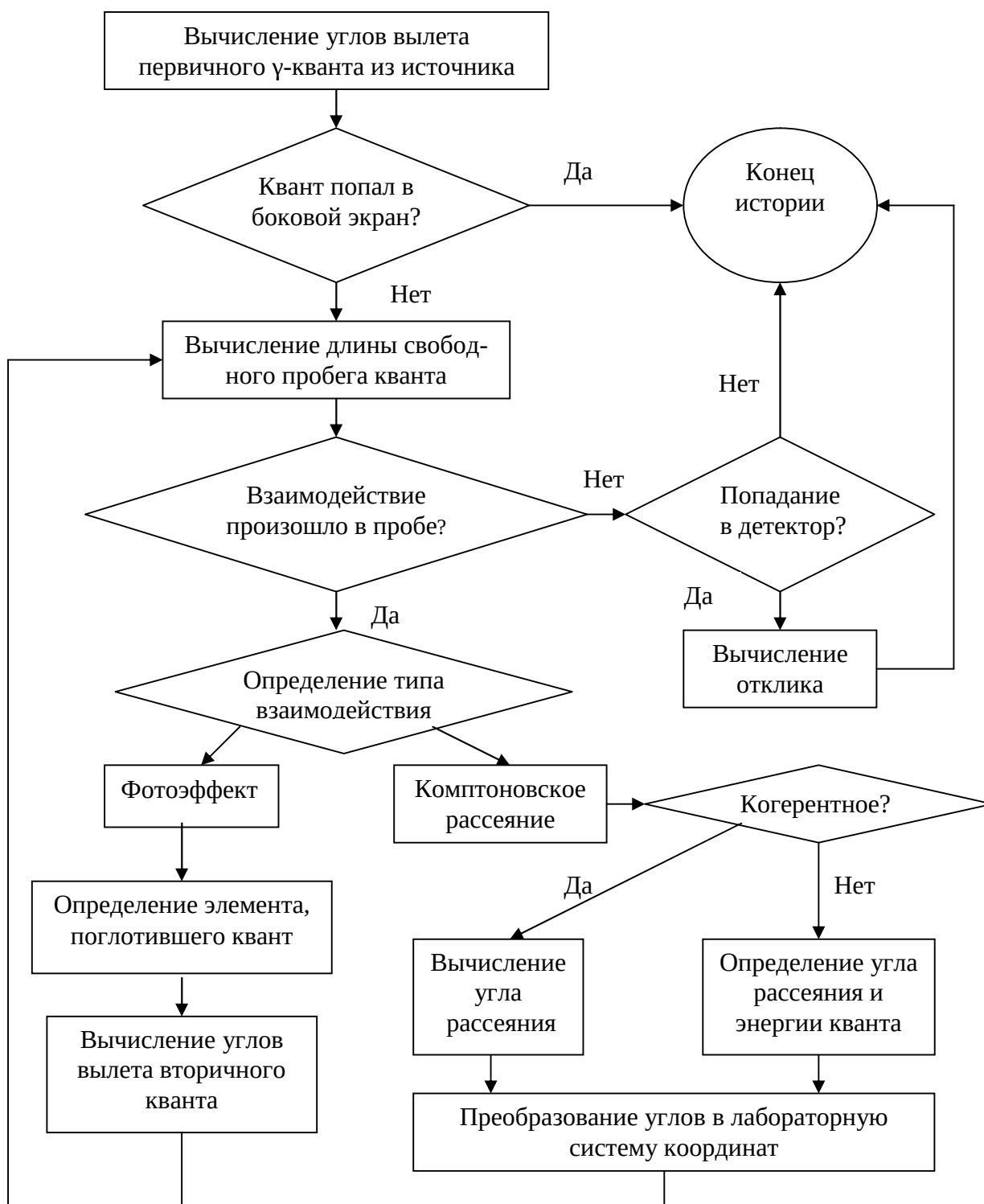


Рис. 1.4. Схема модели, учитывающей флюоресценцию морской воды

Если выпадало поглощение водой, то история считалась законченной. В противном случае разыгрывалось направление испускания характеристического кванта в соответствии с изотропным распределением. Энергия такого кванта задавалась в соответствии с табл. 1, после чего его история прослеживалась точно так же, как и первичного. В частности, допускалась возможность каскадного процесса, когда вторичный квант инициирует излучение другого флуоресцентного кванта с меньшей энергией. В этом случае при розыгрыше типа флуоресцирующего атома использовалось усеченное распределение вероятностей (без учета линий с большей энергией). Аналогичный подход использовался, если энергия первичного кванта становилась в результате рассеяния меньше некоторых E , приведенных в табл. 1.1. Кроме того, в модель вводился блок, учитывающий когерентное рассеяние, роль которого достаточно велика в рассматриваемой области спектра гамма-излучения.

Таблица 1.1

Атомный номер, энергия К-линий и концентрация химических элементов в морской воде стандартной солености

Элемент	O	Na	Mg	S	Cl	K	Ca	Br	Sr
A	8	11	12	16	17	19	20	35	38
E, кэВ	0,53	1,04	1,25	2,31	2,62	3,31	3,69	11,9	14,2
C, ‰	858	10,6	1,27	0,88	18,2	0,38	0,40	0,07	0,01

В связи с этим проводился выбор между когерентным и некогерентным рассеянием путем розыгрыша по двузначному дискретному распределению в соответствии с коэффициентами τ_k [49]. После этого для когерентно рассеянных квантов разыгрывался угол рассеяния по распределению [49]:

$$p(\theta) = \text{const} (1 + \cos^2\theta) \sin\theta / \sin^3(\theta/2) . \quad (1.8)$$

Энергия рассеянного кванта в этом случае считалась неизменной.

С помощью данной модели в ходе численных экспериментов рассматривалось влияние геометрии расположения источника первичного излучения, пробы воды и детектора, а также энергии первичного излучения на регистрируемый детектором спектр. Нижний порог дискриминации детектора задавался равным 1 кэВ, источник излучения считался точечным, монохроматическим и изотропно излучающим. Начальная энергия первичного излучения E_0 варьировалась от 4,5 до 60 кэВ. Полученные результаты позволили сделать вывод, что оптимальная энергия первичного излучения для рентгено-флуоресцентного анализа морской воды лежит в интервале $10 \text{ кэВ} < E_0 < 15 \text{ кэВ}$. Это видно из табл. 1.2, где приведены результаты 5 серий численных экспериментов, в каждой из которых моделировались судьбы $3,7 \cdot 10^{12}$ первичных квантов. Видно, что при $E_0 < 6 \text{ кэВ}$ и 30 кэВ интенсивность линии хлора в 2...3 раза меньше, чем при $E_0 < 15 \text{ кэВ}$. Интенсивность более слабых линий натрия, магния, серы и калия с кальцием меняется при этом почти пропорционально интенсивности линии хлора. Интенсивность линий брома и стронция почти не меняется с изменением E_0 от 15 до 30 кэВ и

сильно уменьшается при дальнейшем возрастании E_0 до 60 кэВ. Это связано с тем, что при малых E_0 с ростом энергии первичного излучения растет проникающая способность гамма-квантов, что позволяет им индуцировать флюоресценцию в непосредственной близости от детектора. С дальнейшим же ростом E_0 вероятность поглощения первичного кванта вблизи окна детектора уменьшается в связи с увеличением длины его пробега (эффект пролета). На рис. 1.5 показан спектр, рассчитанный при $E_0 = 5,9$ кэВ. Хорошо видно, что спектр рассеянного первичного излучения, попадающего на детектор, имеет форму узкого пика, расположенного почти при $E = E_0$. Анализ кратности рассеяния этих квантов, сделанный в ходе моделирования, показал, что их средняя кратность рассеяния меняется от 1,6 при $E_0 = 4,5$ кэВ до 1,1 при $E_0 = 30$ кэВ. Отсюда следует, что это, в основном, однократно рассеянные кванты, для которых угловое распределение в нерелятивистском приближении описывается формулой Томсона

$$d\sigma/d\Omega = r_0^2(1 + \cos^2\theta)/2, \quad (1.9)$$

где r_0 – классический радиус электрона. Даже с учетом поправки на телесный угол минимум этого распределения приходится на $\theta = \pi/2$. Именно в этом направлении фон от рассеянного первичного излучения минимален. Из выражения (1.6) хорошо видно, что узость пика первичного излучения в регистрируемом спектре обусловлена малым интервалом углов рассеяния, при которых однократно рассеянный квант попадает в чувствительную область детектора.

Таблица 1.2

Рассчитанная интенсивность пиков характеристического и первичного излучений, регистрируемых детектором

E_0 , кэВ	Линия хлора, отсчеты	Линия брома, отсчеты	Линия стронция, отсчеты	Рассеянное первичное изл., отсчеты
6	$3,73 \cdot 10^3$	–	–	$2,48 \cdot 10^6$
10	$8,68 \cdot 10^3$	–	–	$1,98 \cdot 10^7$
15	$10,70 \cdot 10^3$	$1,19 \cdot 10^5$	–	$5,45 \cdot 10^7$
20	$6,95 \cdot 10^3$	$1,14 \cdot 10^5$	$4,47 \cdot 10^4$	$1,49 \cdot 10^8$
30	$4,21 \cdot 10^3$	$1,17 \cdot 10^5$	$4,21 \cdot 10^4$	$3,47 \cdot 10^8$

Расчет при $E_0 = 60$ кэВ показал, что в этом случае пик рассеянного первичного излучения имеет более сложную форму. Как видно из рис. 1.6, он располагается в интервале 50...60 кэВ и как бы раздваивается. При этом левая часть пика обусловлена обычным комптоновским рассеянием первичных квантов, а правая – их когерентным рассеянием. Обращает на себя внимание также мощный фон в низкоэнергетической области спектра, где находятся и линии характеристического излучения морской воды. Интенсивность фона при этом в несколько раз превышает интенсивность даже наиболее мощной линии брома. Как показали численные эксперименты, появление здесь фона связано с вылетом однократно рассеянных первичных квантов уже из чувствительной области детектора (модели-

ровалась функция его отклика). Таким образом, этот раздвоенный пик в области 0...15 кэВ представляет собой искажение, которое вносит в спектр сам детектор. В этом смысле можно говорить, что фон фиктивный.

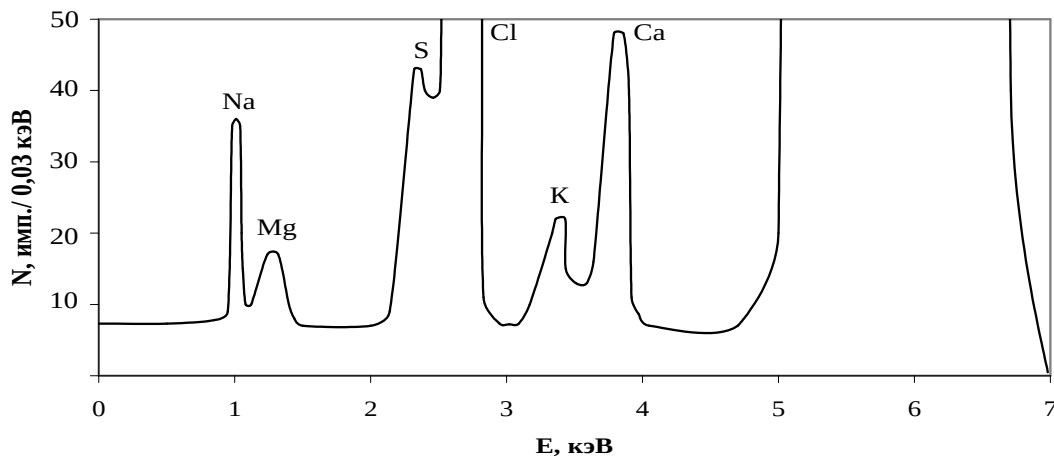


Рис. 1.5. Спектр, рассчитанный при $E_0 = 5,9$ кэВ. Вычислено $3,7 \cdot 10^{12}$ историй

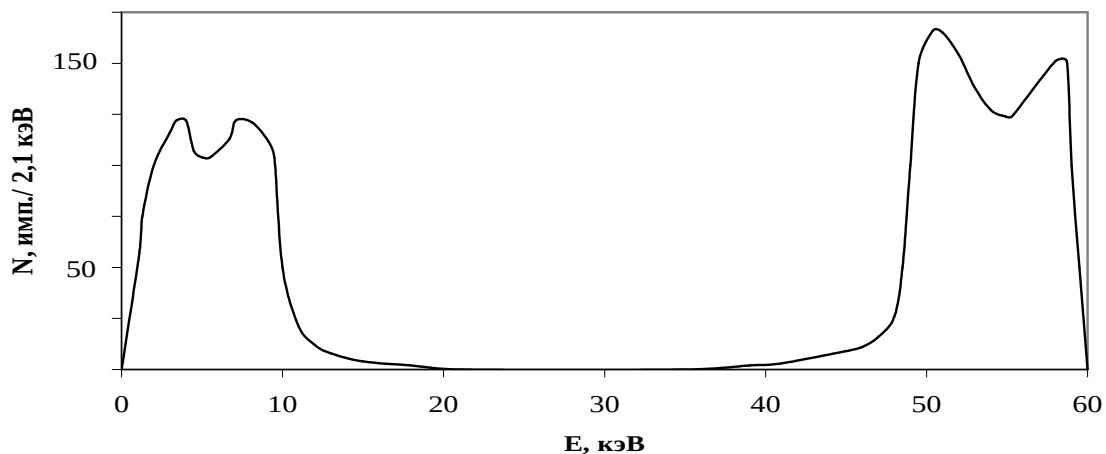


Рис. 1.6. Спектр, рассчитанный для $E_0 = 60$ кэВ. Прослежено $0,96 \cdot 10^8$ историй

Тем не менее, его необходимо учитывать при регистрации характеристического излучения. Если при $E_0 = 60$ кэВ граница фона достигает 14 кэВ и не позволяет проводить флуоресцентный анализ морской воды, то при $E_0 = 20$ кэВ граница фона расположенная в области 1,5 кэВ. Т.е. уменьшение E_0 позволяет решить эту проблему. Однако, следует иметь в виду, что при слишком малом значении E_0 на линии характеристического излучения накладывается уже пик рассеянного в воде первичного излучения, соответствующий идеальному детектору. В связи с этим был сделан вывод о невозможности одновременного анализа на все 8 элементов при использовании детектора типа БДРК-1. Действительно, линия натрия разрешается от низкоэнергетического фона при E_0 менее 15 кэВ, в то время как линия стронция соответствует энергии 14,2 кэВ.

Результаты численного моделирования проверялись экспериментально с использованием с использованием изотопных источников типа ИРИЖ–2 активностью 0,057 Ки с $E_0 = 5,9$ кэВ [28]. Исследовались пробы воды из Черного и Средиземного морей. Результаты лабораторных экспериментов позволили убедиться в адекватности использованной модели флюоресценции морской воды. В частности, подтвердилось обнаруженное при моделировании уменьшение пика рассеянного первичного излучения с ростом солености морской воды. Аналогичный эффект был обнаружен ранее при моделировании ослабления гамма-излучения, когда проба воды размещалась между источником и детектором. Некоторое расхождение в области спектра от 1 до 2 кэВ было устранено после того, как модель стала учитывать такие факторы, как ослабление излучения в защитной фольге полупроводникового детектора и вклад тормозного излучения фотоэлектронов, испускаемых при поглощении первичных квантов в воде. Это потребовало включения в модель блока «Испускание тормозного кванта» и прослеживания его судьбы в том случае, если при розыгрыше типа взаимодействия первичного кванта с морской водой выпадало фотопоглощение атомом кислорода. Оказалось, что в результате на линии магния фон втрое превышал интенсивность самой линии. Путем численного моделирования было показано, также, что с увеличением E_0 этот фон уменьшается.

1.4. Моделирование нейтронно-активационного анализа морской воды

При распространении нейтронов в морской воде происходит их захват ядрами атомов, сопровождающийся возбуждением ядер и последующим испусканием жесткого гамма-излучения. С точки зрения моделирования этот процесс аналогичен возбуждению характеристического излучения морской воды. Однако в данном случае энергия вторичных квантов намного больше, что осложняет моделирование их распространения. В работе [53] предлагалось использовать изотопный источник нейтронов и сцинтилляционный детектор для измерения концентрации элементов солевого состава морской воды в натуральных условиях. Для оценки возможностей подобной методики была разработана имитационная модель. В отличие от традиционного подхода она позволила рассчитать форму спектра, регистрируемого в этом случае детектором наведенного гамма-излучения, с учетом рассеяния излучения в воде и сцинтилляторе. Рассматривалась геометрия «на прохождение», при которой источник нейтронов расположен в воде на расстоянии 20 см от сцинтиблока типа «Лимон» с кристаллом йодистого натрия размером 150x100 мм. Источник считался точечным и расположенным на оси симметрии детектора, как и в случае с погружным гамма-солемером. Предполагалось, что сначала морская вода облучается нейтронами в течение $T_{обл} = 30$ мин, после чего в течение $T_p = 30$ мин осуществляется регистрация наведенного излучения. Макросечения активации элементов солевого состава тепловыми нейтронами и характерные времена «жизни» возбужденных состояний ядер брались из работы [52].

В модели учитывалось 5 элементов солевого состава морской воды с максимальными макросечениями активации: хлор, натрий, магний, кальций и бром.

При этом для каждого из них учитывалось несколько основных мод излучения. Поэтому при моделировании разыгрывался не только элемент, захвативший нейтрон, но и мода излучения возбужденного ядра (за исключением брома и магния, у которых учитывалось по одной моде распада). Например, для кальция учитывалось 3 моды изотопа кальций-49: 4,68, 4,05 и 3,1 МэВ, для хлора – 2 моды изотопа хлор-38 с энергиями 2,15 и 1,6 МэВ.

Выход нейтронов из источника задавался равным от 10^7 до 10^9 нейтрон/с. Сначала моделировался процесс замедления нейтронов до тепловых путем вычисления «расстояния замедления» L в соответствии с экспоненциальной плотностью распределения вероятности

$$p_1(L) = \text{const} \exp(-L/L_s), \quad (1.10)$$

где $L_s = 5,6$ см – длина замедления. Далее моделировался процесс диффузии теплового нейтрона до его поглощения одним из ядер, при этом использовалось распределение вероятности вида

$$p(L) = \text{const} \exp(-L/L_d), \quad (1.11)$$

где $L_d = 2,42$ см – длина диффузии. После этого рассчитывалась координата точки захвата нейтрона. Нейтрон мог поглотиться либо молекулой воды, либо одним из атомов солей. Вероятность того или иного процесса считалась пропорциональной его макросечению, так что тип атома, захватившего нейтрон, определялся по соответствующему дискретному распределению. Далее по нормальному распределению вычислялось «время жизни» возбужденного ядра и тем самым определялся момент испускания гамма-кванта. Если он приходился на время, когда регистрация уже закончилась, то история прекращалась. Вклад в активацию нейтронов с надтепловыми скоростями оценивался следующим образом. Интервал энергий от 0,025 эВ до 100 эВ разбивался на 9 энергетических зон. Для каждой из них вычислялись парциальные вероятности радиационного захвата ядрами атомов рассматриваемых пяти элементов, а также относительный вклад каждой зоны. С этой целью использовались таблицы сечений [1]. По полученным значениям вычислялись парциальные вероятности захвата. Расчет показал, что надтепловые нейтроны дают примерно такой же вклад в активацию морской воды, что и тепловые нейтроны. Средние по энергетическим зонам вероятности радиационного захвата составили: для хлора 0,736, для натрия 0,224, для магния 0,004, для брома 0,036, для кальция 0,0002. При расчетах предполагалось, что доля активированных атомов каждого элемента в течение всего времени облучения оставалась пренебрежимо малой. В связи с этим скорость активации считалась неизменной. Для калифорниевского источника с выходом 10^9 нейтрон/с при $T_{\text{обл}} = 30$ мин и длине замедления 5,6 см это условие хорошо выполняется.

Учитывалась также возможность безрадиационного перехода возбужденного ядра в основное состояние путем задания парциальных вероятностей всех мод. Если выпадала радиационная мода, то прослеживалась судьба испущенного гамма-кванта до попадания его в детектор или поглощения в воде. В целом это осу-

ществовалось как и в параграфе 1.2, однако учитывался еще один вид взаимодействия кванта с водой – рождение электрон-позитронной пары. Этот процесс идет в поле ядра при энергии кванта свыше 1,03 МэВ, а энергия наведенного гамма излучения достигает 5 МэВ. Таким образом, розыгрыш типа взаимодействия проводился по трехзначному дискретному распределению вероятностей. Соответствующие вероятности пропорциональны коэффициентам фотопоглощения, комптон-эффекта и рождения пар при текущем значении энергии гамма-кванта.

В случае попадания кванта в детектор, рассматривалось его взаимодействие с материалом детектора (защитной капсулой, сцинтиллятором). История считалась законченной, если квант вылетал из детектора или если его энергия становилась меньше порога регистрации 0,05 МэВ. Блок-схема модели изображена на рис. 1.7. В ходе численного эксперимента были прослежены истории $6 \cdot 10^5$ наведенных гамма-квантов, что обеспечило достаточно высокую статистическую точность результатов моделирования.

Полученный спектр гамма-излучения, «зарегистрированный» детектором, показан на рис. 1.8. Для выяснения возможностей детекторов других типов выводился также спектр энергетических потерь гамма-квантов в сцинтилляторе и спектр гамма-излучения, падающего на детектор. Последний соответствует использованию идеального детектора и характеризует предельные возможности нейтронно-активационного анализа морской воды. В этом спектре проявляются пики полного поглощения лишь трех элементов: хлора (линии 1,6 МэВ и 2,15 МэВ), натрия (1,38, 2,76 и 3,85 МэВ) и кальция (3,1, 4,05 и 4,68 МэВ). Как оказалось линии магния и натрия практически не проявляются на фоне мощного рассеянного в воде гамма-излучения. В спектре проявляются также парные и полупарные (пп) пики. Дело в том, что при рождении пары в сцинтилляторе прослеживались судьбы электрона и позитрона. Их пробег не превышает 3 мм, при этом они, как и бета-частицы (п. 1.1), оставляют в сцинтилляторе свою кинетическую энергию, что соответствует регистрации так называемого парного пика с энергией $E_\gamma - 2E_e$, где E_γ – энергия гамма-кванта и E_e – масса покоя электрона. Кроме того, рассматривалась аннигиляция позитрона с одним из электронов сцинтиллятора. При этом рождались 2 гамма-кванта с равными энергиями E_e . Они разлетаются в противоположных направлениях с изотропным угловым распределением. Судьбы каждого из них также прослеживались независимо. Если оба они поглощались в детекторе, регистрировался пик полного поглощения. Если оба вылетали – парный пик. Наконец, если один из них вылетал, а второй поглощался – полупарный пик с энергией $E_\gamma - E_e$. На рис. 1.8 большинство этих пиков не проявилось в связи с задававшимся при расчете реальным разрешением детектора.

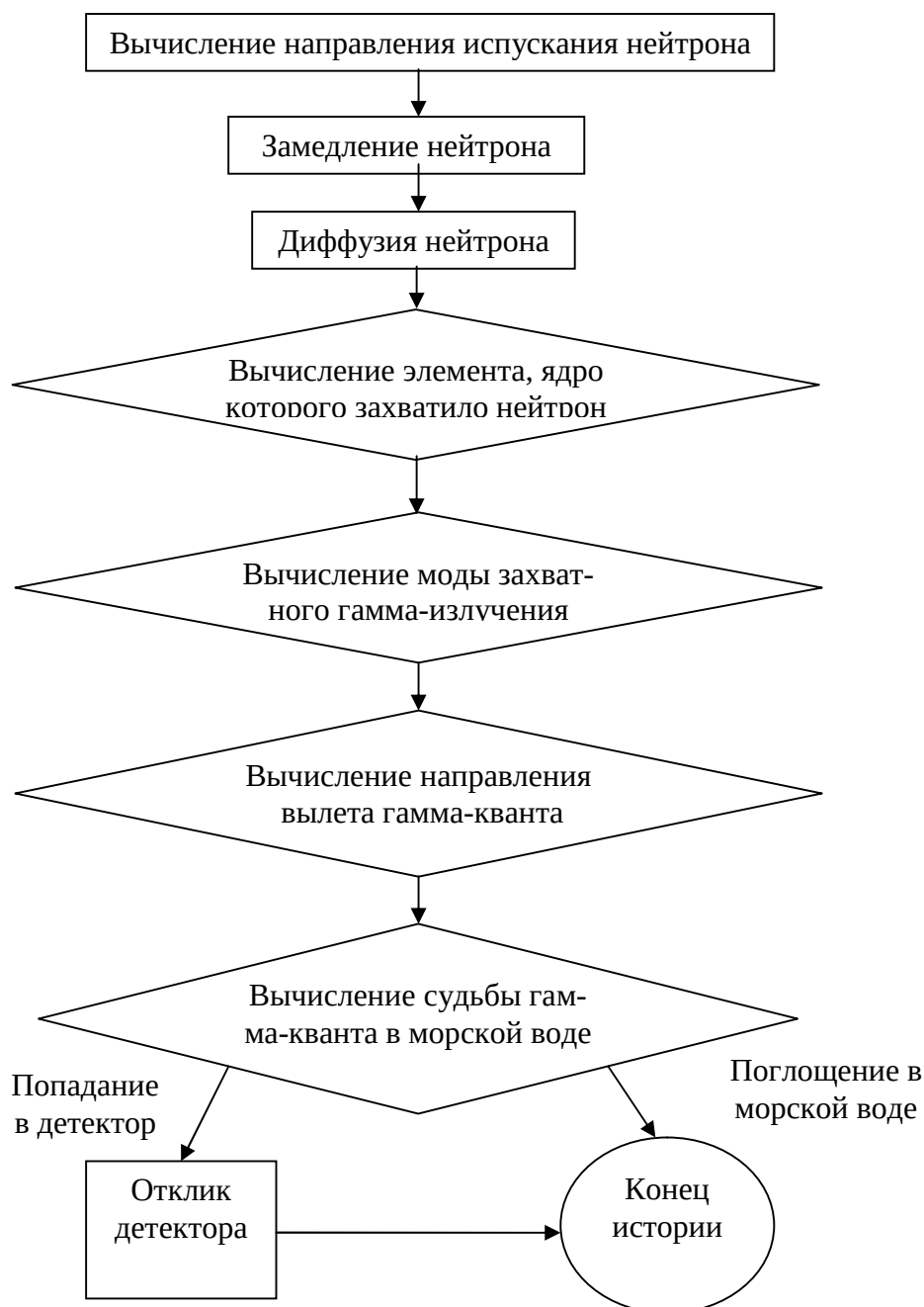


Рис. 1.7. Схема модели нейтронно-активационного анализа морской воды

Проведенные численные эксперименты показали, что при заданных условиях относительная статистическая погрешность определения натрия составила 0,23 %, а хлора – 0,15 %. В то же время моделирование позволило сделать вывод, что концентрация других элементов солевого состава не поддается измерению по этой методике.

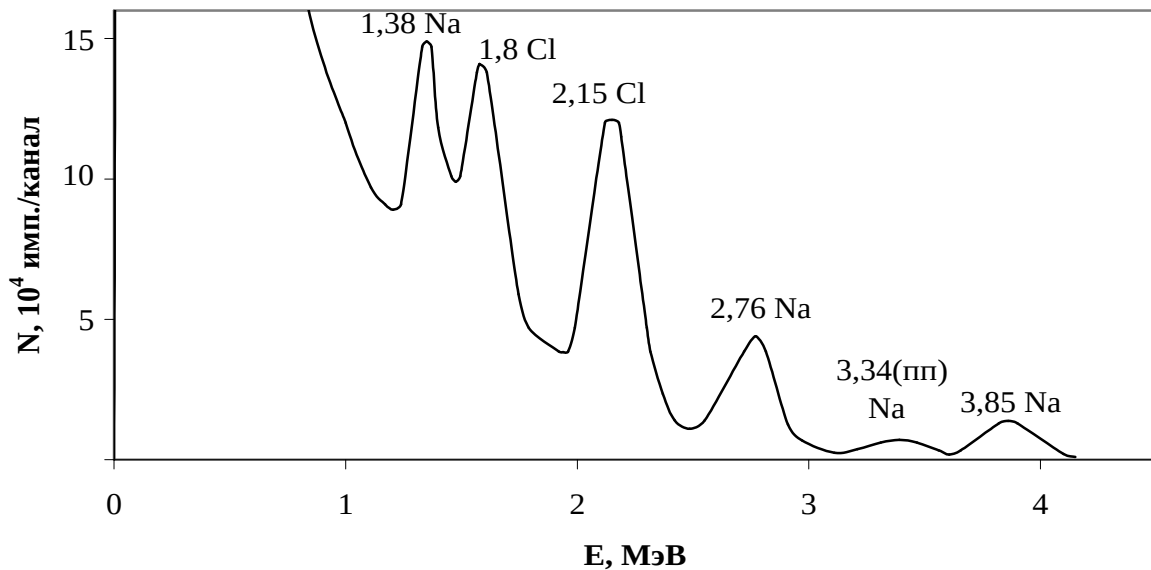


Рис. 1.8. Рассчитанный спектр наведенного нейтронами гамма-излучения, регистрируемый сцинтиблоком типа «Лимон»

Таким образом, имитационная разновидность метода Монте-Карло позволяет моделировать с хорошей точностью все основные процессы, происходящие при распространении в морской воде или другой среде ядерных излучений. Для повышения вычислительной эффективности здесь можно использовать известные в ядерной физике методы увеличения числа частиц вдоль траектории (расщепление, рулетка, метод статистических весов) [41]. При этом легко учитываются конкретные особенности моделируемого явления, например, форма и размеры детектора или пробы воды (грунта). В отличие от классического подхода к описанию процессов переноса в данном случае нет необходимости в составлении полной системы дифференциальных уравнений и решении их конечно-разностных аналогов. Требуемые функциональные зависимости при имитационном подходе получают не путем манипуляций с уравнениями, а численно, с помощью осреднения соответствующих величин по конечному ансамблю прослеженных историй. Каждая же отдельная история описывает всю цепочку актов взаимодействия частицы с веществом вдоль ее траектории в той последовательности, которая имеет место в действительности. При моделировании этих отдельных актов обычно используется датчик случайных чисел в связи с вероятностным характером взаимодействия ядерных излучений с веществом.

Глава 2.

ЛУЧЕВАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Естественным обобщением классического метода Монте-Карло, рассмотренного в предыдущей главе, на другие задачи переноса вещества и энергии в геофизике является моделирование распространения в различных средах излучений, не связанных с отдельными ядерными реакциями. Например, в морской геофизике широко используются методы дистанционного зондирования с помощью электромагнитного и акустического излучений, сейсмические методы разведки. При этом речь идет уже не о моделировании некой цепочки точечных реакций вдоль траектории частицы, а об описании непрерывного взаимодействия излучения с веществом в рамках традиционного макроподхода. К таким задачам относятся в первую очередь те, в которых используется приближение геометрической оптики и связанное с ним представление результатов расчетов в виде лучевых картин. Следует отметить, в той же оптике атмосферы давно используется и классический вариант метода Монте-Карло, связанный с моделированием отдельных актов взаимодействия фотона с атмосферными частицами. Соответствующие модели по сути ближе к рассмотренным в первой главе. В этом смысле простая компиляция известной расчетной схемы для решения аналогичных задач в других средах или для других излучений не представляет существенного научного интереса. Гораздо продуктивнее оказывается подход, использующий не алгоритм, а саму идею имитационной разновидности метода Монте-Карло, которая сводится по сути к двум моментам. Это прослеживание эволюции частицы вдоль ее траектории и последующее осреднение рассчитанных параметров по ансамблю «историй». Примером реализации такого подхода служит лучевая модель [18], описанная в данной главе. В данном случае мы имеем дело как бы только с самой траекторией, какие-либо реальные частицы практически не упоминаются и тем не менее развиваемый нами подход позволил получить достаточно значимые результаты, касающиеся распространения оптических и акустических волн.

2.1. Модель двойного отражения света от волн

Для многих прикладных задач для интерпретаций результатов измерений важно правильно рассчитать отражение электромагнитного излучения от поверхности моря. Сюда относится как обычная радиолокация, так и обработка спутниковой информации, оценка интенсивности фотосинтеза и целый ряд климатических задач. На первый взгляд такая постановка задачи кажется тривиальной: ведь отражение электромагнитных волн от гладкой поверхности давно описано Френелем. Однако искривление отражающей поверхности раздела вода–воздух поверхностными волнами настолько усложняет задачу, что обычные аналитические и численные методы в принципе не позволяют учесть некоторые важные эффекты. Рассмотрим их на примере модели отражения солнечного света от морских волн.

Как правило, при теоретическом рассмотрении такого рода задач учитывается лишь однократное отражение света или радиосигнала от различных участков поверхности волны. Хорошо известен, например, эффект лунной дорожки, ширина которой тесно связана с параметрами волнения. Нетрудно, однако, показать, что при определенных углах падения световых лучей и достаточно большой крутизне волн имеет место и двойное отражение, когда некоторые лучи испытывают последовательно два отражения от поверхности воды (рис. 2.1).

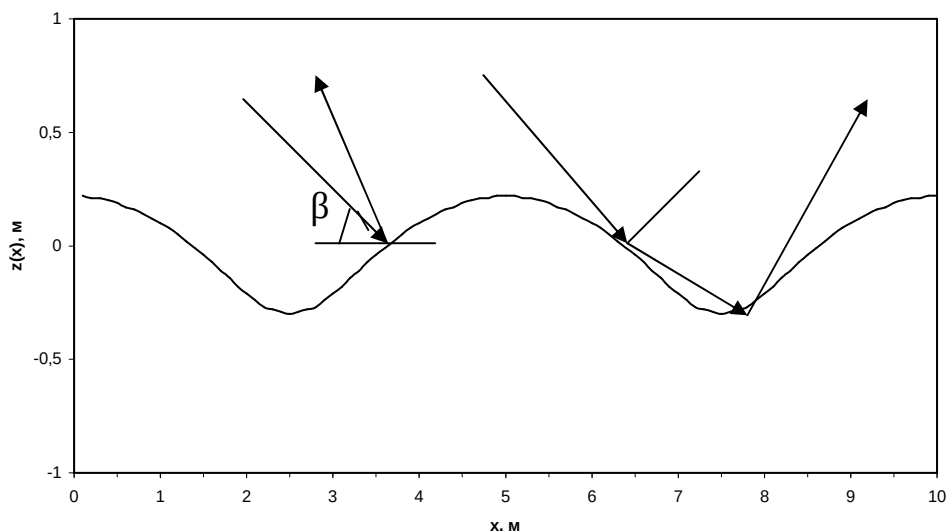


Рис. 2.1. Схема отражения солнечного света от морских волн

Обычно длина электромагнитной волны в такого рода задачах намного меньше размеров поверхностных волн, в отличие, например, от задач, связанных с отражением акустических волн. Это обстоятельство значительно облегчает математическое описание данного эффекта и позволяет рассмотреть его в приближении геометрической оптики. Так, чтобы оценить относительный вклад эффекта двойного отражения, достаточно просто проследить за судьбами большого числа параллельных лучей, падающих на поверхность (вообще говоря, трехмерную), после чего осреднение по ансамблю лучей и дает искомую величину. Будем считать, что в точке падения луч меняет свое направление таким образом, что остается в плоскости, образованной падающим лучом и нормалью к поверхности волны на данном ее участке, причем угол отражения равен углу падения, отсчитываемым от этой нормали (рис. 2.1). Таким образом, дальнейшая судьба однократно отраженного луча рассматривается аналогично тому, как это делалось ранее для фотона, испытавшего когерентное комптоновское рассеяние. И точно так же, как раньше проверялся факт попадания в детектор или экран, в данном случае нас интересует попадание отраженного луча снова в поверхность волны на другом ее участке. В этом смысле задача – чисто геометрическая.

В простейшем случае достаточно рассмотреть двумерную задачу, когда солнечные углы с заданным углом скольжения β падают на плоскую волну по нормали к ее гребню (рис. 2.1). Угловой размер Земли, т.е. максимальный угол меж-

ду солнечными лучами, падающими на нашу планету, заведомо меньше углового размера Солнца, который равен $0,5^\circ$. Поэтому с этой точностью лучи можно считать параллельными. В соответствии с потенциальной теорией волн, рассмотрим синусоидальную волну, уравнение поверхности которой в вертикальной плоскости имеет вид

$$z = A \sin(kx + \varphi) + z_0, \quad (2.1)$$

где A – амплитуда волны, равная половине ее высоты; z_0 – средний уровень воды, $k = 2\pi/\lambda$ и λ – длина волны. Волнение будем считать установившимся, что позволяет не учитывать зависимость параметров от времени и рассматривать неподвижную волну ($\varphi = \text{const}$). Форма волны при этом определяется отношением $4A/\lambda$, которое называют крутизной волны. Это отношение не превышает при волнении $0,14$, что связано с обрушением волн большей крутизны. Нами рассматривалось семейство равноотстоящих друг от друга лучей, падающих на волну, причем для каждого луча коэффициент отражения рассчитывался отдельно. Для определенности полагалось, что $\lambda = 10$ м, а расстояние между лучами по координате X задавалось равным $\Delta x = 1$ см. Таким образом, в каждой серии численных экспериментов рассчитывались “судьбы” 1000 лучей, начальные отрезки траекторий которых описываются функцией:

$$z = z_0 + (i - 1) \Delta x \operatorname{tg} \beta - x \operatorname{tg} \beta, \quad (2.2)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$ – номер луча и β – угол между первичным лучом и горизонталью. Для каждого такого луча рассчитывалась координата X попадания в волну, по ней определялся угол наклона поверхности воды в данной точке γ , после чего угол скольжения отраженного луча относительно горизонтали вычислялся как $\beta \pm \gamma$ (плюс соответствует отражению от склона гребня со стороны Солнца). Далее для каждого однократно отраженного луча просто проверялся сам факт попадания или непопадания его в волну. В разных сериях экспериментов варьировались значения β и A . Проводились также расчеты для волны, профиль которой описывается более сложной формулой, чем выражение (2.1).

Сам факт двойного отражения лучей, как оказалось, имеет место только для значений β в определенном диапазоне, который зависит от крутизны волны. Например, при крутизне, равной $0,1$, двойное отражение практически отсутствует как при $\beta < 10^\circ$, так и при $\beta > 15^\circ$. При малых β это связано с затенением противоположного от Солнца склона гребня. В табл. 2.1 приведены результаты расчетов для синусоидальных волн разной крутизны. Видно, что при определенных условиях двойное отражение испытывают свыше 12 % лучей.

Численные эксперименты показали, что при крутизне волн $4A/\lambda = 0,4$ этот показатель достигает и 17 %, причем двойное отражение происходит в этом случае при любой высоте Солнца над горизонтом менее 70° , а максимум приходится на диапазон высот $45\text{--}55^\circ$. Эффект уменьшения альбедо при $\beta < 20^\circ$ достигает тогда сотен процентов (в 2–5 раз), однако в естественных условиях такая крутизна волн в море обычно не наблюдается.

Доля лучей, испытавших двойное отражение, как функция β при разной крутизне волн

Высота Солнца, градусы	Доля лучей, %	
	При $4A/\lambda = 0,10$	При $4A/\lambda = 0,05$
5	1,2	11,4
10	11,6	1,8
15	12,4	0
20	0	0
25	0	0

2.2. Оценка влияния поверхностных волн на радиационный баланс поверхности моря

Для получения более значимых результатов при моделировании отражения света от искривленной волнами поверхности моря необходимо учитывать коэффициент отражения солнечных лучей, называемый также альбедо. Он показывает, какая часть солнечных лучей при падении на отражающую поверхность не пересекает ее, т.е. поглощается, а отражается. Можно сказать также, что альбедо равно вероятности отражения отдельного луча. Этот параметр важен не только для описания температурного режима поверхностных вод, но и как характеристика проникновения света в водную толщу, оказывающая существенное влияние на процессы фотосинтеза в море. При использовании лидарных систем аэрокосмического и другого базирования для мониторинга состояния окружающей среды с помощью радиолокационных средств также большое значение имеет связь коэффициента отражения подстилающей поверхности со скоростью ветра и другими параметрами. Наконец, именно изменение альбедо лежит в основе мощного механизма положительной обратной связи, приводящего к оледенению планеты или аридизации климата.

В настоящее время хорошо изучена зависимость коэффициента отражения солнечного света от высоты Солнца над горизонтом [33, 35]. Она довольно сильная, особенно при малых углах скольжения. А поскольку при волнении моря наклон поверхности воды к горизонту меняется, то меняется и угол скольжения луча на конкретном участке поверхности, а с ним и альбедо. Кроме того, в случае двойного отражения луча результирующий коэффициент отражения определяется произведением двух альбедо, т.е. становится существенно меньше. Для моделирования влияния этих эффектов на радиационный баланс поверхности моря необходимо в ходе проведения численных экспериментов, описанных в п. 2.1, при каждом акте отражения луча от поверхности воды рассчитывать по локальному значению угла скольжения соответствующее альбедо.

Солнечный свет является неполяризованным и его отражение от ровной поверхности описывается в виде среднего арифметического двух величин, соответствующих параллельной поверхности и нормальной к ней поляризации. Коэффи-

циент отражения при этом рассчитывается по формулам Френеля. Если перейти от углов падения к углам скольжения, т.е. высоте Солнца над горизонтом β , выражение для альбеда принимает вид

$$\begin{aligned} K_{\parallel} &= \text{tg}^2(\beta - \theta) / \text{tg}^2(\beta + \theta) , \\ K_{\perp} &= \cos^2(\beta + \theta) / \cos^2(\beta - \theta) , \end{aligned} \quad (2.3)$$

где θ – угол между преломленным лучом и нормалью к поверхности, который выражается через коэффициент преломления n , равный

$$\sin \theta = \cos \beta / n . \quad (2.4)$$

Подставив показатель преломления морской воды $n = 1,34$, получим, что средний коэффициент отражения (среднее арифметическое $K_{\parallel}$ и $K_{\perp}$) резко возрастает при малых β (рис. 2.2). Нетрудно понять, что если при падении солнечных лучей на склон гребня волны угол скольжения луча относительно поверхности воды будет больше, чем в случае горизонтальной площадки, то это приведет к уменьшению коэффициента отражения. И чтобы рассчитать, как это повлияет на долю отраженной радиации в целом, необходимо вычислить траектории лучей, падающих на разные участки волны. Это позволит, во-первых, определить, какие из отраженных лучей попадут в следующий гребень волны и, во-вторых, для каждого из них узнать коэффициент отражения, зависящий от угла наклона волны в данном месте.

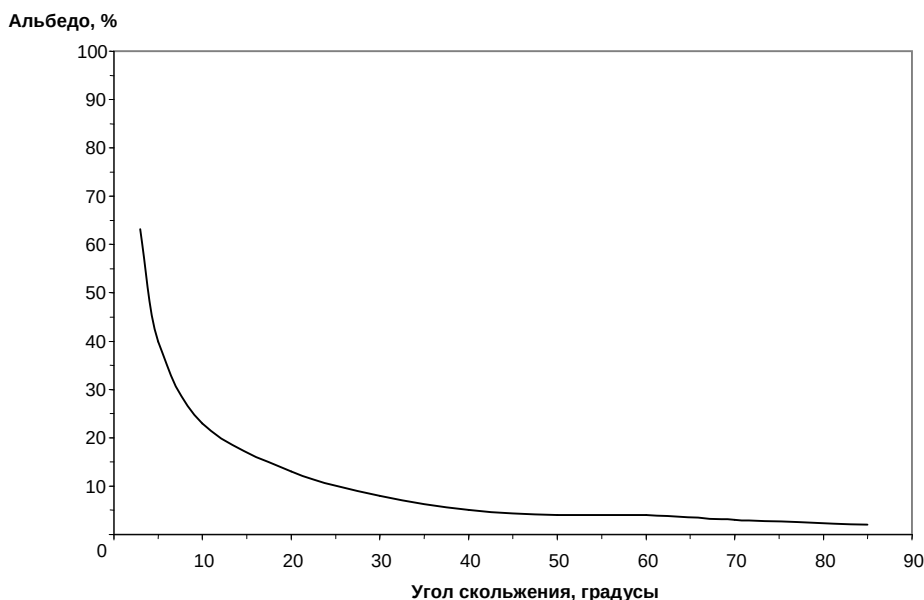


Рис. 2.2. Расчетная зависимость альбеда ровной поверхности воды от высоты Солнца

После этого усреднение по ансамблю лучей позволит найти среднее альбеда взволнованной поверхности моря. О том, что эффект может быть достаточно сильным, говорит, например, тот факт, что в умеренных широтах при наклоне

участка местности на 10° при северной экспозиции склона холма поглощенная солнечная радиация на десятки процентов меньше, чем при южной [39].

Как известно, наклон водной поверхности при волнении может достигать от 15° до 20° , поэтому можно предположить существование аналогичного эффекта и для поверхностных волн. Сам факт зависимости альбедо водной поверхности от волнения моря отмечался и ранее [57]. В отличие от суши наклон поверхности воды при волнении постоянно меняется, причем в зависимости от скорости ветра и стадии развития волнения меняется не только крутизна волн, но и экспозиция (ориентация гребня волны). Это затрудняет оценку альбедо и инсоляции. В то же время изучение такой зависимости весьма актуально, поскольку она характеризует ветровое воздействие на радиационный баланс поверхности моря.

В первом приближении можно пренебречь вторичным отражением некоторых лучей от следующего гребня волны. Тогда коэффициент отражения солнечного света от участка гребня с координатой x определяется зависимостью, изображенной на рис. 2.2. При этом угол наклона поверхности $\gamma = \arctg(dz/dx)$, где производная берется от функции (2.1), а угол скольжения луча относительно этой поверхности равен $\beta + \gamma$. Среднее по поверхности моря альбедо тогда рассчитывается путем осреднения значений коэффициентов отражения α , полученных для лучей, падающих на волну с равномерной плотностью при изменении x от 0 до длины волны λ . На первый взгляд для осреднения по ансамблю лучей достаточно просто найти среднее значение коэффициента отражения по формуле для $\alpha(x)$ при изменении x от 0 до λ . Однако, в связи с нелинейностью зависимости $z(x)$, такая операция неправомерна. Она соответствует падению на волну световых лучей с неравномерной плотностью распределения. Поэтому нами рассматривалось семейство равноотстоящих друг от друга лучей, падающих на волну, причем для каждого луча коэффициент отражения рассчитывался отдельно. Для каждой пары фиксированных значений β и крутизны волны проводилась отдельная серия численных экспериментов для 1000 параллельных лучей. Полученные результаты приведены в табл. 2.2.

Из таблицы видно, что при высоте Солнца над горизонтом свыше 60° волнение практически не влияет на коэффициент однократного отражения. При значениях β , превышающих $15-20^\circ$ (в зависимости от крутизны волны), волнение приводит к заметному увеличению альбедо, причем эффект сильнее при большей крутизне волн. При дальнейшем уменьшении β волнение моря сначала опять перестает влиять на альбедо, а при $\beta < 15^\circ$ альбедо из-за волнения довольно сильно уменьшается. Этот эффект связан с затенением ложбины волны гребнем, когда отражение происходит как бы от одного склона, ориентированного в сторону Солнца. При этом угол скольжения солнечных лучей относительно поверхности воды больше, чем при отсутствии волн, что и приводит к уменьшению альбедо. Кроме того, как будет показано ниже, определенный вклад в это уменьшение дает и двойное отражение лучей. Как видно из табл. 2.2, при $\beta = 10^\circ$ альбедо из-за присутствия волн с крутизной 0,1 уменьшается почти на 30 %.

**Альbedo поверхности моря (в %), рассчитанное для волн разной крутизны.
В скобках даны значения с учетом вторичного отражения**

Высота Солнца, град.	Крутизна 0,10	Крутизна 0,05	Отсутствие волн
10	27,8 (24,7)	33,8 (33,8)	34,7
20	14,0	13,9	13,3
30	6,7	6,4	5,9
40	3,6	3,5	3,3
50	2,5	2,5	2,4
60	2,2	2,1	2,1
70	2,0	2,0	2,0

Однако следует иметь в виду, что малые углы Солнца над горизонтом соответствуют небольшой инсоляции и большой оптической массе атмосферы. Поэтому вклад соответствующих лучей в среднесуточный тепловой баланс поверхностных вод мал, хотя сам эффект влияния волнения на альbedo наиболее проявляется именно при малых β .

Вторичное отражение солнечных лучей от гребней волны представляет собой еще один механизм зависимости альbedo от волнения моря, который действует наряду с рассмотренными выше. Как было показано в п.2.1, при определенной высоте Солнца над горизонтом и достаточно большой крутизне волн значительная часть солнечных лучей испытывает двойное отражение от волн. В этом случае для второго отражения луча опять необходимо рассчитывать значение альbedo α_1 в соответствующей точке, после чего путем перемножения коэффициентов для первого и второго отражений вычисляется эффективное альbedo, т.е.

$$\alpha_{\text{эф}} = \alpha \alpha_1 . \quad (2.5)$$

Алгоритм вычисления α_1 повторяет соответствующую процедуру для α с той разницей, что вместо начального участка траектории луча теперь используется участок траектории луча после первого отражения. Такой подход полностью аналогичен последовательному прослеживанию “судьбы” частицы при моделировании распространения ядерных излучений по методу Монте-Карло. После прослеживания траекторий всех лучей находилось среднее значение альbedo. Как видно из (2.5), в связи с малостью α_1 эффект вторичного отражения солнечных лучей ведет к уменьшению альbedo некоторых участков волны в несколько раз, что сказывается и на среднем по периоду волны значении эффективного альbedo (табл. 2.2).

Расчеты показали, что для волн с крутизной 0,05 двойное отражение влияет на среднее альbedo при $\beta < 10^\circ$, в частности при $\beta = 5^\circ$ без учета этого эффекта волнение ведет к уменьшению α на 14 %, тогда как с поправкой на множественное отражение среднее альbedo уменьшается еще на 4 %. Таким образом, в этом случае волнение увеличивает альbedo только при высоте Солнца более 10 градусов. Для волн с крутизной 0,1 вторичное отражение происходит

при $\beta < 20^\circ$ и наиболее существенно понижает альбедо при высоте Солнца $10-15^\circ$ (табл. 2.1). Как уже отмечалось, при еще большей крутизне волн для $\beta = 10^\circ$ альбедо из-за волнения уменьшается в несколько раз. Столь сильное уменьшение объясняется совместным воздействием эффектов двойного отражения и затененности ложбины волны, хотя и тогда преобладает первый эффект.

Проводилась также оценка изменения инсоляции поверхности моря и поглощенной радиации в связи с волнением. В табл. 2.3 приведены результаты расчета относительного изменения инсоляции, которая определялась как среднее значение синуса угла скольжения $\beta + \gamma$ по ансамблю первичных лучей. После осреднения эти значения в каждой серии численных элементов делились на $\sin\beta$. Аналогично вычислялись и нормированные значения поглощенной радиации, для чего по ансамблю лучей усреднялось выражение:

$$I_{\text{полг}} = (1 - \alpha) / [1 - \alpha(\beta)] . \quad (2.6)$$

Таблица 2.3

**Относительное изменение инсоляции и поглощенной радиации
при наличии волн с крутизной 0,1**

Высота Солнца, градусы	Фактор увеличения средней инсоляции	Фактор увеличения поглощенной радиации
5	2,28	1,66
10	1,39	1,15
15	1,16	1,05
20	1,09	0,99
30	1,03	0,99
40	1,01	1,00
50	1,00	1,00
60	1,00	1,00

При этом различие в инсоляции на разных участках волны учитывается автоматически. В случае двойного отражения однократно отраженный луч просто рассматривался как дополнение к исходному ансамблю лучей и его вклад учитывался при расчете суммарной поглощенной радиации со статистическим весом α . В то же время при усреднении число лучей считалось прежним. Блок-схема соответствующей траекторной модели показана на рис. 2.3. Из табл. 2.3 видно, что при $\beta < 15^\circ$ и крутизне волны 0,1 присутствие волн вызывает весьма существенное увеличение поглощенной прямой радиации, тогда как в интервале углов от 20° до 30° наблюдается даже небольшое уменьшение поглощения радиации.

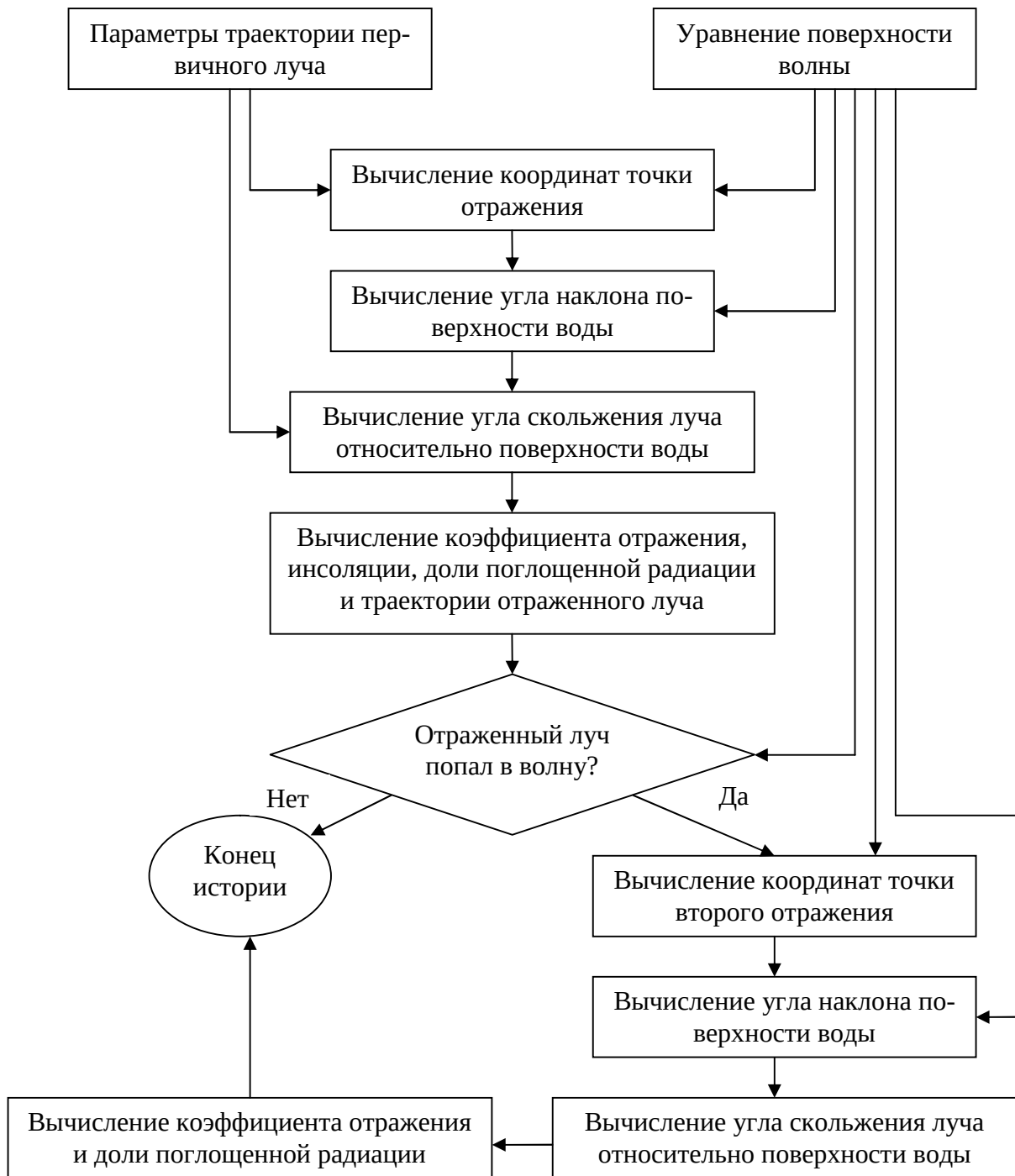


Рис. 2.3. Блок-схема расчета по траекторной модели отражения солнечного света от волн

Подводя итог, можно отметить, что влияние волнения моря на радиационный баланс поверхности моря наиболее сильно проявляется при высоте Солнца над горизонтом менее 20° и большой крутизне волн. Оно выражается в виде увеличения поглощенной радиации на десятки процентов и уменьшении альбедо. Отчасти это подтверждается данными наблюдений, свидетельствующими об уменьшении коэффициента отражения из-за волнения при малой высоте Солнца. Некоторые расхождения с цифрами, приводившимися ранее в других работах [18], связаны с рассмотрением в них несинусоидальных волн, а также с использованием эмпирической зависимости альбедо от высоты

Солнца для суммарной солнечной радиации. Здесь же рассмотрен вклад только прямой (не рассеянной) радиации и синусоидальные волны.

2.3. Моделирование суточного и сезонного изменений радиационного баланса

Полученные выше оценки соответствует наиболее сильному проявлению влияния волнения моря на поглощение водой солнечного света. В общем случае солнечные лучи падают таким образом, что соответствующий им единичный вектор $\mathbf{s}$ не лежит в одной плоскости с волновым вектором $\mathbf{k}$, характеризующим направление распространения волны. Причем, ориентация $\mathbf{s}$ меняется в течение суток в связи с вращением Земли вокруг своей оси и от сезона к сезону из-за движения Земли по орбите вокруг Солнца. Траекторный подход позволяет учесть и эти изменения. Для этого обозначим единичный вектор, направленный по нормали к поверхности воды в данной точке через $\mathbf{n}$. При нулевом склонении Солнца вектор $\mathbf{s}$ параллелен плоскости экватора, поэтому в истинный полдень угол падения солнечных лучей на горизонтальную плоскость численно равен широте места φ . Соответственно проекция вектора $\mathbf{n}$ на вектор $\mathbf{s}$ составит $-\cos(\varphi)$. Для простоты рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в направлении меридиана, то есть с волновым вектором вдоль линии север–юг. Фронт такой волны в полдень ориентирован по нормали к $\mathbf{s}$, поэтому наклон гребня на угол β в направлении на юг соответствует углу падения величиной $\gamma - \beta$, в связи с чем скалярное произведение векторов $(\mathbf{s}, \mathbf{n})$ составит $-\cos(\gamma - \beta)$. Через время t после полудня проекция вектора $\mathbf{n}$ на $\mathbf{s}$ равна в этом случае

$$(\mathbf{s}, \mathbf{n}) = -\cos(\gamma - \beta) \cdot \cos(\omega t), \quad (2.7)$$

где время t определено в пределах продолжительности светового дня. Отсюда, в частности, следует, что на широте Крыма ($\gamma = 45^\circ$) при $t = 0$ и угле наклона участка склона гребня волны $\gamma = 10^\circ$ угол падения прямых солнечных лучей в конце сентября равен 35° для одной стороны гребня и 55° – для другого.

В связи с нелинейностью соотношений (2.3), (2.7) и трехмерностью картины отражения лучей осреднение альбедо по профилю волны для произвольного положения Солнца существенно усложняется. Необходимо для каждого значения момента времени t и заданного участка поверхности волны рассчитывать сначала угол падения, после чего определяется локальное значение альбедо. Интегральный коэффициент отражения определяется затем путем осреднения по времени светового дня и по профилю волны. Таким образом, данная модель имеет три свободных параметра (угол склонения Солнца к плоскости экватора, широта места и крутизна волны), а также два параметра, по которым проводится осреднение (время после полудня и наклон участка волны). Численный эксперимент проводился для волны, распространяющейся в меридиональном направлении. В табл. 2.4 приведены результаты расчетов изменения альбедо в течение светового дня без учета множественного отражения для широты Крыма при нулевом склонении Солнца. В этом случае влияние волнения наиболее

существенно в 8–9 часов утра и в 15–16 часов, причем оно всегда выражается в виде увеличения альбедо. Судя по значениям α в табл. 2.2 и 2.4, вторичное отражение прямых лучей для волн малой крутизны с 8 до 16 часов практически отсутствует. В то же время рано утром и поздно вечером (в 6 и 18 часов), когда векторы $\mathbf{s}$ и $\mathbf{k}$ ортогональны, множественное отражение в принципе исключается, так как отражение происходит в вертикальной плоскости, параллельной линии гребня волны. Более точная оценка эффекта, в том числе при произвольном склонении Солнца и для волн любой ориентации, требует проведения дальнейших исследований. Можно показать, например, что вторичное отражение луча при произвольной ориентации фронта волны относительно направления на Солнце возможно лишь при той высоте Солнца над горизонтом, при которой оно имеет место в случае нормального падения лучей на фронт волны (табл. 2.1).

Рассмотренный подход позволяет также моделировать отражение от трехмерных волн произвольной формы, в том числе меняющейся со временем, а также от случайного волнового поля. В этом случае уравнение поверхности воды зависит от времени, поэтому в схеме на рис. 2.3 каждый раз может использоваться разное уравнение, соответствующее моменту попадания луча в волну. Случайное поле волн реализуется путем розыгрыша углов наклона поверхности воды по методу Монте-Карло в соответствии с заданным распределением плотности вероятности разных уклонов. Следует также иметь в виду, что помимо чисто геометрических факторов, рассмотренных нами, на радиационный баланс поверхности воды при сильном волнении влияют и другие факторы. Это, например, образование при обрушении волн белых барашков, пятен пены, аэрозолей.

Таблица 2.4

Рассчитанное изменение альбедо (в %) в течение суток при крутизне волны 0,1

Местное время, часы	Альбедо при волнении	Альбедо без волнения
7	33,5	33,2
8	13,2	12,8
9	6,6	5,9
10	4,0	3,9
11	3,2	3,0
12	3,0	2,9
13	3,2	3,0
14	4,0	3,9
15	6,6	5,9
16	13,2	12,8
17	33,5	33,2

2.4. Лучевой имитационный метод решения задач гидроакустики

Лучевой подход широко используется в гидроакустике для построения лучевых картин. Методика расчета траекторий звуковых лучей хорошо разработана, она применяется, в частности, для определения геометрической дальности действия гидроакустических станций [40]. Сама процедура построения лучевой картины при горизонтальной однородности распределения скорости звука полностью автоматизирована и реализуется на специальных электронных устройствах – лучеграфах. Однако она серьезно осложняется в случае произвольной зависимости скорости звука от координат в трехмерном пространстве. Кроме того, при расчете лучевой картины не учитывается ослабление звука за счет диссипации энергии. В то же время по своей сути процесс построения траектории луча очень близок к моделированию распространения звуковой волны. В связи с этим представляется перспективным применение траекторного подхода к построению трехмерных лучевых картин и решения других задач гидроакустики.

Вообще говоря, лучевой метод является асимптотическим методом решения неоднородного волнового уравнения. Он широко применяется не только в акустике, но и в оптике, сейсмологии и других науках. Одним из его преимуществ является высокая репрезентативность, существенно облегчающая интерпретацию результатов расчетов. Область применимости лучевого метода ограничена приближением геометрической оптики, при котором длина волны должна быть много меньше характерных размеров неоднородностей среды. В гидроакустике обычно используются волны в частотном диапазоне от 1 до 20 кГц, что соответствует длинам волн от 7 до 150 см. Характерный масштаб изменения скорости звука в море составляет несколько метров, поэтому применение лучевого метода здесь вполне оправдано.

Вообще говоря, акустическое поле $p(x,y,z,t)$ от точечного источника рассчитывается путем решения неоднородного волнового уравнения

$$c^2 \Delta p - \partial^2 p / \partial t^2 = f, \quad (2.8)$$

где p – акустическое давление; c – скорость звука и f – функция источника. Если искать его решение в виде монохроматической волны, т.е. считая $p = p'(r) \cdot e^{-i\omega t}$ и $f = q(r) \cdot e^{-i\omega t}$, получим уравнение Гельмгольца [48]

$$\Delta p' + \omega^2 p' / c^2 = q, \quad (2.9)$$

где ω – круговая частота; p' и q – функции координат. Для точечного источника излучения, находящегося в начале координат, его решение в сферических координатах имеет вид суммы расходящейся и сходящейся сферических волн. Отбросив из физических соображений волну, приходящую из бесконечности, получим:

$$p'(r) = A \cdot e^{ikr} / r. \quad (2.10)$$

У такой волны фаза равна 0 в начале координат и она растет вдоль прямых линий, соединяющих излучатель с любой точкой пространства. Эту прямую линию и называют лучом. За счет рефракции в неоднородном поле скорости звука лучи искривляются, происходит также их отражение от поверхности воды и дна, в результате чего лучевая картина принимает в гидроакустике весьма сложный вид. Так как интенсивность звука пропорциональна квадрату акустического давления, то она в соответствии с (2.10) убывает с расстоянием от источника как $1/r^2$, что соответствует закону расхождения лучей из точки излучения. Действительно, если каждому лучу соответствует некоторая энергия, то для любой сферы с центром в начале координат выполняется условие постоянства потока энергии через сферу. В этом плане траекторный подход, под которым в данном случае понимается прослеживание изменения интенсивности звука вдоль траектории луча, является естественным развитием классического метода геометрической акустики. В то же время интерпретация некоторых результатов такого рода расчетов становится проще, если вообразить некий акустический квант, смещающийся вдоль траектории луча. Хотя на самом деле это лишь удобная вычислительная процедура описания процесса переноса акустической энергии в сплошной среде, в отличие от рассмотренных выше моделей, в которых перенос гамма-квантов или нейтронов описывается как реальное взаимодействие частиц в микромире.

Многие задачи подводной акустики (как прямые, так и обратные) связаны с расчетом акустического поля в неоднородной среде от заданного источника звука. Уже по самой постановке такая задача близка к проблеме моделирования распространения электромагнитного (оптического, рентгеновского или жесткого гамма) излучения в среде. Если при описании распространения ядерных излучений изменение состояния частицы происходит в отдельные моменты времени и эти акты взаимодействия со средой представляют собой цепь Маркова первого рода, то в гидроакустике такого рода цепи можно создать искусственно, рассматривая в качестве зон свободного пробега слои воды, в которых гидроакустические характеристики морской воды приблизительно постоянны. Кроме того, следует иметь в виду, что данные измерений характеристик среды в принципе дискретны. Даже СТД-зондирование как правило позволяет восстановить поле скорости звука в море с пространственным разрешением не лучше 0,5–1 м. Таким образом, реальная непрерывная изменчивость по необходимости аппроксимируется скачкообразным изменением скорости звука на границе слоев квазиоднородной жидкости.

По аналогии с моделью распространения гамма-кванта будем описывать текущее состояние акустического “кванта” его пространственными координатами x, y, z , направлением распространения (углами $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$, которые акустический луч составляет с осями системы координат) и интенсивностью потока акустической энергии I . Длина свободного пробега L такого кванта определяется толщиной очередного однородного слоя и углом скольжения χ кванта относительно границы этого слоя. Переход кванта в следующее состояние происходит на заданной границе слоев (в качестве нее может выступать также поверхность воды, дна или препятствия). При этом изменение координат кванта рассчитывается по формулам типа (1.4)

$$\begin{aligned}x_{i+1} &= x_i + L \cos(\alpha_x), \\y_{i+1} &= y_i + L \cos(\alpha_y), \\z_{i+1} &= z_i + L \cos(\alpha_z),\end{aligned}\tag{2.11}$$

а изменение направления распространения определяется по новому углу скольжения χ в соответствии с основным законом рефракции звука:

$$\frac{\cos(c_{i+1})}{\cos(c_i)} = c_{i+1}/c_i .\tag{2.12}$$

Здесь c_{i+1} и c_i – значения скорости звука в соответствующих слоях. С учетом пространственной ориентации границы слоев определяется азимутальный угол ϕ преломления звукового луча. Аналогом полярного угла рассеяния гамма-кванта в данном случае служит разность углов скольжения:

$$\theta = \chi_{i+1} - \chi_i .\tag{2.13}$$

После этого по известным формулам преобразования углов рассчитываются новые значения направляющих косинусов (1.7). Следует отметить, что в отличие от моделирования рассеяния гамма-кванта, когда значения углов θ и ϕ определяются с использованием датчика случайных чисел, в данном случае эти углы детерминированы. Ослабление интенсивности звука при переходе из одного состояния в другое вычисляется с учетом коэффициента ослабления звука в среде β , который сильно зависит от частоты звука и обычно выражается в децибелах на 1 км трассы [3]:

$$I_{i+1} = I_i \cdot 10^{-0.1\beta L} .\tag{2.14}$$

Таким образом определяются все составляющие нового вектора состояния кванта и далее процедура повторяется. История кванта заканчивается при ослаблении интенсивности звука ниже заданной пороговой или при выходе его за пределы интересующего объема среды. Как и для гамма-квантов, помимо первичного излучения данный подход позволяет учитывать и вторичное, под которым теперь понимается объемная реверберация. Точно также, как для гамма-кванта определяется тип взаимодействия с веществом (рождение электрон-позитронных пар или комптоновское рассеяние), при попадании акустического кванта в дно или поверхность воды разыгрывается с использованием датчика случайных чисел каким ему быть дальше: отраженным или прошедшим с преломлением границу двух сред. Тем самым моделируется поверхностная и донная реверберация с учетом волн на поверхности воды и реального рельефа дна. Возможен и другой подход, когда после акта отражения рассматривается 2 волны – отраженная и преломленная, интенсивность которых определяется энергией первичной волны и коэффициентом отражения звука по интенсивности. При прослеживании большого числа историй диаграмма направленности излучателя учитывается в процеду-

ре определения начального угла скольжения акустического луча. Интенсивность поступающего на антенну сигнала от цели определяется по доле квантов (лучей), достигших антенны. Такой подход позволяет естественным образом учесть и дефокусировку акустических лучей при их рефракции или при распространении сферической волны.

Данный метод тривиально реализуется в трехмерном случае в отличие от традиционно используемого для построения лучевых картин интегрирования уравнения траектории луча. Поэтому сравнение результатов расчетов по обоим методам проводилось для горизонтально однородного моря, когда задача сводится к двумерной в системе координат x и z . По конкретным данным STD-зондирования по формуле Вильсона рассчитывались значения скорости звука на горизонтах z_i в верхнем двухсотметровом слое Черного моря. Границы между слоями задавались исходя из вертикального разрешения имеющихся гидрологических данных зондирования, причем толщина определенных таким образом слоев не обязательно должна была быть одинаковой. Как уже отмечалось, прослеживание траектории луча состоит в повторении рутинной процедуры на каждой очередной границе между слоями (рис. 2.4). При моделировании процесса обнаружения подводной цели она задавалась в виде геометрического места точек той или иной формы в плоскости xz . При этом на каждом шаге факт попадания луча в цель проверяется чисто геометрически путем подстановки в систему неравенств текущих координат «кванта». Аналогичный подход применялся и ранее при моделировании попадания бета-частиц или гамма-квантов в детектор, а также в п. 2.1–2.3 при моделировании отражения света от поверхностных волн.

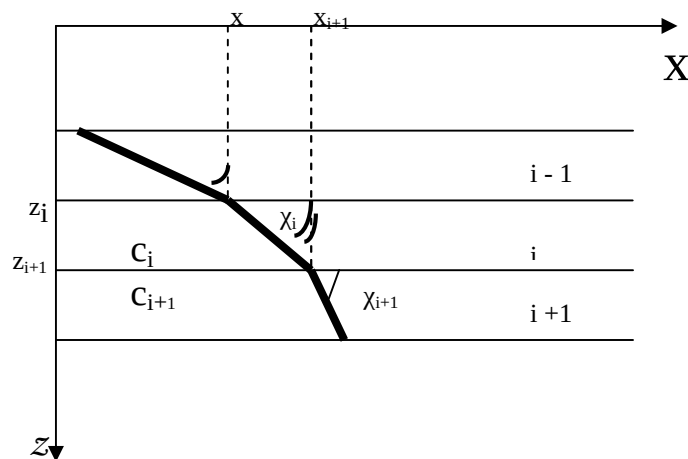


Рис. 2.4. Схема расчета траектории луча

Рассмотрим детальнее процесс моделирования траектории луча, распространяющегося для определенности в сторону дна. При этом он на начальном этапе (до прохождения точки загиба) пересекает слои воды в порядке возрастания индекса i . Пусть в очередной i -й слой он вошел под углом скольжения χ_i к горизонтальной оси X в точке с координатой X_i . Тогда в следующий слой он войдет в точке с координатой

$$X_{i+1} = X_i + (Z_{i+1} - Z_i) / \operatorname{tg}(c_i) . \quad (2.15)$$

где Z_{i+1} и Z_i – вертикальные координаты нижней и верхней границ i -го слоя. В данном случае на нижней границе происходит очередное изменение направления распространения луча в вертикальной плоскости xz , что выражается в изменении угла скольжения χ_i . Значение косинуса нового угла скольжения находится из выражения (2.12), после чего рассчитывается его тангенс:

$$\operatorname{tg}(c_{i+1}) = \frac{\sqrt{1 - \cos^2(c_{i+1})}}{\cos(c_{i+1})} . \quad (2.16)$$

Далее процедура повторяется и вновь используется выражение (2.15) для увеличенного на единицу значения индекса i , что дает горизонтальную координату точки пересечения лучом границы следующего слоя. В результате получаем координаты всех точек пересечения границ слоев в виде последовательности пар чисел (X_i, Z_i) , которые и определяют траекторию луча в виде ломаной линии. Для луча, который изначально распространяется снизу вверх, расчет проводится по аналогичным формулам, но индекс i последовательно уменьшается при переходе из слоя в слой. При достижении лучом поверхности моря или дна используется дополнительная вычислительная процедура, описывающая отражение по законам геометрической оптики. В общем случае начальный угол скольжения луча вычисляется с использованием случайных чисел по методу Неймана в соответствии с заданной диаграммой направленности гидроакустической антенны. Блок-схема построения лучевой картины по методу Монте-Карло изображена на рис. 2.5.

Наибольшую сложность здесь представляет расчет траектории лучей, имеющих точку поворота в водной толще. Лучевое приближение в принципе не применимо для описания распространения лучей, имеющих нулевые углы скольжения. Поэтому использовалась процедура «обрезания» цепи состояний, если при пересечении очередной границы слоев выполнялось условие:

$$\cos(\chi_{i+1}) > 0,9999 . \quad (2.17)$$

Далее траектория достраивалась до выхода на горизонталь отрезком окружности радиуса $R = 1/a$, где a – относительный градиент скорости звука на этой глубине. Предполагалось, что выход на горизонталь произойдет в пределах толщины слоя Δz , соответственно изменение горизонтальной координаты Δx определяется из уравнения окружности:

$$\Delta x^2 = R^2 - (R - \Delta z)^2 . \quad (2.18)$$

В дальнейшем расчет цепочки состояний опять продолжался обычным образом. Хотя в данном случае можно просто зеркально отобразить от точки загиба предыдущую траекторию в связи с симметрией задачи, как это делается при отражении луча от поверхности воды.

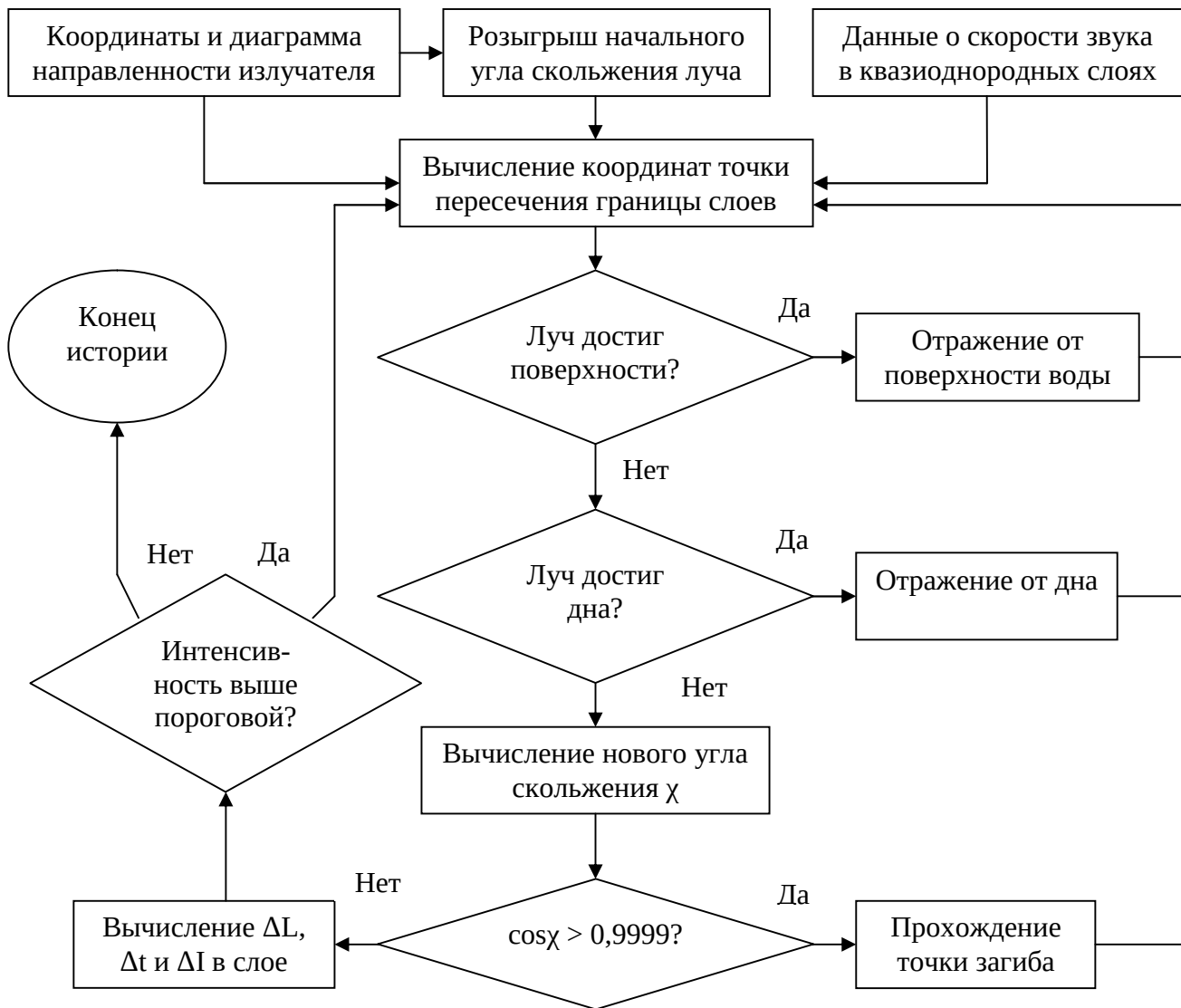


Рис. 2.5. Схема моделирования траектории акустического луча

Число в правой части неравенства (2.17) выбрано не случайно. Оно определяется точностью прямых измерений (или расчетов по косвенным измерениям) скорости звука в воде, которая составляет 0,1 м/с. Это соответствует относительной погрешности 10^{-4} , которая в связи с (2.12) остается и для значения косинуса. Заметим, что условие (2.17) учитывалось также при определении начального угла скольжения лучей по диаграмме направленности антенны, то есть такие лучи сразу отбраковывались. Вычисления проводились с помощью программы на языке Фортран, однако для практического использования удобнее программа на языке Delphi, позволяющая получать на компьютере лучевые картины в режиме лучеграфа. На рис. 2.6 показаны результаты расчетов лучевых картин для условий отрицательной рефракции в Черном море в июне 1998 г. Положение излучателя задавалось на глубине 20 м. Рассчитывались траектории лучей с начальными углами скольжения в пределах $\pm 10^\circ$. Крайние два луча на рис. 2.6 соответствуют вариантам расчетов с $\Delta z = 0.5$ м и $\Delta z = 1$ м для луча, вышедшего вверх с началь-

ным углом скольжения 2° . Их расхождение по горизонтальной координате на горизонте 200 м достигает 70 м. Поскольку реальная структура профиля скорости звука по данным измерений обычно известна с разрешением не лучше 0,5 м, эту неточность следует признать неизбежной для лучей с малыми углами скольжения. Сравнение с аналогичными результатами расчетов по традиционному методу построения лучевых картин, показало, что при отсутствии горизонтальных участков траектории горизонтальные координаты лучей на горизонте 200 м совпадают с точностью до нескольких метров. И это естественно, поскольку в основе традиционного метода построения лучевой картины лежит интегрирование уравнения траектории луча, использующее тот же закон Снеллиуса. Поэтому результаты расчета геометрической дальности действия гидроакустических средств траекторным методом и обычным лучеграфом с хорошим разрешением будут идентичны. Но траекторный подход позволяет рассчитывать еще и энергетическую дальность.

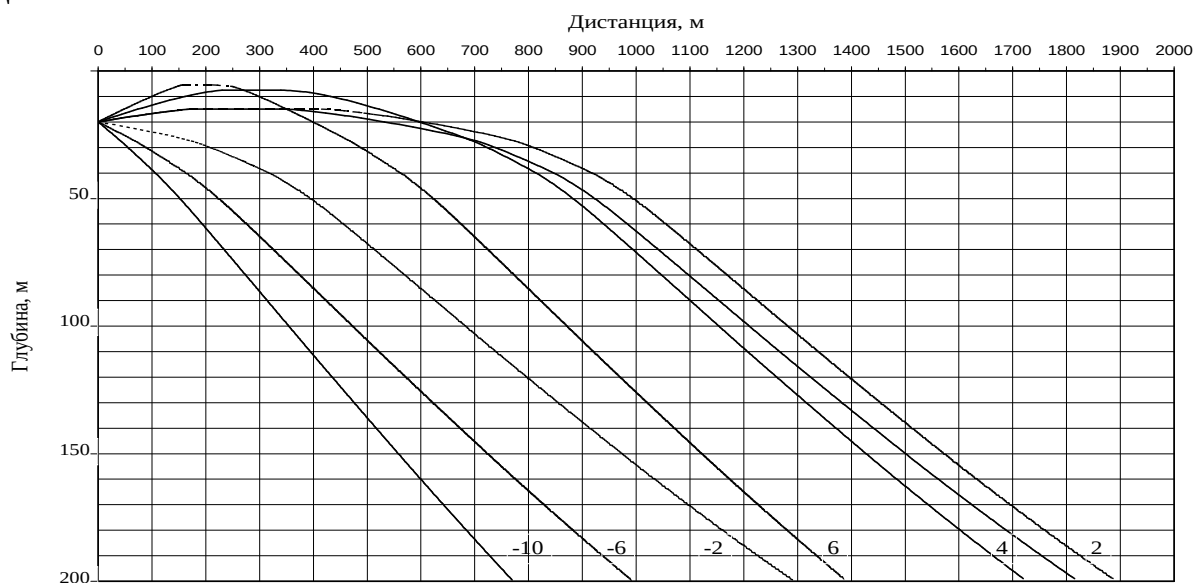


Рис. 2.6. Лучевая картина, рассчитанная имитационным методом

Цифры соответствуют начальному углу скольжения лучей, заданному в градусах.

2.5. Моделирование объемной реверберации в лучевом приближении

Исследование подводной обстановки с помощью гидроакустических средств на сегодняшний день является одним из основных методов изучения и освоения морских глубин. В частности, широко используется гидролокация. При этом возникает проблема выделения полезного отраженного акустического сигнала на фоне реверберационной помехи, связанной с рассеянием посылаемого акустического импульса на неоднородностях в морской среде, а также на неровностях поверхности воды и дна. Соответственно в гидроакустике изучают объемную, поверхностную и донную реверберации. Например, поверхностная реверберация связана с волнами, которые создают аналогичный эффект и при радиолокации над поверхностью моря. Расчет акустического давления, обусловленного объемной реверберацией, обычно проводится по несложным формулам вида [46]

$$p(t) = \text{const} \cdot 10^{-0,1\beta t}/t, \quad (2.19)$$

где β – коэффициент ослабления звука в воде, t – время, а константа включает в себя коэффициент обратного объемного рассеяния m_v . При этом совершенно не учитывается непрямолинейность распространения звука в воде в связи с изменением скорости звука с глубиной. С другой стороны, в литературе по гидроакустике неоднократно подчеркивалась большая аналогия между морской реверберацией и рассеянием света [46], а распространение электромагнитных и других излучений в морской среде хорошо описывается с помощью моделей, основанных на имитационной разновидности метода Монте-Карло. Кроме того с математической точки зрения реверберация обычно рассматривается как случайный процесс, что также является основанием для применения в данном случае метода Монте-Карло. Рассмотрим применение такого рода модели для расчета объемной реверберации.

По своей природе рассеяние звука на неоднородности в объеме воды аналогично излучению вторичного кванта (например, флюоресцентного) при поглощении атомом солевого состава морской воды кванта первичного излучения. Как и при моделировании процесса рентгено-флюоресцентного анализа морской воды, будем считать, что центры вторичного излучения равномерно распределены в объеме воды. При их активации они изотропно излучают акустические волны, причем в единицу телесного угла излучается акустическая энергия, которая по отношению к падающему на них первичному излучению составляет величину $\Delta\Gamma \cdot m_v$, где $\Delta\Gamma$ – размер неоднородности. Модель удобно строить в лучевом приближении, при этом коэффициент обратного объемного рассеяния m_v можно интерпретировать как доля энергии звукового луча, расходуемая на объемную реверберацию на единице длины траектории луча. Задача состоит в расчете функции, описывающей изменение реверберационной помехи со временем. Для заданного профиля скорости звука и параметров излучателя (диаграмма направленности, глубина, частота и другие). Для моделирования формы реверберационного “шлейфа” на приемнике излучения необходимо учитывать время прохождения лучом той или иной точки его траектории. Таким образом, в отличие от задачи построения обычной лучевой картины в данном случае необходимо более полно описывать “судьбу” каждого луча – рассчитывать время прохождения разных точек траектории (“возраст”) и ослабление интенсивности акустической волны за счет рассеяния и поглощения части ее энергии в водной толще и при отражении от дна и поверхности воды (“энергию”). При этом изменение интенсивности звука в распространяющейся волне за счет фокусировки или дефокусировки прямо не учитывается; оно оценивается по плотности прохождения лучей уже после построения лучевой картины в целом [40]. В этом смысле в местах схождения лучей будет просто больше центров вторичного излучения на единицу площади лучевой картины.

Алгоритм расчета акустического поля по методу Монте-Карло описан выше. Исходной информацией служит профиль скорости звука, который задается по данным СТД-зондирования. Как правило, эти данные позволяют построить про-

филь с разрешением 1 м, в связи с чем при моделировании “судьбы” отдельного луча весь интервал глубин разбивается на слои толщиной от 1 до 5 м, в пределах которых скорость звука считается постоянной. Таким образом, траектория луча представляет собой ломаную линию, причем изменение направления луча происходит только на границе слоев. Значения начального угла скольжения φ и координаты излучателя в плоскости xz задаются. В ходе математического моделирования траектории луча новое значение угла скольжения рассчитывается по закону Снеллиуса на каждой границе между слоями (2.12). При этом длина отрезка траектории луча в пределах i -го слоя равна

$$\Delta L_i = d_i / \sin \chi_i, \quad (2.20)$$

где d_i – толщина i -го слоя. Соответственно на преодоление данного отрезка траектории луча уходит время

$$\Delta t_i = \Delta L_i / c_i, \quad (2.21)$$

а интенсивность звука уменьшается на $\beta \cdot \Delta L_i$ дБ, где β – коэффициент ослабления звука в воде, выраженный в дБ/м. Поэтому если до вхождения в i -й слой интенсивность равнялась I_i , то на выходе из него она равна:

$$I_{i+1} = I_i \cdot 10^{-0,1\beta\Delta L_i}. \quad (2.22)$$

Поскольку отрезки ΔL достаточно малы, можно считать, что переизлучение рассеянного звука происходит из одной точки данного отрезка. Ее координаты вычислялись в соответствии с равномерным распределением. Объемная реверберация вообще говоря моделируется в виде новых лучей, которые выходят из заданной точки в разных направлениях и траектории которых прослеживаются независимо от дальнейшей траектории первичного луча. Их интенсивность пропорциональна $m \cdot \Delta L_i \cdot I_i$, а “возраст” продолжает отсчет времени первичного луча с момента переизлучения. В ходе численного эксперимента суммируются интенсивности (энергии) лучей, достигших антенны в данный момент времени. Тем самым автоматически учитываются размеры и форма антенны, а также фокусировка-дефокусировка вторичных лучей вдоль их трассы. При этом начальная энергия такого луча определяется делением рассеянной на отрезке ΔL_i акустической энергии на число вторичных лучей, траектории которых рассматриваются. Поскольку телесный угол, под которым антенна видна из точки рассеяния может быть весьма мал, это потребует прослеживания траекторий лучей с разрешением по углам скольжения порядка 10^{-5} радиан на дистанции 1 км, что соответствует сотням тысяч вторичных лучей для каждой точки рассеяния. Нетрудно, однако, понять, что за исключением областей каустик (конвергенции лучей) из вторичных лучей на гидрофон попадут только лучи, направление выхода которых из точки рассеяния близко к тому, откуда первичный луч пришел в данную точку его рассеяния. Поэтому в первом приближении уровень реверберационной помехи непосредственно на гидрофоне можно оценить, прослеживая из каждой точки

рассеяния лишь одну траекторию вторичного луча, которая повторяет траекторию первичного луча в обратном направлении. Точно также отраженный от подводного объекта сигнал вернется строго к излучателю, если будет распространяться по траектории первичного луча (это возможно при условии, что первичный луч падал по нормали к отражающей поверхности). Следует отметить, что в отличие от ядерных излучений, к акустическим волнам, строго говоря, не применим корпускулярно-волновой дуализм. В этом смысле лучевая картина – просто удобный способ интерпретации результатов расчетов акустического поля. Здесь уместна аналогия с картиной изолиний на гидрологическом разрезе. Основным физический смысл имеет плотность прохождения лучей (изолиний), а не конкретные координаты данной точки траектории. Чтобы учесть эффект дефокусировки вторичных лучей при удалении от точки рассеяния их статистический вес нормировался на фактор r^{-2} , где r – расстояние от излучателя до точки рассеяния со случайными координатами x и z , лежащей на рассматриваемом отрезке луча:

$$r^2 = (x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 . \quad (2.23)$$

Здесь x_0 и z_0 – координаты излучателя. Таким образом, из каждого пересечения первичным лучом слоя на гидрофон попадает один вторичный луч. По мере удаления от гидрофона их статистический вес убывает, уменьшается и соответствующая интенсивность звука за счет поглощения акустической энергии вдоль траектории. Поэтому устанавливалось пороговое значение $W_{\text{пор}}$ и объемное рассеяние первичного луча не рассматривалось при слишком малом $W = I/r^2$:

$$W < W_{\text{пор}} . \quad (2.24)$$

Сам реверберационный фон моделировался как функция $p(t)$, описывающая изменение акустического давления на гидрофон. Ее значение для разных моментов времени t определялось суммированием сигналов от всех вторичных лучей, пришедших на гидрофон за интервал времени $(t, t + \Delta t)$. Результирующее эффективное значение акустического давления с связи с некогерентностью источников рассеянного излучения определяется геометрической суммой сигналов, то есть надо складывать квадраты давления и потом брать квадратный корень из этой суммы. Но энергия «кванта» пропорциональна интенсивности звука, а значит и квадрату акустического давления, поэтому для каждой градации времени суммировались соответствующие значения W по всем лучам и в конце расчетов выводилось значение $W^{1/2}$, пропорциональное давлению. Как показали численные эксперименты, получаемый при этом реверберационный сигнал существенно зависит от конкретных гидрологических условий; глубины, на которой находится излучатель, ширины диаграммы направленности антенны, частоты звука и других параметров. Результаты расчета лучевой картины для первичных лучей, соответствующей типичному для начала октября профилю скорости звука в глубоководной части Черного моря, изображены на рис. 2.7. Ширина диаграммы направленности антенны по углам скольжения задавалась 20° , глубина погружения антенны составляла 20 м. Соответствующий реверберационный сигнал, рассчитанный по

модели, показан на рис. 2.8. Предполагалось, что излучатель работает на частоте 10 кГц в импульсном режиме, длительности импульса задавалась равной 0,15 с.

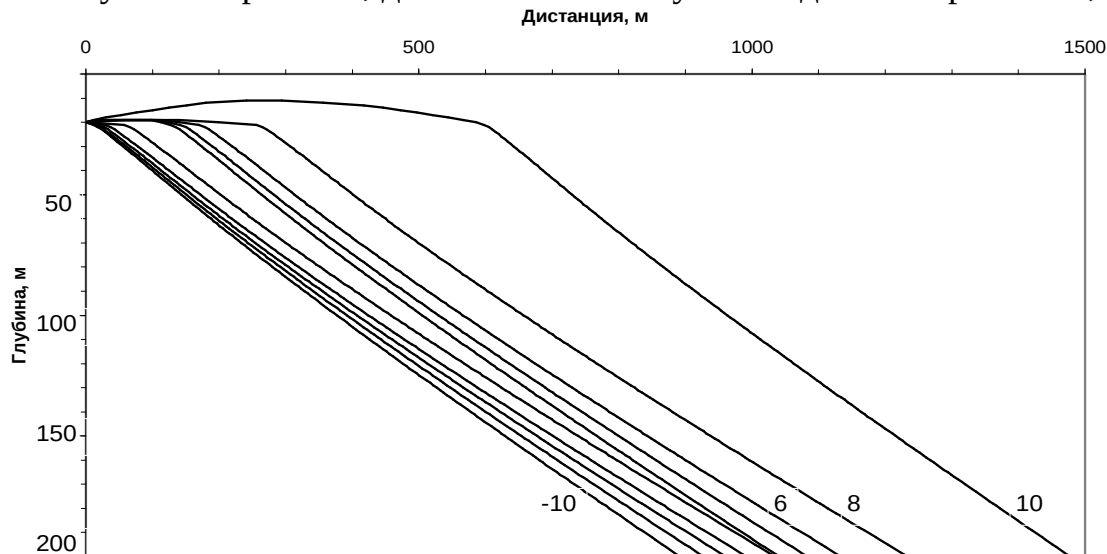


Рис. 2.7. Рассчитанная имитационным методом лучевая картина для первичных лучей (не показаны лучи с начальным углом скольжения более 10°)

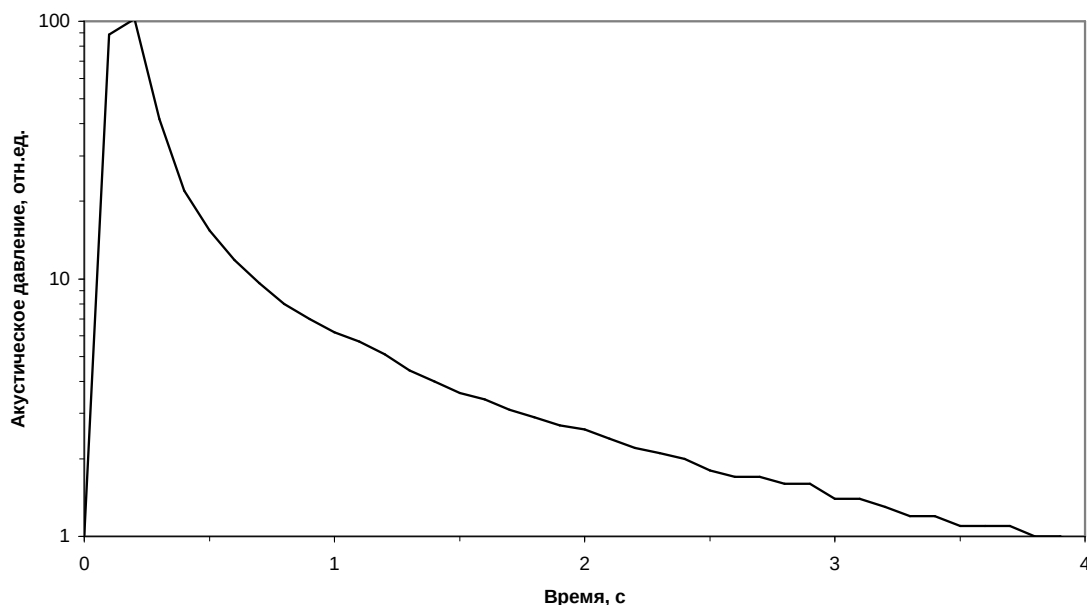


Рис. 2.8. Полученная при моделировании зависимость уровня реверберации от времени

При моделировании реверберации учитывались 40 первичных лучей, выходящих из начальной точки с углами скольжения от $0,5^\circ$ до 20° вверх и вниз. Расчет проводился с разрешением по времени $\Delta t = 0,1$ с. Вклад каждого центра рассеяния в соответствующую градацию $(t, t+\Delta t)$ считался пропорциональным $\tau/\Delta t$, где τ – длительность импульса вторичного излучения, приходящаяся на эту градацию. Вид зависимости $p(t)$, (рис. 2.8), хорошо согласуется с данными измерений [49].

Численные эксперименты показали, что интенсивность и форма реверберационного сигнала существенно меняются при изменении глубины излучателя, особенно в первую секунду. Заметное влияние оказывает также ширина диаграм-

мы направленности. На рис. 2.7 значения эффективного акустического давления приведены в относительных единицах. Расчет в абсолютных единицах требует полной информации о размерах рассеивателей с тем, чтобы оценить, какая часть энергии излучателя расходуется на рассеяние. Обычно же известны лишь средние по объему характеристики рассеивателей, которые задают через коэффициенты объемного рассеяния K_v и m_v . Кроме того, как и в случае вторичных лучей, этот подход требует расчета с высоким разрешением по углам скольжения первичных лучей, что достигается только прослеживанием траекторий порядка 10^6 лучей. Принципиально это возможно, но требует больших вычислительных ресурсов. Задание m_v как функции глубины позволяет учесть влияние звукорассеивающих слоев, в которых объемное рассеяние звука намного сильнее, чем на других глубинах. Такие численные эксперименты также проводились, когда на глубине от 100 до 150 м задавался звукорассеивающий слой с десятикратным повышением значения m_v . Реверберационный сигнал при этом заметно возрастал. Модель тривиально обобщается на случай поверхностной и донной реверберации, что является темой отдельного исследования. При этом не возникает проблем с учетом плотности распределения вероятности различных наклонов поверхности моря при волнении, акустического сопротивления грунта и рельефа дна. Предложенная модель позволяет, очевидно, решать и обратную задачу – оценивать распределение скорости звука и рассеивающих частиц в ближней зоне акустической освещенности по величине объемной реверберации.

Глава 3.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ

Рассмотренные в предыдущих главах модели связаны с описанием переноса излучений, что характерно для классической имитационной разновидности метода Монте-Карло. Представляет интерес распространить этот подход на процессы переноса, не связанные с излучениями. Наиболее естественно это сделать для моделирования движения неких реальных макрочастиц, которыми в водной среде могут быть, например, частицы взвеси или газовые пузырьки. Как правило, состояние этих частиц заметно меняется со временем за счет химического взаимодействия с морской водой или влияния гидростатического давления. Это затрудняет применение обычного адвективно-диффузионного подхода для описания переноса примеси. В то же время, как отмечает Р. Беллман [6], движущаяся частица порождает непрерывный многошаговый процесс, в котором состояние частицы описывается заданием ее скорости, координат и других параметров. В теории управления в связи с этим даже рассматриваются так называемые траекторные процессы. Чтобы применить к таким задачам траекторный подход необходимо перейти от характерного для них непрерывного времени к дискретному, т.е. искусственно ввести шаги по времени и по пространству («свободные пробеги»). По существу нечто подобное уже было сделано нами в лучевой модели акустического излучения. Такая процедура близка к обычному конечно-разностному подходу.

Изучение динамики пузырьков в водоемах актуально по многим причинам. Они участвуют в газообмене моря со дном (свободные газовые выходы), влияют на состояние поверхности моря при обрушении волн, являются серьезным фактором того же объемного рассеяния звука, наконец. Пузырек в воде представляет собой типичную неконсервативную частицу, состояние которой описывается большим числом степеней свободы. Помимо скорости и координат необходимо знать его размеры, газовый состав. Необходимо учитывать не только влияние гидростатического давления, но и силы поверхностного натяжения на поверхности пузырька, возможность коалесценции пузырьков. Все это делает привлекательным использование имитационного подхода в данном случае. Как известно, и в математике эффективность применения метода Монте-Карло по сравнению с обычными методами особенно высока при вычислении интегралов в пространстве с большим числом измерений.

Первые траекторные модели динамики пузырьков были разработаны для описания распространения акустических волн в приповерхностном слое моря при наличии «пузырьковых облаков» [67]. Однако логичнее начать с более простых моделей.

3.1. Моделирование свободных газовых выходов

В связи с разработкой газовых месторождений на морском шельфе большой интерес представляет изучение влияния всплывающих со дна пузырьков на кон-

центрацию растворенных в воде газов. Обычно в придонных водах вертикальный обмен затруднен (за исключением придонного квазиоднородного слоя в глубоководной части моря), скорость вертикального движения воды порядка $10^{-2} \dots 10^{-4}$ см/с, а коэффициент вертикальной турбулентной диффузии около 1 см²/с. В то же время газовые пузырьки всплывают со скоростью порядка 10 см/с и поэтому могут серьезно влиять на вертикальное распределение растворенных газов. Эта проблема представляет интерес также в связи с выходами газов в зоне разломов и таянием газогидратов на дне моря.

Несмотря на простоту постановки задачи (одномерный случай), динамику всплывающего газового пузырька не удастся описать аналитически даже в случае однокомпонентной газовой смеси в нем. Необходимость учета вязкости воды и растворения газа через стенку пузырька приводят к системе интегродифференциальных уравнений, которая решается численно [8]. При многокомпонентной газовой смеси в пузырьке задача еще больше усложняется. В то же время в рамках траекторного подхода она решается достаточно просто. Состояние пузырька, содержащего только один тип газа, например, метан, описывается заданием его радиуса r , скорости всплывания v и координаты z . Пузырек всплывает под действием силы плавучести и силы вязкого сопротивления воды, причем баланс между ними устанавливается уже на первом миллиметре подъема пузырька, в связи с чем при неизменном r пузырек всплывает с постоянной скоростью [67]

$$v = 0,22 \frac{gr^2}{[(G^2 + 2G)^{1/2} - G]v}. \quad (3.1)$$

Здесь $G = 10,82 \cdot v^2/gr^3$, v – кинематическая вязкость воды и g – ускорение свободного падения. Таким образом, задание r однозначно определяет v . В то же время радиус пузырька через уравнение состояния газа связан с гидростатическим давлением, а значит и с координатой z . Для идеального газа оно имеет вид

$$m = 4\pi r^3 (P_{\text{атм}} + \rho gz + 2\gamma/r)/3RT, \quad (3.2)$$

где m – масса газа в пузырьке; $P_{\text{атм}}$ – атмосферное давление; ρ – плотность воды, γ – коэффициент поверхностного натяжения воды, R – универсальная газовая постоянная и T – температура газа. Кроме того, через стенку пузырька постоянно идет газообмен с водой. Соответствующий поток газа I очевидно равен

$$I = -dm/dt. \quad (3.3)$$

Как показано в монографии [37], при не очень больших числах Рейнольдса этот поток описывается выражением

$$I = 8(\pi/3)^{1/2} (D/2r)^{1/2} r^2 (C_{\text{н}} - C) v^{1/2}, \quad (3.4)$$

где D – коэффициент молекулярной диффузии газа в воде; C – содержание растворенного газа этого типа в воде и $C_{\text{н}}$ – концентрация растворенного газа вблизи стенки пузырька, равновесная с содержанием этого газа в пузырьке (насыщаю-

щая концентрация). Последнюю удобнее выразить через растворимость газа в воде α и давление внутри пузырька:

$$C_H = \alpha \cdot (P_{\text{атм}} + \rho g z + 2\gamma/r) \quad . \quad (3.5)$$

Таким образом, не представляет труда выразить поток газа из пузырька при известных значениях его переменных состояния. Осталось выразить изменение этих переменных Δr , Δv и Δz за шаг по времени Δt . Очевидно, что $\Delta z = -v\Delta t$. Новое значение скорости v можно определить по формуле (3.1), зная новое значение радиуса. Чтобы найти Δr , продифференцируем уравнение состояния (3.2), выразив dr/dt отдельно при постоянном давлении и постоянном m . Их сумма дает:

$$\Delta r = \frac{3RT\Delta m / 4\pi r^2 - r g r \Delta z}{3(P_{\text{атм}} + r g z) + 4g / r} \quad . \quad (3.6)$$

Видно, что в данном случае удобнее в качестве независимых переменных состояния пузырька рассматривать его радиус, содержание в нем газа и глубину, на которой он находится. При этом на каждом шаге по времени в ходе имитационного моделирования выполняется следующая математическая процедура:

- рассчитывается скорость всплытия v по текущему значению r ;
- рассчитывается изменение глубины Δz за время Δt и новое значение z ;
- проверяется выполнение неравенства $z > 0$, в противном случае история заканчивается (выход на поверхность);
- по формуле (3.4) рассчитывается поток газа из пузырька I ;
- определяется изменение содержания газа $\Delta m = -I\Delta t$ и новое значение m ;
- проверяется выполнение неравенства $m > 0$, в противном случае история заканчивается (растворение пузырька);
- по формуле (3.6) рассчитывается изменение радиуса Δr и новое значение радиуса r ;
- проверяется выполнение неравенства $r > 1$ мкм, в противном случае история заканчивается (схлопывание пузырька).

Этот алгоритм позволяет полностью описать процесс движения пузырька и его влияние на концентрацию растворенного в воде газа на различных глубинах. Поскольку в алгоритме не используются случайные числа, достаточно проследить за судьбой одного пузырька с заданными начальными условиями. С другой стороны, если на самом деле всплывает много пузырьков и это продолжается достаточно долго (“газовый факел”), то газообмен через стенки всплывающих пузырьков эквивалентен существованию распределенного по вертикали источника газа. В растворенном виде этот газ отводится в процессе горизонтальной турбулентной диффузии, так что устанавливается вертикальное распределение растворенного газа, близкое к функции источника. Эта функция и рассчитывалась с помощью траекторной модели для разных значений начального радиуса пузырька, глубины дна и типа газа. На рис. 3.1 изображены результаты расчета для пузырьков метана [34]. По ординате указано количество газа, вышедшего из пузырька при пересечении им интервала глубин в 20 м. Моделирование показало, что ме-

тановые пузырьки не способны преодолеть интервал глубин более 300 м, поскольку слишком крупные пузырьки неустойчивы к делению на мелкие. Выяснилось, также, что проходимый пузырьком до его полного растворения интервал глубин практически не зависит от начальной глубины при фиксированном начальном радиусе. Помимо метана, в состав подводных газовых выходов обычно входят водород, углекислый газ, сероводород. Расстояние, проходимое пузырьком до полного растворения зависит, в основном, от растворимости газа в пузырьке. Из них наименьшей растворимостью обладает водород. Как показали результаты имитационного моделирования, водородные пузырьки преодолевают дистанцию до 800 м, в остальном же функция распределенного источника для них похожа на показанную на рис. 3.1.

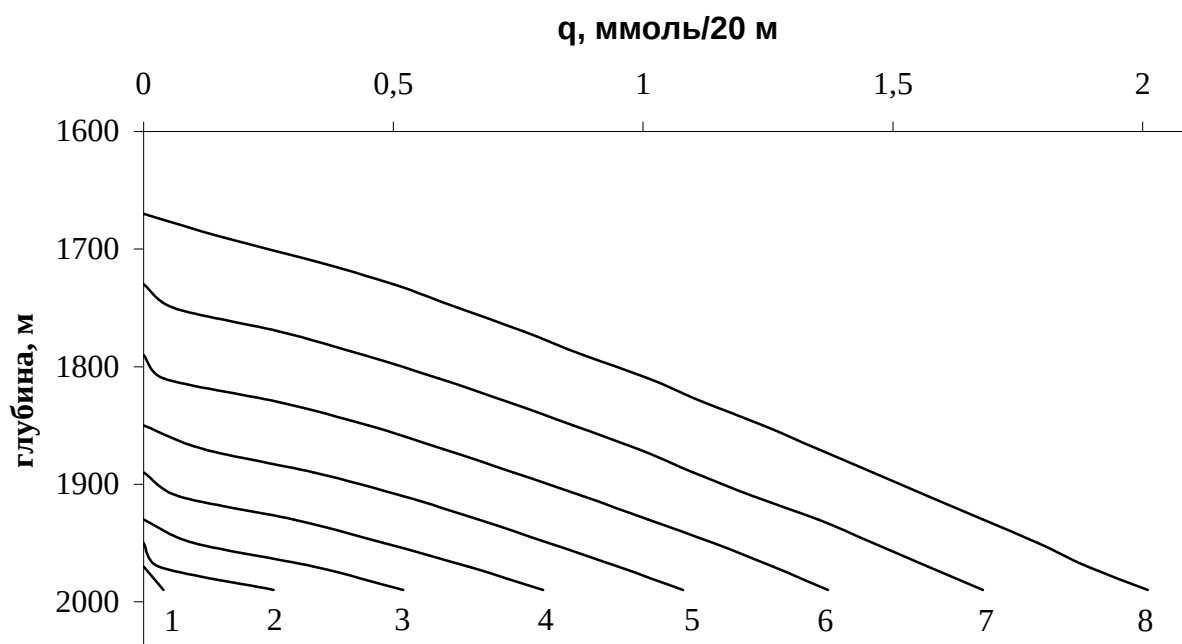


Рис. 3.1. Рассчитанный поток газа из пузырька метана, всплывающего с глубины 2000 м (цифры обозначают начальный радиус в мм)

3.2. Влияние образования газогидратов на проявление выходов метана

Роль морских месторождений углеводородов в последнее время значительно увеличивается в связи с постепенным истощением основных месторождений газа и нефти на суше. Ресурсы традиционно добываемых углеводородов на континентальном шельфе России оцениваются в 100 млрд т у.т. и правительством уже сейчас ставится задача постепенного перехода к их использованию в ближайшие годы. В связи с этим, большой интерес представляют новые методы поиска подводных месторождений углеводородов, одним из которых является использование свободных газовых выходов метана на дне моря в качестве маркеров месторождений. Кроме того, эти выходы нередко связаны с разломами, изучение которых также представляет значительный интерес для морской геологии и геологоразведки.

До недавнего времени считалось, что выделяющийся через дно метан при достаточной интенсивности этих выходов всегда образует характерные «газовые

факелы», которые хорошо регистрируются гидролокаторами. Однако в конце 80-х годов 20-го века выяснилось, что метан на больших глубинах образует с водой под действием давления твердые газогидраты типа льда даже при положительных температурах, характерных для морских вод. Причем дальнейшие исследования показали, что это происходит настолько быстро, что пузырьки до полного «замерзания» успевают подняться над дном лишь на несколько метров. После этого основной интервал глубин метан преодолевает уже в виде частиц гидратного льда, что значительно осложняет обнаружение подводных выходов метана акустическими методами.

Поскольку образование газогидрата метана при неотрицательных температурах воды происходит при давлении не менее 2,59 МПа, то газовые факелы в обычном виде могут существовать только на сравнительно небольших глубинах – начиная с 250 м. Соответствующая зависимость критической глубины гидратообразования от температуры воды приведена на рис. 3.2. Например, в Охотском море, где температура воды на глубинах 250...750 м составляет 2 °С, свободные газовые выходы без гидратообразования можно наблюдать на глубинах не более 300 м. В то же время в Черном море, где в этом интервале глубин температура воды составляет около 9 °С, регистрация хорошо развитых газовых факелов возможна на глубинах до 600 м.

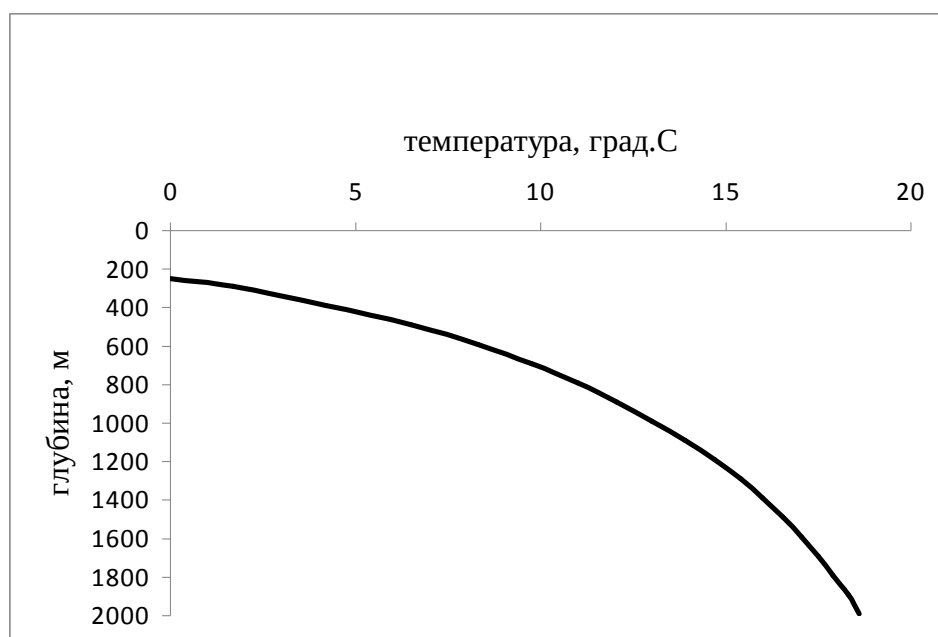


Рис. 3.2. Зависимость температуры гидратообразования от глубины

Сам факт образования газогидратов в газовых пузырьках подтверждается результатами как лабораторных, так и натурных экспериментов. При подводных выходах метана на глубинах, существенно превышающих критическую для данного района Мирового океана, их обнаружение акустическими методами возможно либо в небольшом придонном слое, либо уже на глубинах менее критической. Причем в последнем случае образующиеся при постепенном таянии всплывающей частицы газогидрата пузырьки будут значительно меньших размеров, в связи с чем для их обнаружения необходимо применять гидролокацию на более

высоких частотах. Известные случаи регистрации «газовых факелов», берущих начало не на дне, а в водной толще на промежуточных глубинах, можно объяснить именно началом растворения газогидратных частиц.

Для оценки параметров пузырьков в интервале глубин, на которых происходит образование газогидрата метана, была разработана траекторная модель [15]. Существующие модели не учитывают все факторы, влияющие на гидратообразование, тогда как предлагаемый подход, основанный на имитационном моделировании динамики физических процессов внутри всплывающего пузырька, позволяет описать этот процесс более точно. Предлагаемая модель позволяет также учесть параметры реальных свободных выходов на дне водоемов и окружающей их водной массы.

В данном случае модель описывает не только изменение давления и содержания газа за счет газообмена через стенку пузырька и изменения глубины, но также и процессы, связанные с гидратообразованием, включая выделение и поглощения теплоты гидратообразования.

Шаг по времени брался равным 0,1 с. Состояние пузырька, содержащего только один газ, по прежнему описывается заданием его радиуса r , скорости всплывания v , координаты z и массы газа в пузырьке m_g . Однако при расчетах скорости по формуле (3.1) теперь вводится мультипликативная поправка на вес пузырька. Она имеет вид $1 - \delta$, где δ – отношение эффективной плотности пузырька к плотности воды. В связи с этим из-за образования в пузырьке газогидрата скорость его всплывания значительно замедлялась даже при неизменном радиусе. В частности, при полном переходе метана в газогидрат она уменьшается на порядок.

Таким образом, задание радиуса r , массы газа в пузырьке m_g и массы газогидрата m_h в пузырьке определяет v . В то же время радиус пузырька через уравнение состояния газа связан с гидростатическим давлением, а значит и с координатой z . При отсутствии газогидрата соответствующее выражение для идеального газа описывается формулой (3.2). Однако, с учетом газогидрата, который занимает часть объема пузырька, теперь по этой формуле рассчитывался только объем газа в пузырьке.

Кроме того, через стенку пузырька постоянно идет газообмен с водой, что также ведет к изменению радиуса. Соответствующий поток газа определяет изменение массы газа в пузырьке по формуле (3.3). С другой стороны, он описывается выражениями (3.4) и (3.5).

Таким образом, для каждого шага по времени Δt рассчитывались изменения переменных Δr , Δv , Δz , Δm_g и Δm_h . Очевидно, например, что $\Delta z = -v\Delta t$, а изменение массы газа в пузырьке $\Delta m_g = -I\Delta t$. Новое значение скорости v определялось после вычисления нового радиуса пузырька.

Изменение радиуса пузырька за один шаг по времени определялось следующим образом. Сначала по известным текущим значениям m_g и m_h рассчитывались объемы газа и газогидрата в пузырьке, после чего находился объем пузырька V путем их суммирования. Новый радиус пузырька вычислялся по формуле

$$r = (3V/4\pi)^{1/3}. \quad (3.7)$$

Изменение количества газогидрата m_h в пузырьке рассчитывалось по интенсивности теплообмена пузырька с окружающей его водой. Дело в том, что при образовании газогидрата метана выделяется теплота $H_h = 51$ кДж/моль, которая при теплоемкости метана 34 Дж/моль·К ведет к его нагреву на 1500 градусов. Таким образом, чтобы температура газа в пузырьке повысилась на величину порядка 15 °С и превысила температуру гидратообразования T_s достаточно, чтобы всего 1% газа в пузырьке перешел в гидратное состояние. Отсюда ясно, что именно интенсивность теплообмена определяет скорость гидратообразования. Предполагалось, что температура поверхности пузырька в режиме гидратообразования равна T_s , которая в свою очередь зависит от давления газа в пузырьке. Соответственно, плотность теплового потока от пузырька на каждом временном шаге считалась пропорциональной разности между текущим значением T_s и фиксированной температурой воды T_w :

$$q = k (T_s - T_w). \quad (3.8)$$

Коэффициент теплообмена k всплывающего пузырька с водой выражался через число Нуссельта:

$$k = Nu \cdot \lambda / 2r, \quad (3.9)$$

где λ – коэффициент теплопроводности воды. Само же значение критерия Нуссельта рассчитывалось по значению числа Рейнольдса, которое, в свою очередь, зависит от скорости пузырька и его радиуса.

При моделировании считалось, что газогидрат накапливается внутри пузырька в виде хлопьев, то есть не образует на его поверхности корку, лимитирующую потоки массы и энергии через стенку пузырька. Такой режим гидратообразования соответствует глубинам менее 1500 м. На больших глубинах в связи с большой плотностью сжатого в пузырьке газа образование газогидрата ведет не к уменьшению, а к увеличению размеров пузырька.

Расчеты, проведенные для разных значений температуры воды T и начальной глубины всплывающего пузырька, показали, что при условии даже небольшого превышения T_s над T_w (десятичные доли градуса) интенсивность гидратообразования значительно преобладает над обычным газообменом через стенку пузырька (рис. 3.3). Таким образом, основная часть метана, находившегося в пузырьке, расходуется на образование его газогидрата. Обращает на себя внимание тот факт, что интенсивность газообмена и гидратообразования слабо меняются с глубиной, что связано с небольшим изменением радиуса пузырька по мере накопления в нем гидрата метана.

Как показало моделирование, при разнице температур $T_s - T_w$ (так называемом переохлаждении) в несколько градусов и больше полная гидратизация пузырька наступает даже для крупных пузырьков (радиусом до 8 мм) уже на первых метрах подъема. Как видно из рис.3.2, это характерно для придонных вод большинства морей, включая арктические. Во всех случаях после этого происходит медленное всплывание (со скоростью порядка 1 см/с) газогидратной частицы вплоть до глубины, где достигается равенство $T_s = T_w$, после чего начинается об-

ратный процесс – разложение газогидрата с выделением метана. Его интенсивность также определяется теплообменом гидратной частицы с водой, поскольку теперь уже из окружающей среды поглощается теплота гидратообразования.

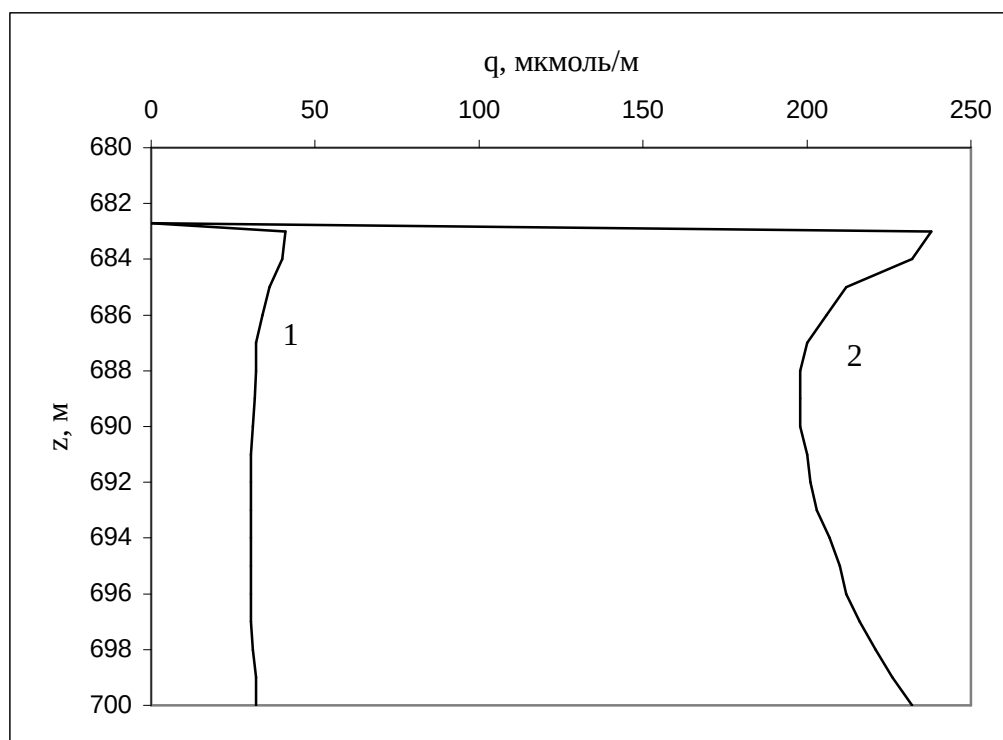


Рис. 3.3. Рассчитанное распределение по глубине интенсивности газообмена с водой (1) и гидратообразования (2) для пузырька радиусом 7 мм, всплывающего с глубины 700 м при температуре воды 9 °C

Следует отметить, что если температура воды у дна близка к температуре гидратообразования T_s , то даже при небольшом ее повышении проявление свободных газовых выходов существенно меняется в связи с прекращением гидратообразования. Такое повышение вполне может быть обусловлено выходом термальных вод или выделением тепла гидратообразования при интенсивных выходах газа. При этом вертикальные размеры газового факела меняются до сотен метров при неизменной интенсивности газовых выходов. Возможно также периодическое появление «факела» при постоянном поступлении газа через дно в связи прекращением и последующим возобновлением гидратообразования после незначительного охлаждения прилегающей к свободному газовому выходу водной массы.

3.3. Пузырьки с многокомпонентным газовым составом

В рамках имитационного подхода переход к моделированию многокомпонентных газовых выходов не представляет труда, чего нельзя сказать о традиционных подходах к этой проблеме, связанных с решением систем дифференциальных уравнений (метод характеристик и другие). В этом случае в качестве переменных, описывающих состояние пузырька, отдельно рассматривается содержа-

ние всех газов, находящихся в нем. Пусть таких газов будет k . Тогда относительное содержание i -го газа в газовой смеси внутри пузырька составит

$$X_i = m_i / \sum m_i, \quad (3.10)$$

где m_i – абсолютное содержание i -го газа в пузырьке. В связи с этим на каждом шаге по времени теперь рассчитывается не один, а k потоков газов по формуле, аналогичной (39):

$$I_i = 8(\pi/3)^{1/2} (D_i/2r)^{1/2} r^2 (C_{hi} - C_i) v^{1/2}. \quad (3.11)$$

Здесь D_i – коэффициент молекулярной диффузии i -го газа в воде, C_i – концентрация i -го газа в воде и C_{hi} – насыщающая концентрация этого газа, равновесная с его парциальным давлением в пузырьке, которая соответственно выражается через его растворимость в воде α_i по формуле, которая адекватна выражению (40) при $k = 1$:

$$C_{hi} = \alpha_i \cdot X_i (P_{\text{атм}} + \rho g z + 2\gamma/r). \quad (3.12)$$

В выражении (3.6) для вычисления Δr достаточно просто заменить m на $\sum m_i$. Наконец, в качестве начальных условий теперь необходимо задавать содержание в пузырьке всех k газов наряду с начальным радиусом и начальной глубиной. Заметим, что эти величины не могут быть произвольными, так как они связаны уравнением состояния (3.2), где под m теперь следует понимать $\sum m_i$. Сама вычислительная процедура также не требует особых изменений. Теперь для каждого газа рассчитывается Δm_i и вычисляется новое значение m_i , после чего проверяется выполнение k неравенств вида $m_i > 0$. Газы, для которых на очередном временном шаге это неравенство не выполняется, в дальнейшем исключаются из рассмотрения (считается, что они полностью растворились в воде и их в пузырьке больше нет). В остальном же алгоритм остается прежним.

В ходе численных экспериментов [25] начальная глубина всплывания пузырька варьировалась от 10 до 2500 м, начальный радиус – от 0,1 до 8 мм, варьировался и начальный состав газовой смеси. Концентрация растворенных в воде газов задавалась как правило равновесной с атмосферой. Как показали результаты расчетов, расстояние, которое успевает преодолеть пузырек до полного растворения, сильно зависит от начального состава газовой смеси. Например, если пузырек азота радиусом 0,3 мм, всплывая с глубины 10 м, успевает достичь поверхности воды (это соответствует прямому газообмену дно–атмосфера), то такой же пузырек, в котором помимо азота 40 % кислорода, растворяется, пройдя лишь 5,5 м. Зависимость «пробега» от начального радиуса при всплывании таких пузырьков с глубины 10...80 м видна из рис. 3.4. Смесь азота с кислородом соответствует кавитационным пузырькам, возникающим при дегазации воды.

Решалась также задача о влиянии свободных газовых выходов со следовым содержанием сероводорода на профиль сероводорода в Черном море. Моделирование показало, что присутствие сероводорода в газовой смеси с метаном на

уровне 1 % практически не влияет на «пробег» пузырька и выделение им метана, однако поток самого сероводорода из всплывающего пузырька описывается существенно иной функцией глубины (рис. 3.5). Это связано с высокой растворимостью сероводорода в воде, благодаря чему уже на первых десятках метров 90 % сероводорода выходит из пузырька. Концентрация растворенного метана и сероводорода задавались как функция глубины в соответствии с данными измерений.

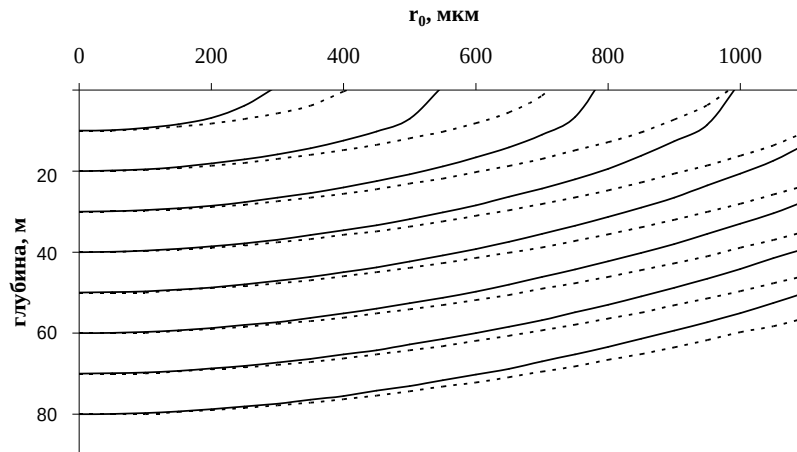


Рис. 3.4. Зависимость глубины растворения от начального радиуса: сплошные линии – в пузырьке только азот; пунктир – смесь 61 % азота и 39 % кислорода

По результатам этих численных экспериментов можно сделать вывод, что свободные газовые выходы приводят к хорошо выраженному максимуму концентрации сероводорода в придонном слое. Наблюдаемый в Черном море профиль сероводорода может формироваться под действием свободных газовых выходов с очень низким содержанием сероводорода, на уровне 0,001...0,01 %. При этом значении доли сероводорода в газовой смеси X_i примерно выполняется соотношение (3.12) на глубине 2000 м.

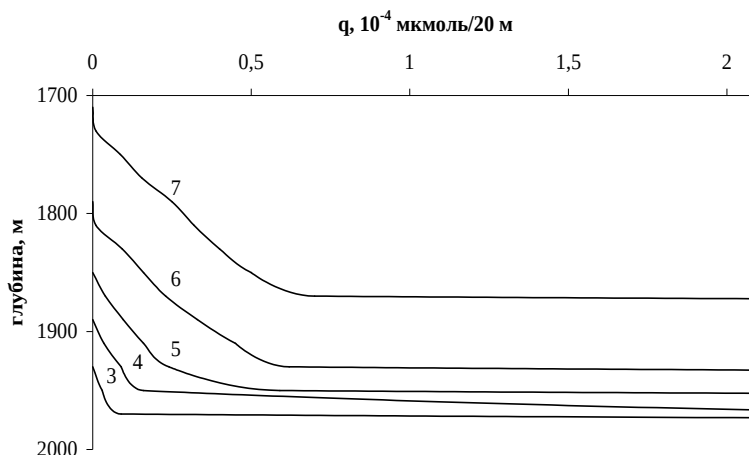


Рис. 3.5. Изменение с глубиной потока сероводорода из пузырька с начальным содержанием сероводорода 1 %. Цифры соответствуют значениям r_0 в мм

В общем случае при длительном воздействии такого рода свободных **газовых** выходов в воде устанавливается концентрация сероводорода, пропорцио-

нальная глубине и содержанию сероводорода в газовой смеси. Интервал глубин, на которых всплывающие пузырьки способны оказывать непосредственное влияние на концентрацию сероводорода, определяется растворимостью макрокомпоненты начальной газовой смеси. В случае метана – это 300 м, в случае водорода (у него растворимость в воде в 2,5 раза меньше) – 800 м.

3.4. Моделирование газообмена через пузырьки в штормовых условиях

Рассмотренная выше модель может использоваться и для описания динамики пузырьков, образующихся вблизи поверхности моря при обрушении ветровых волн [23]. Для этого необходимо дополнить модель таким образом, чтобы она включала механизм заноса теперь уже пузырьков воздуха в нижние слои моря. Экспериментальные исследования показывают, что в шторм пузырьки проникают на глубину 20 м и более, в результате чего, собственно, и создается эффект пузырькового облака. Можно предположить, что вклад этих пузырьков в газообмен моря с атмосферой гораздо больше, чем вклад самих белых барашков на поверхности моря. Ведь пузырьки на поверхности лопаются за 1...4 с, а под водой существуют десятки секунд, да и поток газа из них на глубине больше в связи с зависимостью $I(z)$. Физическим механизмом проникновения пузырьков вглубь является интенсивное вертикальное перемешивание, которое можно параметризовать через коэффициент вертикальной турбулентной диффузии. Поскольку оно представляет собой движение пузырька вместе с двигающейся случайным образом частицей воды, Торп [67] предложил моделировать его как скачок пузырька на определенное расстояние в случайном направлении. Ранее этот эффект можно было не учитывать, так как на глубине коэффициент вертикальной турбулентной диффузии мал и турбулентными смещениями пузырька можно пренебречь по сравнению с направленным перемещением пузырька под действием сил плавучести.

С точки зрения траекторного моделирования для адаптации рассмотренного выше алгоритма описания свободных газовых выходов к описанию динамики пузырьков воздуха в штормовых условиях достаточно изменить начальные условия и добавить еще один пункт собственно в процедуру моделирования – вычисление изменения координаты z за время Δt вследствие турбулентного “скачка”. Нетрудно показать, что при одномерном стохастическом движении среднеквадратичное смещение частицы за время Δt равно [45]

$$\Delta L = (2D\Delta t)^{1/2}, \quad (3.13)$$

где D – коэффициент диффузии. В нашем случае заменим D на коэффициент вертикальной турбулентной диффузии A_z и учтем трехмерность пространства умножением правой части на $2^{1/2}$. Тогда при скачке в направлении радиус-вектора с полярным углом θ в сферической системе координат соответствующее турбулентное смещение в декартовой по оси z составит [67]:

$$\Delta z_T = (4A_z\Delta t)^{1/2} \cos\theta. \quad (3.14)$$

Таким образом, результирующее смещение пузырька за время Δt равно:

$$\Delta z = \Delta z_T - v \Delta t . \quad (3.15)$$

В отличие от модели свободных газовых выходов, в данном случае возникает необходимость использования датчика случайных чисел – на каждом шаге по времени разыгрывается угол θ по изотропному распределению, как это делалось при моделировании распространения бета-излучения. Далее Δz вычисляется по формуле (3.16), в остальном же схема моделирования остается прежней. После такой сравнительно небольшой переделки модель оказывается способной адекватно описывать динамику отдельного пузырька в верхнем слое моря. Однако теперь в связи с появлением в модели стохастической составляющей необходимо уже проводить усреднение по ансамблю отдельных историй, как это обычно делается при обычном моделировании по методу Монте-Карло. Кроме того, специфика задачи требует в данном случае рассмотрения судеб пузырьков с разными начальными радиусами, что достигается опять же розыгрышем начального радиуса пузырька по заданному распределению радиусов («спектру начальных радиусов»).

Разработанная модель применялась для расчета установившегося распределения пузырьков по размерам, а также потоков азота и кислорода через них на разных глубинах. В связи с этим газовая смесь в пузырьках считалась двухкомпонентной и ее начальный состав соответствовал атмосферному воздуху. Собственно моделирование заключалось в последовательном прослеживании судеб отдельных пузырьков. В качестве начального условия задавалось $z = 0$, а начальный радиус задавался по равномерному распределению в диапазоне 10...140 мкм. Считалось, что вода насыщена воздухом при атмосферном давлении. Коэффициент турбулентной диффузии в разных сериях численных экспериментов варьировался в диапазоне от 10 до 200 см²/с, шаг по времени $\Delta t = 5$ с. Полученные результаты усреднялись по интервалу глубин 20 см, т.е. это разрешение по вертикали, а не шаг по оси z . Численный эксперимент показал, что при заданных параметрах пузырьки практически не проникают глубже 5 м. Как известно, в шторм пузырьки регистрируются на глубинах до 20 м, что свидетельствует о более высоких значениях A_z в штормовых условиях. Если пузырьки генерируются постоянно (на каждом временном шаге), то суммарный поток газов через пузырьки устанавливается уже через 1...2 минуты. При интенсивности генерации пузырьков 10⁴ с⁻¹ соответствующие потоки равны 0,084 мкмоль/с для азота и 0,026 мкмоль/с для кислорода. Нетрудно заметить, что эти потоки сравнимы с газообменом через свободную поверхность воды (он порядка 5 мкмоль/м²с для O₂) при интенсивности генерации пузырьков рассматриваемых размеров порядка 10⁶ м⁻²с⁻¹. Среднее время пребывания пузырька в воде составило 20 с. В ходе численных экспериментов выяснилось, что расширение начального распределения пузырьков в сторону больших радиусов довольно слабо сказывается на результатах моделирования, поскольку крупные пузырьки относительно быстро всплывают, не давая существенного вклада в газообмен. С этой целью рассчитывались потоки азота и кислорода как функции времени,

прошедшего с момента обрушения волны. Удвоение начального числа пузырьков за счет расширения спектра радиусов до 280 мкм приводило лишь к небольшому усилению потока азота. Рисунок 20 иллюстрирует рассчитанную зависимость установившегося распределения пузырьков по радиусам (в режиме непрерывной генерации) от коэффициента вертикальной турбулентной диффузии A_z . При варьировании A_z в пределах 10...200 $\text{см}^2/\text{с}$ максимум распределения не сдвигался, хотя сама концентрация пузырьков менялась существенно.

Описанная выше модель очевидно позволяет решать и другие задачи: от определения коэффициента вертикальной турбулентной диффузии [68] до исследования зависимости газообмена через пузырьки от начального распределения пузырьков по размерам и глубине в обрушившейся волне.

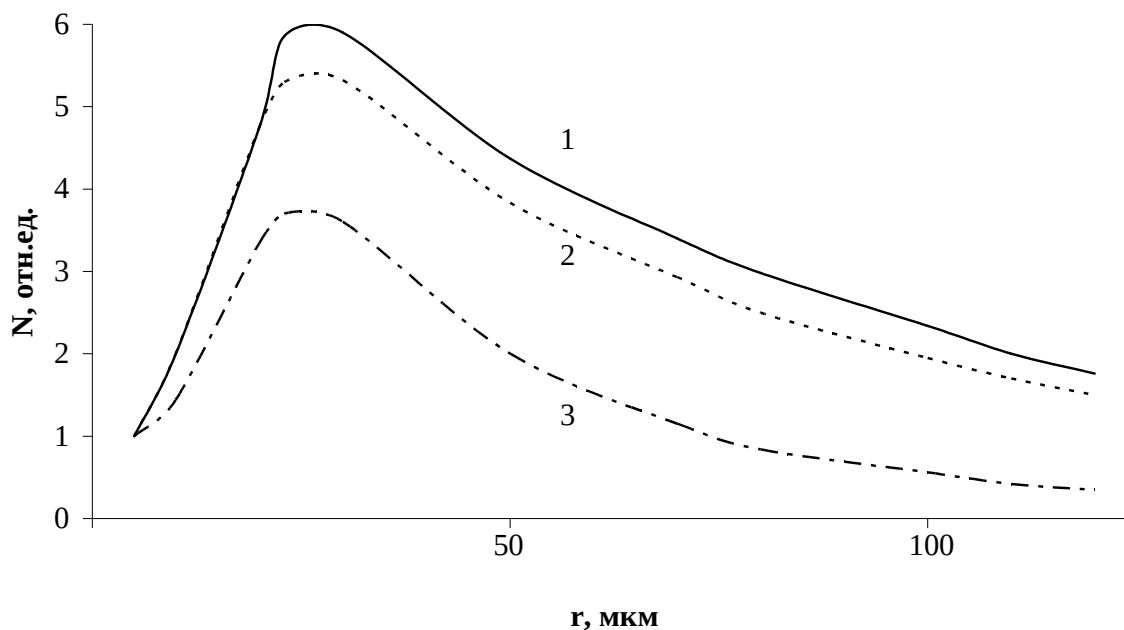


Рис. 3.6. Установившееся распределение пузырьков по размерам в режиме непрерывной генерации: 1 — $A_z = 200 \text{ см}^2/\text{с}$, 2 — $A_z = 100 \text{ см}^2/\text{с}$, 3 — $A_z = 10 \text{ см}^2/\text{с}$

Глава 4.

МОДЕЛИ ОБМЕНА РАСТВОРЕННЫМИ ГАЗАМИ В ОКЕАНЕ

Траекторный подход может применяться для гораздо более широкого класса задач энерго-массообмена, чем это кажется на первый взгляд. В предыдущей главе было показано, что отнюдь не обязательно с точки зрения траекторного моделирования, чтобы рассматривалась задача с дискретным временем, как это имеет место для обычной имитационной разновидности метода Монте-Карло. Сама идея пошагового прослеживания эволюции отдельной частицы оказывается продуктивной и тогда, когда шаги по времени – всего лишь аппроксимация непрерывного процесса взаимодействия частицы с окружающей средой, типичная для конечно-разностного метода. Но можно пойти и дальше, применяя траекторный подход к задачам, в которых нет реальных частиц. Как показано в этой главе, траекторный подход позволяет получать хорошие результаты и в тех случаях, когда прослеживаются судьбы воображаемых частиц, которые на самом деле являются частью непрерывной (сплошной) среды.

4.1. Моделирование роли вертикальной циркуляции в поглощении океаном углекислого газа

Рассмотрим эффект, связанный с изменением концентрации газа в атмосфере на временных масштабах, соответствующих характерному времени обновления глубинных вод океана [19]. Будем считать, что в доиндустриальный период различные процессы, приводящие к газообмену через поверхность океана, были сбалансированы и глобальный поток газа через поверхность океана равнялся нулю. Это приближение оправдано, так как поток углекислого газа в доиндустриальный период был на 2-3 порядка меньше современного. В этом нетрудно убедиться, сравнив интенсивность процессов осадкообразования и поступление в атмосферу CO_2 при извержении вулканов с современным антропогенным выбросом его в атмосферу. За индустриальный период концентрация различных газов, в том числе и парниковых, заметно возросла в атмосфере. Так, на 30 % повысилось содержание углекислого газа, удвоилась концентрация метана. И это не могло не отразиться на концентрациях растворенных газов в водах, поступающих в глубинные слои океана в процессе глобальной вертикальной циркуляции.

Схематично процесс вентиляции глубинных вод океана можно представить в виде совокупности круговоротов, осуществляющих перенос воды из поверхностного слоя в глубинные и обратно с различными периодами: от нескольких десятков до нескольких тысяч лет. Заглубление поверхностных вод происходит в результате их осенне-зимнего выхолаживания. В районах формирования глубинных вод в Северной Атлантике и Антарктике берут начало наиболее долгопериодные «круговороты», в умеренных широтах развивается вентиляция главного термоклина. По-видимому, эти процессы с меньшим периодом циркуляции характеризуются большими расходами воды, т.е. спектр

вертикальной циркуляции неравномерный. Глобальная вертикальная циркуляция сейчас активно изучается в связи с той ролью, которую она играет в долговременных климатических изменениях. Ведь подводный «конвейер» может переносить не только растворенные газы, но и тепло. Он служит как бы линией задержки, периодически повторяющей природные аномалии климата. Широкую известность, например, получили работы по «конвейеру Белта». Инструментальные измерения в Фареро-Гренландском районе показали, что расход у истоков этого «конвейера» составляет $10,7 \text{ млн. м}^3/\text{с}$ [60]. Однако до выявления количественных характеристик вертикальной циркуляции по всему спектру периодов пока далеко.

Обозначим расход (интенсивность вертикальной циркуляции) F , а ее период – T . Находящиеся у поверхности водные массы насыщаются атмосферными газами до состояния, близкого к равновесному. Это означает, что по мере увеличения концентрации газа в атмосфере увеличивается и концентрация растворенного газа в воде. Например, если в настоящее время в глубинные воды поступают водные массы с содержанием растворенного углерода, равновесным с современной атмосферой, то еще несколько десятков лет назад погружались воды, менее насыщенные углекислотой. Теперь представим «конвейер» в действии, т.е. проследим за движением воображаемых частиц воды в процессе вертикальной циркуляции. В доиндустриальный период концентрация растворенного углерода в поверхностных водах оставалась неизменной на протяжении тысячелетий. При этом и концентрация растворенного углерода в погружающихся водах оставалась постоянной. Лента «конвейера» замкнута, она делает оборот за период T . Конечно, за время оборота на ленту дополнительно поступает углерод, что соответствует растворению погружающихся органических останков. Однако в доиндустриальный период эта добавка компенсировалась в результате обратного потока углерода (вертикальная турбулентная диффузия, апвеллинг). Концентрация углерода в основной массе глубинных вод практически не изменилась до настоящего времени, поэтому интенсивность процессов переноса углерода осталась на прежнем уровне. Как, впрочем, и направленный вниз поток органического углерода, так как поступление питательных веществ в океан осталось прежним. Таким образом, можно абстрагироваться от промежуточных процессов обмена углеродом и учитывать только его перенос в системе вертикальной циркуляции океана.

Если на ленту конвейера в районах формирования глубинных вод все время поступал углерод с равномерной плотностью (постоянной концентрацией), то его результирующий поток вглубь океана равнялся нулю – лента конвейера приносила столько же углерода, сколько уносила. Однако со второй половины XIX века на ленту стало поступать все больше углерода в связи с ростом концентрации CO_2 в атмосфере. Теперь уже лента уносит вниз больше, чем приносит наверх. Количественно результирующий поток нетрудно выразить через разность концентраций растворенного углерода в верхнем квазиоднородном слое (ВКС) океана $C_{\text{ВКС}}$ в моменты времени t и $t - T$:

$$Q = F \cdot [C_{\text{ВКС}}(t) - C_{\text{ВКС}}(t - T)] \quad . \quad (4.1)$$

Нетривиальность полученного выражения состоит в том, что в него не входит антропогенный выброс CO_2 в атмосферу. В частности, сток углерода в океан будет продолжаться, даже если этот выброс вообще прекратится. Анализ движения частиц воды с растворенным углеродом на разных концах конвейера вертикальной циркуляции приводит к выводу, что сток углекислого газа в глубинные воды определяется периодом циркуляции и предысторией изменения концентрации растворенного углерода в поверхностных водах океана. Последняя, в свою очередь, определяется ходом изменения концентрации CO_2 в атмосфере, который хорошо известен по данным измерений.

С учетом всего спектра вертикальной циркуляции, сток CO_2 в глубинные воды океана равен сумме выражений вида (4.1) для различных мод вертикальной циркуляции

$$Q = \sum F_i [C_{\text{вкс}}(t) - C_{\text{вкс}}(t - T_i)] . \quad (4.2)$$

Здесь F_i и T_i – интенсивность и период i -й моды. Если ограничиться рассмотрением долгопериодных мод, для которых $T_i > 150$ лет, то получим

$$Q = \Delta C_{\text{вкс}} \sum F_i , \quad (4.3)$$

где $\Delta C_{\text{вкс}}$ – изменение концентрации растворенного углерода в поверхностных водах океана с доиндустриального периода. Суммарную интенсивность вертикальной циркуляции можно оценить, разделив объем глубинных вод Мирового океана на некоторое среднее время их обновления. Из результатов трассерных измерений известно, что это время составляет около 500 лет. С учетом этого оценка показывает, что в настоящее время сток CO_2 в океан порядка 10^9 т углерода в год, а это сравнимо с антропогенным выбросом CO_2 в атмосферу ($7 \cdot 10^9$ т углерода в год). Таким образом, рассматриваемый эффект достаточно сильный и заслуживает дальнейшего изучения. Заметим, что по мере увеличения концентрации CO_2 в атмосфере сток углекислоты в глубинные воды будет возрастать. Уже при удвоении концентрации CO_2 он увеличится почти в 4 раза за счет возрастания $\Delta C_{\text{вкс}}$.

Оценка показывает, что для других парниковых газов (метан, фреоны) эффект стока в глубинные воды пренебрежимо мал по сравнению с их поступлением в атмосферу. В отличие от этих газов CO_2 вступает в химическую реакцию с морской водой, образуя ее карбонатную систему. Это обуславливает исключительно высокую растворимость углерода в океане. Концентрация растворенного углерода в морской воде больше, чем, например, растворенного кислорода, хотя содержание последнего в атмосфере на три порядка больше. Поток же растворенного газа в глубинные воды пропорционален этой концентрации, точнее разности концентраций. Выразив $\Delta C_{\text{вкс}}$ через растворимость газа в воде α и изменение его парциального давления в атмосфере $\Delta P_{\text{атм}}$, получим для обычных газов:

$$Q = \alpha \Delta P_{\text{атм}} \sum F_i . \quad (4.4)$$

Однако для CO_2 аналогичная связь этого потока с изменением парциального давления CO_2 в атмосфере описывается более сложным выражением, учитывающим буферирующие свойства морской воды. Если для обычного газа $\Delta C_{\text{ВКС}}/C_{\text{ВКС}} = \Delta P_{\text{атм}}/P_{\text{атм}}$, то для суммарной концентрации растворенного в морской воде углерода (с учетом бикарбонат и карбонат ионов) левая часть на порядок меньше правой.

Сравнительно просто можно учесть вертикальную циркуляцию и с меньшими периодами, если считать интенсивности всех мод равными. Из (4.3) тогда получим

$$Q = [C_{\text{ВКС}}(t) - \langle C_{\text{ВКС}} \rangle] \sum F_i , \quad (4.5)$$

где $\langle C_{\text{ВКС}} \rangle$ – среднее значение величины $C_{\text{ВКС}}(t - T_i)$ при различных T_i в диапазоне от 0 до некоторого $T_{\text{макс}}$. В общем же случае под $\langle C_{\text{ВКС}} \rangle$ надо понимать усреднение по T_i с учетом статистических весов, пропорциональных F_i . Физически выражению (4.5) соответствует вертикальная циркуляция, при которой сразу после заглубления воды «струи» постепенно диффундируют вверх. Можно показать, что зависимость от $T_{\text{макс}}$ в этом случае слаба при $T_{\text{макс}}$ больше продолжительности индустриального периода $T_{\text{инд}} = 150$ лет. Заметим, что в отличие от (4.3) в (4.5) входит суммарная интенсивность циркуляции с учетом короткопериодных мод, поэтому оценка стока CO_2 в океан будет больше по величине. Как будет показано ниже, суммарный расход $\sum F_i$ составляет около $100 \text{ млн м}^3/\text{с}$.

Чтобы получить полный сток углекислого газа в океан, необходимо наряду с рассмотренным стоком в глубинные воды учитывать и увеличение концентрации растворенного углерода в ВКС океана. Итак, будем считать, что океан близок к состоянию динамического равновесия по обмену углекислым газом с атмосферой, т.е. поверхностные воды океана постоянно насыщены углекислотой до равновесного с атмосферой значения. При этом выброс антропогенного CO_2 в атмосферу $Q_{\text{ан}}$ распределяется между атмосферой и океаном как

$$Q_{\text{ан}} = Q_{\text{атм}} + Q . \quad (4.6)$$

Здесь $Q_{\text{атм}}$ – остающаяся в атмосфере часть антропогенного выброса, а Q – поток в океан. Последний складывается из стока CO_2 в ВКС ($Q_{\text{ВКС}}$) и рассмотренного выше потока в глубинные воды ($Q_{\text{гл}}$):

$$Q = Q_{\text{ВКС}} + Q_{\text{гл}} . \quad (4.7)$$

При этом величины $Q_{\text{атм}}$ и $Q_{\text{ВКС}}$ связаны условием динамического равновесия, включающим фактор Ревелла R и объем ВКС океана V

$$Q_{\text{ВКС}}/V \cdot C_{\text{ВКС}} = Q_{\text{атм}}/R \cdot C_{\text{атм}} , \quad (4.8)$$

где $C_{\text{атм}}$ – общее содержание CO_2 в атмосфере.

Для замыкания системы уравнений (4.6) – (4.8) не хватает соотношения между $Q_{\text{гл}}$ и $Q_{\text{вкс}}$, которое обычно получают, параметризуя интенсивность перемешивания между ВКС и глубинными водами. Однако такой подход не дает возможности проследить за изменением стока CO_2 в океан при увеличении концентрации CO_2 в атмосфере. Поэтому воспользуемся траекторно-имитационным подходом, связанным в данном случае с прослеживанием за концентрацией растворенного углерода на разных участках траектории – ячейки вертикальной циркуляции. В соответствии с (4.5) этот поток равен

$$Q_{\text{гл}} = F(C_{\text{вкс}} - \langle C_{\text{вкс}} \rangle), \quad (4.9)$$

где F – суммарная интенсивность вертикальной циркуляции. Среднее значение $\langle C_{\text{вкс}} \rangle$ за период обновления глубинных вод океана можно вычислить уже в процессе имитационного моделирования, рассчитав текущие значения $C_{\text{вкс}}(t)$ и взяв интеграл от этой функции в пределах от $t - T_{\text{макс}}$ до t . Таким образом, задав в качестве начальных доиндустриальные значения $C_{\text{атм}}$, $C_{\text{вкс}}$ и $\langle C_{\text{вкс}} \rangle$ можно воспроизвести хронологию их изменения. Как и в модели со всплыванием пузырька, перейдем к дискретному времени, введя шаг по времени Δt .

Предварительный расчет проводился с целью уточнения параметра модели F , описывающего вертикальную циркуляцию океана. Объем ВКС задавался равным $3,6 \cdot 10^{16} \text{ м}^3$; функция $Q_{\text{ан}}(t)$, описывающая глобальный выброс CO_2 в атмосферу с 1870 г., бралась из работы [56]. Доиндустриальные значения $C_{\text{вкс}}$ и $\langle C_{\text{вкс}} \rangle$ задавались равными уменьшенному на 2,5 % современному значению $C_{\text{вкс}}$. Шаг по времени равнялся 10 годам, чтобы разрешить изменение $Q_{\text{ан}}$ со временем.

Проводилась серия численных экспериментов при значениях F от 0,6 до 12 млн $\text{км}^3/\text{год}$. В частности, при $F = 5 \cdot 10^6 \text{ км}^3/\text{г}$ сравнение рассчитанного стока CO_2 в океан с $Q_{\text{ан}}(t)$ показывает, что по мере роста антропогенного выброса этот сток постепенно увеличивался. Однако основной причиной усиления потока углекислого газа в океан был не рост антропогенного выброса, а возрастание $C_{\text{вкс}}$. Это хорошо видно из сопоставления рассчитанных значений $Q_{\text{гл}}$ и $Q_{\text{вкс}}$ в процессе моделирования: хотя сток в ВКС пропорционален антропогенному выбросу, однако $Q_{\text{гл}}$ все время на порядок превышает $Q_{\text{вкс}}$.

К сожалению, данные измерений не позволяют оценить результирующий поток CO_2 между океаном и атмосферой в связи с большими приходно-расходными его частями и низкой точностью измерения скорости газообмена. В самом деле, океан поглощает около $93 \cdot 10^9 \text{ т}$ углерода в год и выделяет $90 \cdot 10^9 \text{ т}$ углерода в год, т.е. результирующий поток составляет лишь 3 % поддающихся измерению приходно-расходных частей. Поэтому для оценки F воспользуемся относительным параметром – долей антропогенного CO_2 , поглощенной океаном. По разным оценкам за период 1860 - 1980 гг. океан поглотил от 30 до 60 % поступившего в атмосферу CO_2 , причем для периода 1958...1982 гг. диапазон неопределенности сужается до 40...50 %. Нами была получена зависимость этого параметра от F с помощью траекторной модели. Выяснилось, что поглощению океаном 40 % антропогенного выброса соответствует интенсивность

вертикальной циркуляции (скорость субдукции) $5 \cdot 10^6$ км³/год. Эта величина и использовалась в дальнейшем для прогноза стока углекислого газа в океан.

Максимальный период обновления глубинных вод задавался равным 500 лет. Увеличение $T_{\text{макс}}$ до нескольких тысяч лет слабо отражается на результатах моделирования. Рассматривался сток CO_2 в океан за период 1990 - 2200 гг. Начальные значения $C_{\text{атм}} = 740 \cdot 10^9$ т углерода, $C_{\text{вкс}} = 2,08$ ммоль/л, $\langle C_{\text{вкс}} \rangle = 2,05$ ммоль/л были получены в результате расчета с 1870 по 1990 гг., они хорошо согласуются с данными измерений концентрации CO_2 в атмосфере. В связи с неопределенностью сценариев сжигания ископаемого топлива задавался постоянный антропогенный выброс CO_2 в атмосферу, который варьировался в разных численных экспериментах. Проводилась серия расчетов для значений $Q_{\text{ан}}$ от 3 до 12 млрд т углерода в год, результаты которых показаны на рис. 4.1. Хорошо видно, что несмотря на постоянство антропогенного выброса сток CO_2 в океан заметно меняется в ближайшее столетие. При стабилизации антропогенного поступления углерода в атмосферу на современном уровне ($7 \cdot 10^9$ т углерода в год) сток в океан усилится со временем на 50 %, а при вдвое большем выбросе за столетие увеличится в 2,5 раза. То есть это мощная отрицательная обратная связь. По состоянию на 2011 г. сток CO_2 в океан составляет около 50 % его антропогенного выброса, что неплохо согласуется с рис. 4.1.

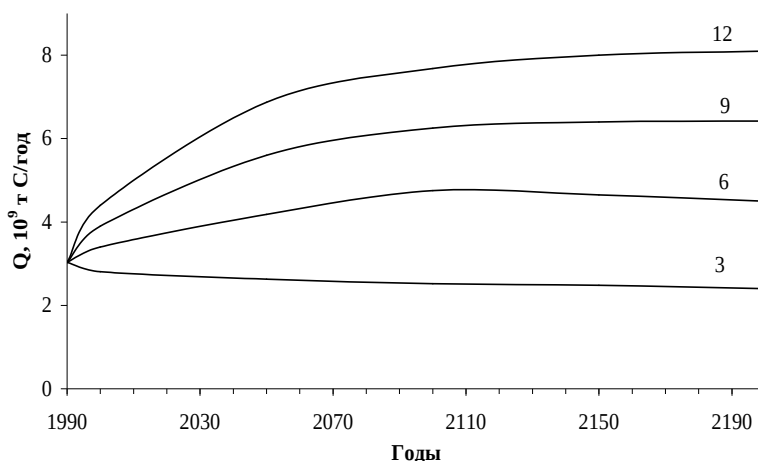


Рис. 4.1. Прогноз стока CO_2 в океан при стабилизированном выбросе в атмосферу (цифры указывают $Q_{\text{ан}}$ в млрд т углерода в год)

Как показало моделирование, доля антропогенного CO_2 которую поглотит океан за ближайшие 200 лет, существенно зависит от величины $Q_{\text{ан}}$. Она максимальна при небольших выбросах. При возрастании интенсивности выброса от 3 до 12 млрд. т углерода в год происходит снижение эффективности поглощения CO_2 океаном от 89 до 58 %. Чтобы понять, насколько велика эта разница, нужно перейти к доле антропогенного CO_2 , остающегося в атмосфере. Получается, что в зависимости от стратегии сжигания ископаемого топлива в атмосфере останется от 11 до 41 % антропогенного углекислого газа, т.е. парниковый эффект при сжигании тех же запасов топлива будет отличаться в несколько раз! Это означает, что существует реальная возможность уменьшить масштабы глобального потепления по крайней мере в 2 раза, растянув период

сжигания запасов топлива. Кроме того, обнаруженная закономерность усиления стока CO_2 в океан приводит к серьезной корректировке сроков начала потепления, так как обычно при составлении такого рода прогнозов предполагалось, что океан будет постоянно поглощать примерно 50 % антропогенного выброса. Речь идет о пересмотре временного интервала, остающегося до удвоения концентрации CO_2 в атмосфере в сторону увеличения на величину порядка 100 лет.

Предложенная модель позволила обнаружить сильную зависимость потока CO_2 между океаном и атмосферой от содержания этого газа в атмосфере, обусловленную долгопериодной вертикальной циркуляцией океана. До недавнего времени выявленная закономерность усиления стока CO_2 в океан маскировалась увеличением антропогенного выброса в атмосферу. Однако после стабилизации выброса увеличение стока CO_2 в океан продолжится. Боксовый подход к моделированию углеродного цикла в океане принципиально не может описать эффект «конвейерной ленты», так как он обусловлен зависимостью стока CO_2 в океан от предыстории. Однако и трехмерные модели не способны дать прогноз стока CO_2 в океан, так как эта величина составляет лишь несколько процентов от приходной и расходной частей потока и перекрывается погрешностью расчета. В то же время траекторная модель хорошо описывает влияние вертикальной циркуляции на сток CO_2 в океан. Полученные результаты существенно меняют представления о климатических последствиях современных темпов сжигания топлива.

4.2. Оценка вклада таяния льдов в сток углекислого газа

В модели, описывающей сток углекислого газа в глубинные воды, рассматривалось движение воображаемых частиц воды по более или менее реальным траекториям, соответствующим вертикальной циркуляции. В этом смысле была все-таки некоторая аналогия с задачами, рассмотренными в первой главе. Иногда, однако, нет даже и траектории и, тем не менее, отслеживание эволюции частицы во времени позволяет получить интересные результаты.

Для прогнозирования климата в ближайшие десятилетия необходимо учитывать взаимодействие океана и атмосферы, обуславливающее существование разнообразных положительных и отрицательных обратных связей в климатической системе. Непонимание механизмов такого взаимодействия не позволяет объяснить резкие изменения климата в плейстоцене и оценить последствия накопления антропогенного CO_2 в атмосфере. Проанализируем связь между уровнем океана и концентрацией CO_2 в атмосфере. Достоверно известно, что при переходе от ледникового периода к межледниковью уровень воды в океанах повышался на десятки метров вследствие таяние льдов, максимальные трансгрессии достигали 100 м. Представляет интерес оценить связанный с этим поток CO_2 между карбонатной системой океана и концентрацией углекислого газа в атмосфере [10].

Повышение уровня океана происходило, в основном, вследствие увеличения количества воды в жидкой фазе. Образующаяся при таянии вода была пресной и при смешивании с океанической водой получалась вода пониженной солености.

Пониженным было и содержание в ней суммарного растворенного неорганического углерода ΣC , которое определяется концентрацией карбонат- и бикарбонат-ионов. Эта нехватка углерода и компенсировалась поглощением CO_2 из атмосферы для достижения нового равновесного состояния карбонатной системы. Таким образом, трансгрессия океана будет сопровождаться понижением концентрации CO_2 в атмосфере, а значит и ослаблением парникового эффекта. Получается своего рода отрицательная обратная связь между климатическими факторами, препятствующая дальнейшему росту температуры воздуха и таянию ледников. Количественную оценку изменения концентрации CO_2 в атмосфере вследствие трансгрессий и регрессий океана получим в предположении о динамическом равновесии между карбонатной системой поверхностных вод океана и содержанием CO_2 в атмосфере. Это предположение хорошо согласуется с данными измерений и означает близость значения ΣC в поверхностных водах к равновесному с атмосферой значению $2,0 \text{ моль/м}^3$.

Проследим за процессом насыщения талых вод углекислотой. В первом приближении количество углекислого газа, которое океан поглощает из атмосферы при подъеме уровня воды на H , равно содержанию суммарного растворенного неорганического углерода в поверхностных водах океана объемом $H \cdot S$, где S – площадь поверхности Мирового океана. При этом относительное изменение концентрации CO_2 в атмосфере составит

$$\delta C = H \cdot S \cdot \Sigma C / C_{\text{атм}} , \quad (4.10)$$

где $C_{\text{атм}} = 0,6 \cdot 10^{17} \text{ моль}$ – общее количество CO_2 в атмосфере. С учетом $H = 100 \text{ м}$ и $S = 360 \text{ млн км}^2$ получим $\delta C = 1,2$, т.е. в случае такой трансгрессии океан поглотит практически весь углекислый газ из атмосферы. Эта оценка показывает, насколько велико влияние значительных изменений уровня океана на содержание CO_2 в атмосфере. Для небольших трансгрессий, связанных с глобальным потеплением ($H = 1 \dots 2 \text{ м}$), формула дает $\delta C = 1 \dots 2 \%$, что вполне правдоподобно.

В следующем приближении учтем взаимосвязь изменений ΣC в поверхностном слое океана и концентрации CO_2 в атмосфере. По существу при этом рассматривается боксовая модель подвижного фонда неорганического углерода, состоящая из атмосферы и ВКС океана. При растворении атмосферного CO_2 в талых водах быстро устанавливается равновесная концентрация компонентов карбонатной системы [12], которая характеризуется известной зависимостью парциального давления углекислого газа в воде p от ΣC (рис. 4.2). С другой стороны, условием равновесия между карбонатной системой ВКС океана и атмосферой является равенство p парциальному давлению углекислого газа в атмосфере.

В отличие от океана, в атмосфере парциальное давление CO_2 пропорционально его содержанию в атмосфере $C_{\text{атм}}$. Это позволяет получить соотношение

$$p = p^0 \cdot C_{\text{атм}} / C_{\text{атм}}^0 , \quad (4.11)$$

где p^0 и $C_{\text{атм}}^0$ – давление и содержание CO_2 в атмосфере до трансгрессии. Для трансгрессии, при которой H равно толщине ВКС океана $H_{\text{ВКС}}$, можно записать следующее условие баланса углерода в боксах модели:

$$H \cdot S \cdot \Sigma C + C_{\text{атм}} = C_{\text{атм}}^0. \quad (4.12)$$

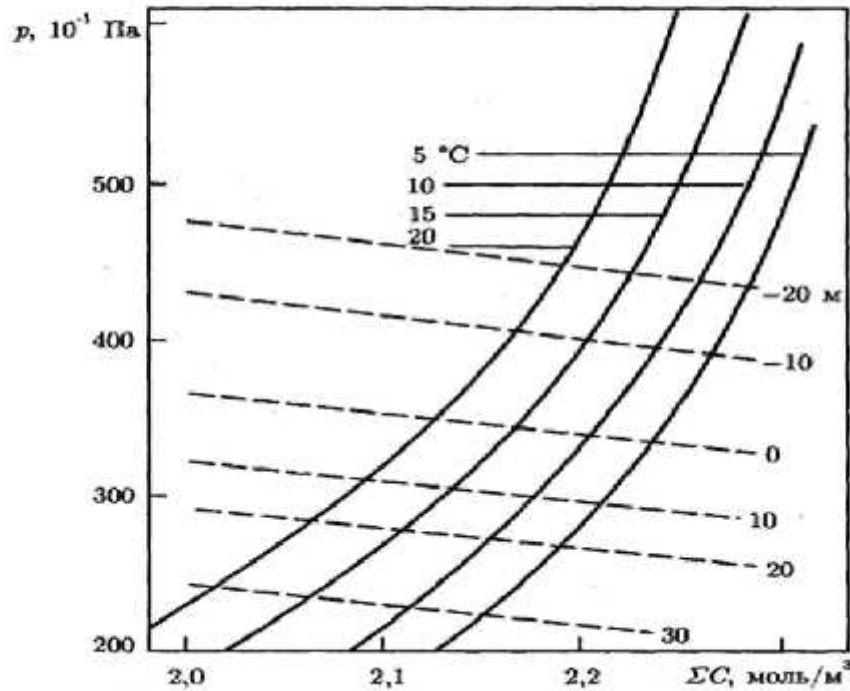


Рис. 4.2. Зависимость парциального давления CO_2 от концентрации суммарного растворенного углерода при разных температурах воды (штриховые линии соответствуют зависимости $p(\Sigma C)$ для разных уровней трансгрессии)

В общем же случае в правой части появляется слагаемое, пропорциональное начальной концентрации растворенного в водах ВКС углерода ΣC^0 :

$$H S \Sigma C + C_{\text{атм}} = C_{\text{атм}}^0 + (H_{\text{ВКС}} - H) S \Sigma C^0. \quad (4.13)$$

С учетом (4.11) это дает линейную зависимость p от ΣC вида:

$$p = p^0 + (H_{\text{ВКС}} - H) S p^0 \Sigma C^0 / C_{\text{атм}}^0 - H S p^0 \Sigma C / C_{\text{атм}}^0. \quad (4.14)$$

Графики этой зависимости $p(\Sigma C)$ также изображены на рис. 4.2 штриховыми линиями для $p^0 = 35$ Па и разных значений H . При этом $H_{\text{ВКС}}$ бралось равной 50 м. Точки пересечения со сплошной линией соответствуют установившимся значениям ΣC и p в ВКС океана. Так при $H = 10$ м получим $p = 32$ Па, что соответствует уменьшению p^0 и $C_{\text{атм}}^0$ на $\delta C = 10\%$. Это существенная обратная связь.

4.3. Моделирование аномалий насыщения поверхностных вод океана атмосферными газами

Рассмотренные выше задачи как правило сводились к одномерным или даже нульмерным задачам. И это характерно для траекторного моделирования, связанного с описанием изменений, происходящих вдоль некоторой траектории. Тем не менее траекторный подход может быть обобщен и на те случаи, когда в принципе необходимо учитывать двумерность или трехмерность пространства. Это может быть связано, например, с моделированием взаимодействия процессов вертикального обмена и горизонтального перемешивания.

Прослеживание эволюции водной массы (жидкой частицы), взаимодействующей с атмосферой и участвующей в адвективном переносе поверхностными течениями океана позволяет понять механизм существования устойчивых крупномасштабных зон, в которых поверхностные воды океана существенно недонасыщены или пересыщены атмосферными газами [30]. Как и в атмосфере, в океане среди растворенных газов преобладает азот. Если в случае кислорода или углекислого газа эти аномалии могут быть вызваны биохимическими процессами, происходящими в океане, то для таких газов, как азот, соответствующий эффект гораздо меньше. Он может быть связан с деятельностью азотфиксирующих бактерий, и по оценкам не должен превышать 1 % [62]. Т.е. по сравнению с кислородом и углекислым газом азот химически и биологически пассивен. В то же время хорошо известно, что в поверхностных водах Атлантического океана отклонения концентрации азота от насыщающей достигают в положительных аномалиях 8 %, в отрицательных составляют 5 %. При этом среднеквадратичный разброс отклонений от насыщения равен для азота 3 %. В глубинных водах содержание азота соответствует его растворимости при атмосферном давлении с точностью 5 %. Обычно положительные аномалии азота связывают с растворением пузырьков воздуха под действием гидростатического давления, а отрицательные – с пониженным атмосферным давлением [62].

Для аргона отклонения от насыщения отмечались до 4 %, у неона несколько больше, у гелия – 7 %. В настоящее время данных по содержанию азота и благородных газов в поверхностных водах океана явно недостаточно для картирования их распределений, тем не менее, несомненным является факт существования устойчивых крупномасштабных зон аномального насыщения вод океана атмосферными газами. Причем, эти аномалии насыщения слишком велики, чтобы их можно было объяснить вариациями атмосферного давления. Не удастся связать их расположение с выходом глубинных вод, так как они находятся вне зон апвеллинга. Покажем, что такие аномалии возникают и поддерживаются при взаимодействии пространственно-неоднородных процессов газообмена океана с атмосферой и адвективного переноса водных масс в ВКС океана. При этом интегральный поток газа между океаном и атмосферой может вообще отсутствовать, т.е. полная инвазия равняться эвазии, что соответствует отсутствию глобального стока газа в океан или отсутствию источника этого газа в океане.

Растворимость газов в воде довольно сильно зависит от температуры. Абсолютная концентрация газов при нормальной насыщенности уменьшается почти вдвое при увеличении температуры воды от 0 до 30 °С, составляя в среднем около 1 ммоль/л (суммарная концентрация). Это характерно и для большинства растворенных в воде газов. Поэтому при изменении температуры воды прежнее содержание газов становится неравновесным, что приводит к интенсивному газообмену с атмосферой, при котором достигается новое равновесное состояние. В верхнем слое океана температура водной массы может меняться как при адвекции ее в зону с другим тепловым балансом, так и при смене сезона в данном месте. Можно предположить, что если газообмен не будет успевать приводить содержание растворенного газа в ВКС в новое равновесное состояние, то образуется устойчивая аномалия насыщения. Эта гипотеза подтверждается, в частности, большой разницей в значениях коэффициентов температуропроводности и молекулярной диффузии в воде. Задав боковую адвекцию полем поверхностных течений и рассчитывая газообмен с атмосферой с учетом пространственной и сезонной изменчивости, можно описать эти процессы количественно. При этом мы одновременно отслеживаем эволюцию большого количества жидких частиц, как это принято в методе крупных частиц [7].

Рассмотрим водную массу, нормально насыщенную атмосферными газами при фиксированной температуре. Она находится в равновесии с атмосферой, но при ее перемещении в ходе горизонтальной циркуляции в зону с другим тепловым балансом температура воды изменится, а с ней и растворимость газов в воде. Если обмен с атмосферой не будет успевать приводить содержание газов в ВКС в новое равновесное состояние, образуется устойчивая аномалия насыщения. Аналогичный эффект качественно рассматривался и ранее на примере изменчивости поля CO_2 в поверхностных водах Тропической Атлантики. Для количественного описания данного явления удобно использовать двумерную траекторную модель.

В основе модели лежит численное решение уравнений, описывающих адвекцию растворенного в воде газа поверхностными течениями океана и газообмен с атмосферой. Принципиальным моментом является учет пространственной и сезонной изменчивости газообмена океана с атмосферой. Вертикальным переносом будем пренебрегать, не рассматривая обмен газом между ВКС и нижележащими слоями океана. Концентрацию растворенного газа в ВКС будем считать неизменной по глубине. Таким образом, она является функцией двух пространственных переменных в сферической системе координат и времени: $C(\theta, \lambda, t)$.

Перенос растворенного в воде газа течениями и горизонтальной турбулентной диффузией описывается в рассматриваемом приближении уравнением:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = A_L \left[\frac{1}{R^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\sin \varphi \frac{\partial C}{\partial \varphi}) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 C}{\partial \lambda^2} \right] - \frac{u}{R \sin \varphi} \frac{\partial C}{\partial \lambda} - \frac{v}{R} \frac{\partial C}{\partial \varphi} \quad (4.15)$$

Здесь R - радиус Земли, θ – дополнение широты места, λ – долгота и A_L – коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии; u и v – соответственно зональная и меридиональная составляющие скорости, осредненные по глубине ВКС. На твердых границах зададим условия непротекания

$$\partial C / \partial \mathbf{n} = 0 \quad , \quad (4.16)$$

где $\mathbf{n}$ – нормаль к берегу. При необходимости использования жидких границ на них лучше задавать граничные условия радиационного типа, их вид мы приведем ниже при описании численной реализации модели. Заметим лишь, что смысл этих условий, называемых также граничными условиями типа Орланского, заключается в учете выноса примеси через жидкую границу. Если течение направлено внутрь рассматриваемой области, эти граничные условия сводятся к заданию постоянной концентрации газов на границах.

Поскольку рассматривалась однослойная модель, газообмен с атмосферой имитировался путем задания потока газа Q , т.е. правая часть уравнения переноса (4.15) дополнялось членом, учитывающим распределенный по акватории источник растворенного газа

$$\partial C / \partial t = Q / H_{\text{ВКС}} \quad . \quad (4.17)$$

что аналогично заданию граничного условия на верхней границе в обычной многослойной модели. Сам поток рассчитывается по текущему значению концентрации растворенного газа в соответствии с выражением

$$Q = V_L (C_{\text{равн}} - C) \quad , \quad (4.18)$$

где V_L – скорость газообмена [12]. В свою очередь $C_{\text{равн}}$ – выражается как произведение коэффициента растворимости газа в воде $\alpha(T, S)$ на его парциальное давление в атмосфере. В данном случае просто численно решалось дифференциальное уравнение в эйлеровых координатах. Переход к лагранжевым координатам, обычно применяемый при траекторном моделировании, здесь нецелесообразен.

Численные эксперименты показывают, что начальное распределение концентрации растворенного газа слабо влияет на результаты моделирования, поэтому можно задавать однородное распределение $C(\theta, \lambda)$. Параметры модели α , $H_{\text{ВКС}}$, V_L – тоже, вообще говоря, функции координат и времени, как и компоненты скорости течения u и v . Однако они не рассчитываются в модели, а задаются как внешние параметры. Коэффициенты растворимости газа определяются температурой и соленостью воды, распределение которых хорошо известно. Скорость газообмена рассчитывается по полю скорости ветра и температуры воды по известным формулам параметризации. Аналогичная процедура может применяться и при задании поля $H_{\text{ВКС}}$. В уравнение (4.15) входит также двумерное поле скоростей в ВКС. Как правило, распределение поверхностных течений и их сезонная изменчивость хорошо изучены, и с заданием этого поля скоростей про-

блем не возникает. Существующие модели термогидродинамики океана позволяют рассчитывать и поле течений, и распределение температуры на поверхности Мирового океана.

Для проверки адекватности описанной модели задавалась 10-градусная разностная сетка на всей акватории Атлантического океана от 60° ю.ш. до 70° с.ш. Для простоты будем считать $H_{\text{вкс}}$ постоянной и равной 50 м. Поле течений бралось из атласа [5] и задавалось в узлах разностной сетки. Заметим, что в этом случае восстановленное в цифровом виде распределение скоростей будет дивергентным. Для устранения дивергентности проводилась коррекция зональной составляющей поля течений, исходя из условия бездивергентности:

$$\frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{\sin q \Delta l} + \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{\Delta q} = 0 \quad . \quad (4.19)$$

Здесь индексы i и j – дискретные координаты узлов сетки, $\Delta\theta = \Delta\lambda = 0,028$ – соответствующий шаг разностной сетки.

Разностный аналог уравнения (4.15) с учетом функции источника (4.17) решался по двумерной схеме Лакса. Очертания берегов задавались в 10-градусной аппроксимации. При меридиональном расположении берега концентрация растворенного газа на границе принималась равной концентрации в узле, отстоящем от границы в зональном направлении, при зональном расположении берега – на шаг в меридиональном направлении. В случае угловой границы шаг делался в направлении с максимальным течением на границу. Это позволило реализовать условия непротекания (4.16) на твердых границах.

Коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии в данном случае параметризует подсеточный гидродинамический перенос газа. Для выбранной разностной сетки это крупномасштабная турбулентность, типичным значением A_L для которой является $5 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$.

Сезонные распределения температуры и солености поверхностных вод, скорости ветра также брались из атласа [5] и осреднялись по 10-градусным квадратам. По полученным значениям по таблицам рассчитывались распределения коэффициента растворимости газа $\alpha_{i,j}$ и скорости газообмена $V_{li,j}$. Сезонная изменчивость этих параметров, определяющих динамику глобального газообмена, моделировалась последовательным заданием сезонных полей $\alpha_{i,j}$ и $V_{li,j}$. Для простоты учитывалась полугодовая изменчивость. Ввиду малой пространственной и сезонной изменчивости парциального давления основных атмосферных газов (она обусловлена, в основном, непостоянством атмосферного давления) оно считалось постоянным.

Расчет проводился для азота, кислорода, углекислого газа и аргона. Взаимодействием этих газов между собой пренебрегалось и для каждого из них уравнение переноса решалось независимо.

Для всех газов примерно через 2 года счетного времени устанавливался квазипериодический режим, при котором среднегодовой интегральный поток газа между океаном и атмосферой равнялся нулю в пределах точности расчета. Тем не менее, установившиеся сезонные распределения концентрации

растворенных газов далеки от насыщения (рис. 4.3). Отклонения от равновесной с атмосферой насыщенности воды азотом и кислородом занимают значительные площади поверхности океана и достигают $\pm 10\%$, а в случае углекислого газа превышают 40% . Причем при сезонном "переключении" параметров модели новое распределение концентрации растворенного газа устанавливается уже через 1-2 месяца. Сезонная изменчивость рассчитанных полей проявляется, в основном, в виде изменения площади 5-процентных аномалий на 20°с.ш. и 30°ю.ш. : в феврале они расширяются, в августе сжимаются. Таким образом, несмотря на сезонную изменчивость, крупномасштабная картина распределения практически все время отражает состояние динамического равновесия океана с атмосферой. Интегральный обмен отличен от нуля лишь в первый месяц после смены сезона, и это при том, что в модели задавалась наиболее сильная – полугодовая изменчивость.

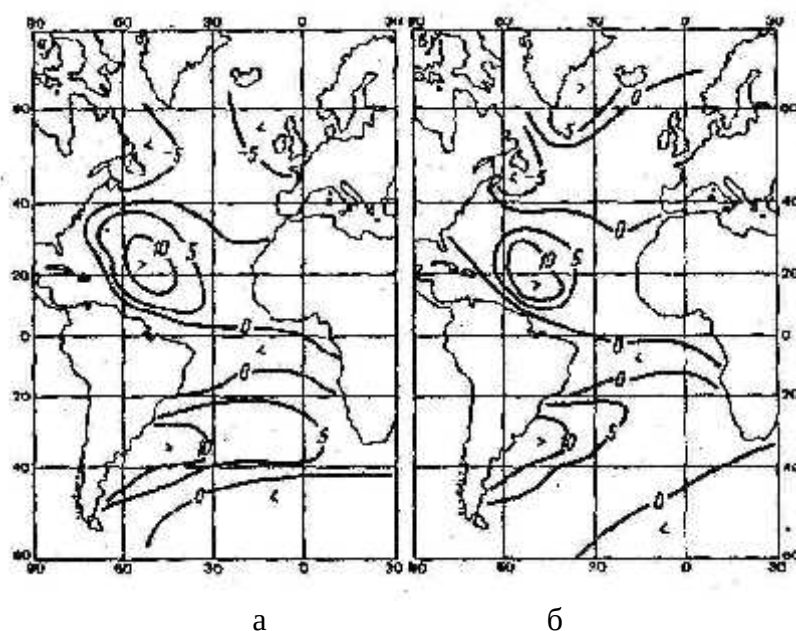


Рис. 4.3. Рассчитанные распределения аномалий насыщения поверхностных вод кислородом: а – для февраля, б – для августа

Очевидно, что при ежемесячном изменении параметров модели пульсации интегрального обмена будут еще меньше. Как показали численные эксперименты, в установившемся режиме распределения относительных отклонений от нормального насыщения для азота, и кислорода слабо отличаются друг от друга несмотря на вдвое большую растворимость кислорода в воде. Численный эксперимент с аргоном, у которого растворимость близка к растворимости кислорода, а содержание в атмосфере в десятки раз меньше, показал, что полученные распределения отклонений от насыщения практически не отличаются от соответствующих для кислорода. Таким образом, результаты моделирования слабо зависят от растворимости газа в воде. Из линейности выражений (4.15) и (4.18) по C следует также независимость распределения относительных аномалий насыщения от абсолютного содержания газа в атмосфере. Численный эксперимент с аргоном подтвердил этот вывод. Варьирование $H_{\text{вкс}}$ в диапазоне 50...100 м показало, что

получаемые при этом распределения насыщенности весьма устойчивы и по отношению к этому параметру.

Сопоставление результатов моделирования с данными измерений по кислороду показывает, что распределение основных аномалий насыщения поверхностных вод Атлантического океана модель воспроизводит правильно. Практически единственным серьезным отличием является появление небольшой положительной аномалии у берегов Южной Америки в районе $30...45^\circ$ ю.ш. Сама же величина положительных аномалий как в северном, так и в южном полушарии, завышается моделью примерно вдвое. Завышено значение и отрицательной аномалии в Северной Атлантике. В целом, можно отметить, что основные аномалии приходятся на районы умеренных широт, где максимальны градиенты температуры. Наибольшее расхождение с данными наблюдений отмечается в холодное полугодие, когда в этих широтах развивается осенне-зимняя конвекция. В этот период в вертикальное перемешивание вовлекаются водные массы на глубинах, которые на порядок превышают $H_{\text{вкс}}$. Очевидно, пренебрежение в модели вертикальным обменом и приводит к повышенной контрастности в распределении относительных аномалий насыщенности. Помимо эффекта сглаживания, обмен с нижележащими слоями ведет к дополнительному оттоку кислорода вглубь океана, так как промежуточные воды Атлантического океана существенно обеднены кислородом. Это также сказывается на величине положительных аномалий. Кроме того, в рассчитанных распределениях естественным образом не проявляются аномалии, связанные с повышенной биопродуктивностью в районах апвеллинга у западных берегов Африки, поскольку модель не включает биохимический блок.

Для оценки зависимости результатов моделирования от параметров модели вернемся к траекторному представлению об эволюции свойств отдельной водной массы (частицы). Рассмотрим, как формируется аномалия насыщения в одном элементе разностной сетки с шагом L . Пусть перепад концентрации газа на границах ячейки равен ΔC , а среднее отклонение концентрации от насыщающей (равновесной с атмосферой) равно $\Delta C_{\text{равн}}$. Для простоты будем считать, что от нуля отлична только горизонтальная составляющая скорости течения. Запишем выражения для потока газа в данную ячейку вследствие адвективного переноса Q_a и газообмена через поверхность воды Q :

$$\begin{aligned} Q_a &= \Delta C \text{ и } H_{\text{вкс}} L \\ Q &= V_L \Delta C_{\text{равн}} L^2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

В установившемся режиме эти потоки, очевидно, равны. Отсюда получаем оценку установившейся относительной аномалии насыщения в виде

$$\Delta C_{\text{равн}} / C_{\text{равн}} = \Delta C H_{\text{вкс}} \text{ и } / L C_{\text{равн}} V_L \quad (4.21)$$

Таким образом, величина аномалии пропорциональна скорости адвекции и обратно пропорциональна скорости газообмена. Кроме того, она

пропорциональна относительному градиенту концентрации растворенного газа $\Delta C / (L C_{\text{равн}})$. Эта величина максимальна в меридиональном направлении в зонах с высоким температурным градиентом. Именно поэтому аномалии хорошо выражены в умеренных широтах в зоне интенсивных меридиональных течений.

В случае углекислого газа под C в уравнении переноса следует понимать концентрацию суммарного растворенного углерода ΣC , с которой концентрация растворенного CO_2 связана весьма сложным и, главное, нелинейным образом. Даже при постоянной концентрации ΣC содержание растворенного углекислого газа зависит от температуры, солености воды и других параметров. Поэтому для перехода от одной величины к другой необходимо знать по крайней мере еще один параметр карбонатной системы, например, pH . В данной модели удобнее в качестве дополнительного параметра использовать карбонатную щелочность. Ее изменения пропорциональны изменениям концентрации суммарного растворенного углерода, что облегчает их моделирование:

$$\Delta \text{Alk}_{\text{карб}} = 0,37 \Delta \Sigma C . \quad (4.23)$$

При этом концентрация растворенного CO_2 , которую будем по прежнему обозначать C , рассчитывается следующим образом [66]:

$$C = \Sigma C - \text{Alk}_{\text{карб}} + C_{\text{карб}} . \quad (4.24)$$

Здесь

$$C_{\text{карб}} = \frac{\text{Alk}_{\text{карб}} K - K \Sigma C - 4 \text{Alk}_{\text{карб}} + B}{2(K - 4)} ;$$

$$B^2 = (4 \text{Alk}_{\text{карб}} + K \Sigma C - K \text{Alk}_{\text{карб}})^2 + 4(K - 4) \text{Alk}_{\text{карб}}^2 .$$

В формуле (4.24) $K = K_1/K_2$ – отношение кажущихся констант диссоциации угольной кислоты в морской воде, которые являются известными функциями температуры и солености морской воды. Рассчитанное по формулам (4.23) и (4.24) значение C подставляется в соотношение (4.18) для расчета потока Q , входящего в правую часть уравнений (4.15) и (4.17). В остальном схема моделирования остается такой же, как и для других газов.

Сравнение результатов моделирования для углекислого газа с данными измерений выявляет существенно большие расхождения. Это связано с повышенной чувствительностью поля растворенного CO_2 к распределению концентрации суммарного растворенного углерода. В соответствии с эффектом Ревелла ошибка в расчете ΣC на 10 % ведет к погрешности в значении насыщенности воды CO_2 до 100 %. Именно поэтому однослойная модель дает неверно даже границы основных зон выделения и поглощения углекислого газа, особенно в Южной Атлантике. В Тропической Атлантике модель неверно предсказывает существование мощной зоны пересыщения вод CO_2 в течение всего года. Заметим, что отчасти последнее связано с существованием в этом районе системы струйных течений, которая не воспроизводится при 10-градусном разрешении модели. В Северной Атлантике модель, тем не менее,

правильно предсказывает зону поглощения CO_2 океаном севернее 20° с.ш. в холодное полугодие. Варьирование $H_{\text{вкс}}$ в диапазоне 25...100 м в случае CO_2 также не меняет сколько-нибудь существенно результаты моделирования. Очевидно, для описания поля CO_2 в поверхностных водах океана необходимо использовать более совершенную модель.

Глава 5.

МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАСТВОРЕННЫХ ГАЗОВ

Химическое взаимодействие растворенных газов друг с другом затрудняет построение математических моделей, описывающих их распределение в океане. Например, традиционный подход, основанный на решении одномерного уравнения адвективно-диффузионного переноса кислорода, оказывается неприемлемым для Черного моря в связи присутствием в нем сероводорода. В этом случае, как и при описании процесса горения, необходимо учитывать взаимодействие этих двух растворенных газов.

5.1. Совместное моделирование профилей кислорода и сероводорода в Черном море

Проблема состоит в том, что в окрестности границы сероводородной зоны и кислород, и сероводород являются неконсервативными примесями. Вообще говоря можно рассматривать их отдельно (как две разные примеси), однако траекторный подход позволяет решить эту задачу путем рассмотрения единой субстанции – “обобщенного кислорода” [21].

Процесс химического взаимодействия кислорода и сероводорода описывается реакцией:



Это означает, что если в одной жидкой частице оказывается одновременно и кислород, и сероводород, то за некоторое время, зависящее от скорости окисления, 1 моль сероводорода “уничтожает” 2 моля кислорода. После такого взаимодействия в частице может находиться либо кислород, либо сероводород. В этом смысле сероводород можно рассматривать как “антикислород” и описывать реакцию “аннигиляции” в пропорции 1 : 2. Т.е. молярная концентрация сероводорода C_1 соответствует отрицательной концентрации кислорода $-2C_1$.

Гидродинамический перенос такой примеси будем описывать диффузионным уравнением, аналогичным уравнению теплопроводности

$$\partial C / \partial t = - \partial / \partial z (A_z \partial C / \partial z) \quad , \quad (5.2)$$

где A_z – зависящий от глубины коэффициент вертикальной турбулентной диффузии. Это уравнение решалось численно, шаг по времени брался одни сутки. Предполагалось, что за такой промежуток времени реакция окисления (5.1) в жидкой частице происходит полностью. В качестве граничных условий для концентрации обобщенного кислорода $C(z,t)$ задавалась постоянная положительная концентрация на верхней границе и постоянная отрицательная – на нижней. Такой подход к моделированию распределения сразу двух примесей применяется и в других областях, например, в той же теории горения.

За верхнюю границу принималась глубина H_b , соответствующая толщине верхнего перемешанного слоя. Здесь задавалась постоянная концентрация кислорода C_0 , равновесная с атмосферой. Зимой $C_0 = 0,31$ ммоль/л, летом $C_0 = 0,25$ ммоль/л. На нижней границе, за которую бралось дно моря, задавалась постоянная концентрация $C_n = -0,70$ ммоль/л, соответствующая концентрации сероводорода 0,35 ммоль/л. При этих граничных условиях и постоянном по глубине A_z решением уравнения (5.2) является линейный профиль, тогда как реальный профиль концентрации сероводорода в море имеет квазиэкспоненциальный вид. Именно поэтому и учитывалась зависимость $A_z(z)$, которая бралась из условия солевого баланса в море [47]. В соответствии с ней A_z менялась в диапазоне от 0,2 до 4 см²/с. При этом установившийся профиль распределения концентрации имел вид, изображенный на рис. 5.1. Расчет проводился отдельно для зимы и для лета, что достигалось путем присвоения параметрам H_b и C_0 их сезонных значений. Как видно из рисунка, профиль кислорода при этом заметно менялся, тогда как профиль сероводорода оставался консервативным. Границей сероводородной зоны считалась глубина, на которой $C = 0$, она устанавливалась на глубине от 100 до 110 м, что соответствует данным измерений.

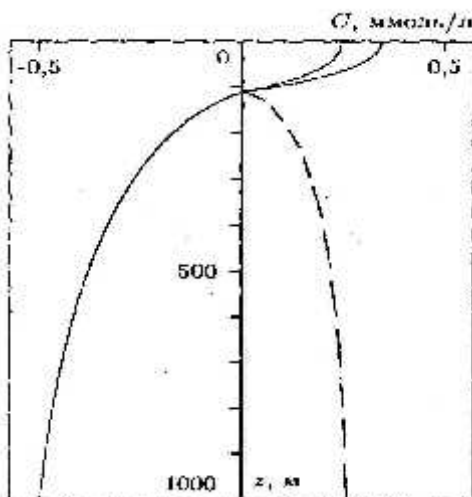


Рис. 5.1. Установившийся профиль концентрации обобщенного кислорода (штриховой линией показан пересчитанный профиль сероводорода)

Проводился также численный эксперимент, при котором каждые шесть месяцев менялись значения H_b и C_0 . Задавалось $H_b = 10$ м летом и 40 м – зимой, при этом сезонный сдвиг границы сероводородной зоны определялся в большей степени изменением H_b . В целом же устанавливался квазипериодический режим, при котором профиль $C(z)$ менялся между положениями, соответствующими сезонным значениям параметров.

Сравнение рассчитанного профиля с данными наблюдений показывает, что модель несколько занижает концентрацию сероводорода ниже 500 м. Известно, что определение коэффициента турбулентной диффузии в этой области связано со значительными погрешностями [47]. С уверенностью можно лишь утверждать, что он варьирует здесь от 1 до 6 см²/с. Причем результаты расчетов лучше согласуются с существующим профилем сероводорода при задании $A_z = 4$ см²/с глуб-

же 1000 м. С другой стороны, в океане, судя по профилю кислорода на этих глубинах, $A_z = 1,5 \text{ см}^2/\text{с}$, откуда следует, что в Черном море здесь вертикальное перемешивание сильнее. Причиной такого усиления может быть, например, заглубление средиземноморских вод, поступающих с нижнебосфорским течением.

Данная модель может использоваться, в частности, для прогноза изменения положения границы сероводородной зоны под действием различных факторов. Так, уменьшение стока рек ведет к ослаблению стратификации в верхнем слое моря, чему соответствует увеличение здесь величины A_z . Соответствующие расчеты показывают, что этот процесс будет сопровождаться опусканием границы сероводородной зоны на десятки метров даже если A_z в верхнем двухсотметровом слое моря не будет превышать $1 \text{ см}^2/\text{с}$. Усиление A_z в придонном пограничном слое от 2 до $6 \text{ см}^2/\text{с}$ приводит к подъему границы сероводородной зоны на несколько метров. Такое усиление придонного перемешивания может быть связано с изменением геотермального теплового потока вследствие тектонических процессов. Аналогично можно оценивать последствия изменения водообмена через Босфор.

5.2. Оценка влияния горизонтального перемешивания на вертикальный перенос кислорода

Поступление растворенного кислорода в глубинные слои водоемов является одним из важнейших факторов, обеспечивающих их биопродуктивность. В верхний слой кислород попадает в результате газообмена с атмосферой или же выделяется там непосредственно в воду при фотосинтезе. Обогащенные кислородом воды верхнего перемешанного слоя попадают вглубь в результате вертикального перемешивания. Блокирование этого переноса возникает, когда-либо уменьшается интенсивность этого перемешивания, либо увеличивается биохимическое потребление кислорода в водной толще. Некоторые обстоятельства, однако, указывают на то, что существует еще один механизм блокирования вертикального переноса растворенных атмосферных газов, связанный с взаимодействием горизонтальной турбулентной диффузии с вертикальной циркуляцией вод. Он проявляется, например, в трехмерных моделях, описывающих газообмен в морях и океанах. Известно, что интегральный поток кислорода существенно уменьшается при увеличении коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии A_L . О том, что это не артефакт, косвенно свидетельствует подъем границы сероводородной зоны зимой, когда усиливается горизонтальное и вертикальное перемешивание. Рассмотрим этот механизм блокирования на примере элементарной ячейки вертикальной циркуляции [16]. Такая ячейка состоит из зон погружения и подъема вод с поперечным размером d и расстоянием между ними L (рис. 5.1). Высоту ячейки обозначим H и зададим на ее верхней и нижней границах постоянные концентрации кислорода C_v и C_n соответственно. Будем считать, что на верхней границе концентрация кислорода поддерживается, например, газообменом с атмосферой, а на нижней концентрация кислорода $C_n < C_v$ вследствие биохимического потребления. В отсутствие бокового обмена между

зонами ячейки в каждой из них установится, очевидно, постоянная по глубине концентрация кислорода C_B в зоне погружения и C_H в зоне подъема вод. При этом результирующий поток кислорода равен

$$I_0 = f (C_B - C_H) , \quad (5.3)$$

где f – интенсивность вертикальной циркуляции, которую можно выразить через вертикальную скорость w как $f = wd^2$. Такого рода модели широко используются, например, для описания вертикального переноса питательных веществ в океане. Используя траекторный подход, покажем, как изменится I_0 , если учесть горизонтальную турбулентную диффузию.

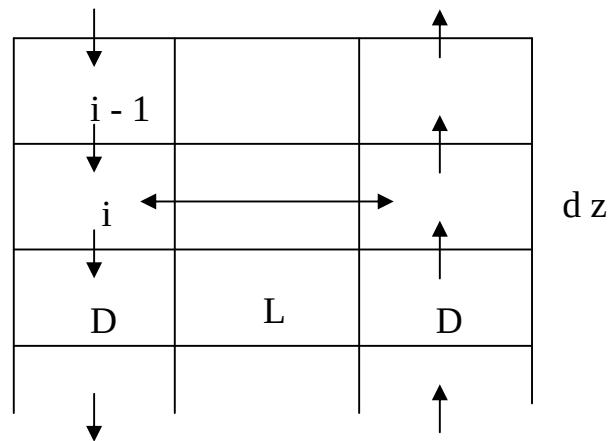


Рис. 5.2. Схема ячейки вертикальной циркуляции

Не вызывает сомнений тот факт, что боковой обмен приведет к уменьшению разницы между концентрацией кислорода в зонах ячейки. Если обозначить концентрацию кислорода в зоне погружения через C_1 , а в зоне подъема C_2 , то результирующий поток кислорода в общем случае составит

$$I = f(C_1 - C_2) . \quad (5.4)$$

Отсюда ясно, что уменьшение разности между C_1 и C_2 вызывает ослабление результирующего потока кислорода I . В этом, собственно, и заключается суть рассматриваемого эффекта блокирования. Его можно проиллюстрировать также схематическим изображением траекторий осредненного движения частиц воды с кислородом (рис. 5.3).

Чтобы выяснить, чем определяется степень блокирования вертикального переноса кислорода, надо выразить разность концентраций в правой части (5.4) через параметры модели. Для простоты будем считать, что распределение концентрации кислорода в пределах каждой зоны горизонтально однородно, т. е. C_1 и C_2 являются функциями только глубины. Это позволяет свести задачу к одномерной и получить решение в аналитическом виде.

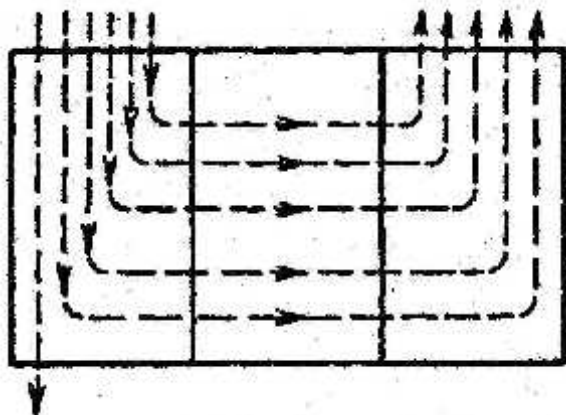


Рис. 5.3. Картина траекторий частиц воды с растворенным кислородом при $C_n = 0$

Плотность диффузионного потока кислорода через боковые границы зон определяется как

$$j = A_L(C_1 - C_2)/L . \quad (5.5)$$

В промежутке между зонами на фиксированном горизонте концентрация кислорода при этом линейно меняется от C_1 до C_2 . В установившемся режиме результирующий поток I не должен меняться с глубиной. Как видно из (5.4), это означает, что разность $C_1 - C_2$ также постоянна по глубине. Отсюда следует, что профили $C_1(z)$ и $C_2(z)$ имеют одинаковую форму, но сдвинуты друг относительно друга по оси абсцисс. Чтобы найти зависимость $C_1(z)$, рассмотрим элемент зоны погружения вод высотой Δz и сечением d^2 . Разность потоков кислорода через его верхнюю и нижнюю стенки равна $f (\partial C_1 / \partial z) \Delta z$. Через боковую стенку в соответствии с (74) поток равен $j d \Delta z$. Тогда условие баланса этих потоков дает

$$f (\partial C_1 / \partial z) \Delta z = A_L(C_2 - C_1)d \Delta z / L . \quad (5.6)$$

Отсюда следует, что профиль кислорода описывается уравнением

$$\partial C_1 / \partial z = (C_2 - C_1) / L_z , \quad (5.7)$$

где константа L_z имеет смысл масштаба вертикального перемешивания и выражается через параметры задачи как

$$L_z = f L / d A_L . \quad (5.8)$$

Поскольку разность концентраций в правой части (5.7) является константой, то это уравнение описывает линейный профиль. С учетом граничных условий отсюда получаем:

$$C_1(z) = C_b - (C_b - C_n) \cdot z / (H + L_z) ,$$

$$C_2(z) = C_H + (C_B - C_H) \cdot (H - z) / (H + L_z) . \quad (5.9)$$

Подстановка этих выражений в (5.4) дает

$$I = I_0 / (1 + H/L_z) . \quad (5.10)$$

Таким образом, степень блокирования вертикального потока кислорода определяется отношением H/L_z и критерий блокирования имеет вид

$$L_z \ll H. \quad (5.11)$$

Выразив L_z через параметры ячейки циркуляции, из (5.8) нетрудно получить зависимость I/I_0 от A_L . На рис. 5.4 она изображена для случая $d = 20$ км, $L = 20$ км, $H = 100$ м и $w = 10^{-3}$ см/с. Эти параметры характерны, например, для синоптического вихря. Из (5.8) и (5.10) следует, что блокирование сильнее в водоемах со слабой интенсивностью вертикальной циркуляции и небольшим расстоянием между зонами подъема и погружения вод. Так, для процесса вентиляции главного термоклина в Северной Атлантике L составляет несколько тысяч километров. В Черном море эта величина ограничена размерами бассейна и поэтому на порядок меньше. Интенсивность циркуляции f здесь также меньше вследствие сильной стратификации вод в деятельном слое. Это позволяет предположить, что Черное море более подвержено рассматриваемому механизму блокирования потока кислорода.

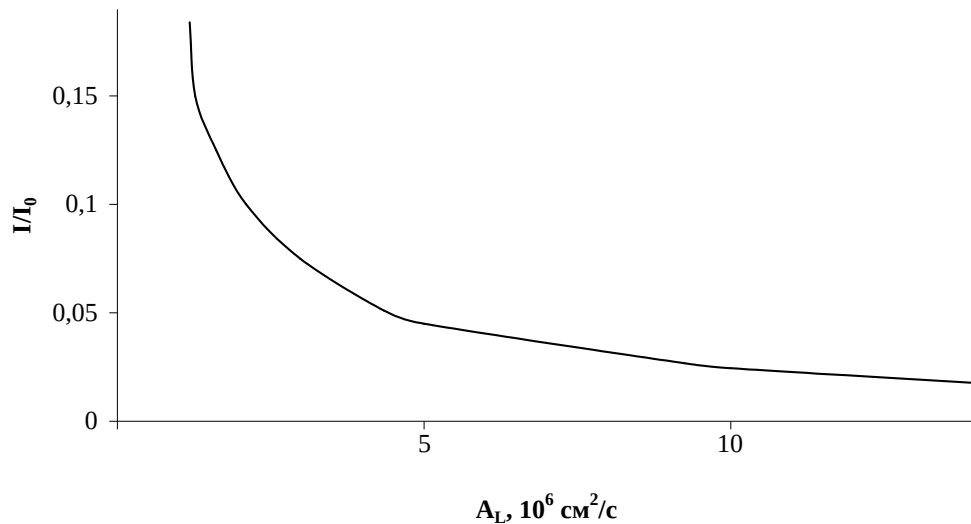


Рис. 5.4. Зависимость степени блокирования вертикального переноса кислорода от коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии

Как видно из (5.9), при сильном блокировании (5.11) профили кислорода в зонах погружения и подъема вод практически совпадают. В этом случае распределение концентрации кислорода ничем не отличается от того, которое бывает при действии вертикальной турбулентной диффузии с постоянным коэффициентом A_z . Поскольку в последнем случае плотность потока кислорода

$$i = A_z (C_b - C_n)/L , \quad (5.12)$$

эквивалентное значение A_z можно получить, приравняв поток (5.10) выражению $i (L + 2d)d$. Отсюда получаем

$$A_z = \frac{fH}{(1 + H/L_z)(L + 2d)d} . \quad (5.13)$$

Для рассмотренного выше примера $L_z = 40$ м при $A_L = 10^6$ см²/с, чему соответствует значение $A_z = 1$ см²/с.

Уменьшение потока кислорода при блокировании приводит, в частности, к тому, что распределение кислорода не успевает адаптироваться к сезонным изменениям характера циркуляции и граничных условий. Если в отсутствие блокирования это распределение устанавливается за время порядка H/w , то теперь оно определяется отношением количества кислорода, которое надо "закачать" в ячейку, к потоку (5.10), умноженному на d^2 . Пусть в начальный момент концентрация кислорода в ячейке C_n и потом должна установиться концентрация C_b , т.е. поток кислорода должен компенсировать дефицит концентрации $C_b - C_n$ в объеме Hd^2 , тогда на это потребуется время

$$T = H(1 + H/L_z)/w . \quad (5.14)$$

Для примера с синоптическим вихрем это время более года, причем при $A_L = 10^7$ см²/с, оно уже составляет десятки лет. Ясно, что в плане численного моделирования распределения кислорода это означает аномально большое время счета, необходимое для получения стационарного решения. Кроме того, столь большое время установления концентрации кислорода означает, что его вертикальное распределение будет почти всегда неустановившимся.

Рассмотренный эффект, разумеется, может приводить к блокированию вертикального потока и других газов, если для них выполняются соответствующие граничные условия. Более того, он может быть существенным и в процессах вертикального переноса тепла, соли, различных примесей.

5.3. Модель вертикального переноса примеси в Черном море

Представляет интерес применить аналогичный подход с учетом специфики вертикальной циркуляции в Черном море. Существуют разные представления о природе вертикального перемешивания в этом море. Обычно используют диффузионный подход, при котором существование мощного слоя сероводородного заражения объясняют малостью коэффициента вертикальной турбулентной диффузии в области пикноклина. Задавая определенный профиль для этого коэффициента, можно, например, объяснить наблюдаемые вертикальные распределения различных примесей в рамках простой одномерной диффузионной модели. Однако такой подход по сути не объясняет ни саму природу вертикального перемешивания, ни различия в условиях перемешивания

в разных районах моря, что проявляется в рельефе границы сероводородной зоны. Другой возможный подход – трехмерное моделирование (3–D подход), когда пространственная изменчивость вертикального перемешивания учитывается в рамках системы конечно–разностных уравнений. Однако при этом возникают проблемы вычислительного характера в связи с блокированием вертикального переноса примеси в районе основного черноморского течения (ОЧТ). В связи с рассмотренным выше эффектом блокировки нет уверенности в том, что полученное при 3–D подходе распределение концентрации примеси является установившимся, а не медленно меняющимся. Существует также опасность неправильной интерпретации результатов расчетов в связи с проявлением дискретизации пространства и времени в таких моделях. Подобные эффекты характерны для многих численных методов решения задач в механике сплошных сред [7].

Воспользуемся упрощенной циркуляционной моделью, допускающей аналитическое решение и учитывающей тем не менее наличие зон подъема и погружения вод [11]. Как известно, на большей части акватории моря происходит медленный подъем вод, а на периферии – опускание. Зоны подъема и опускания разделены ОЧТ, ширина которого не превышает 80 км. Этому представлению в простейшем случае соответствует схема циркуляции в виде коаксиальной ячейки, изображенная на рис. 5.5. В ее центральной части расположена зона подъема вод, а за ней – сравнительно узкая переходная зона шириной D , за которой в свою очередь находится прибрежная зона погружения вод. Такая циркуляция обусловлена поступлением в Черное море более соленых вод с нижнебосфорским течением, которые постепенно погружаются, двигаясь вдоль берега. Этот приток средиземноморских вод вместе с условиями их перемешивания с черноморскими водами определяют интенсивность вертикальной циркуляции моря f – объем воды, проходящей через горизонтальное сечение всей зоны подъема (или опускания вод) в единицу времени.

При этом интенсивность подъема вод равна интенсивности их опускания, т. е. ячейка является замкнутой. Заметим, что верхняя граница ячейки вертикальной циркуляции в Черном море находится не на поверхности, а на глубине H_b , соответствующей нижнебосфорскому течению. Выше ее находятся более легкие воды, не участвующие в рассматриваемой здесь циркуляции. Обычно принимается $H_b = 50$ м, что соответствует также глубине залегания холодного промежуточного слоя. Снизу же ячейка циркуляции ограничена глубиной H_n , на которой плотность воды равна плотности погружающейся смеси черноморских и средиземноморских вод.

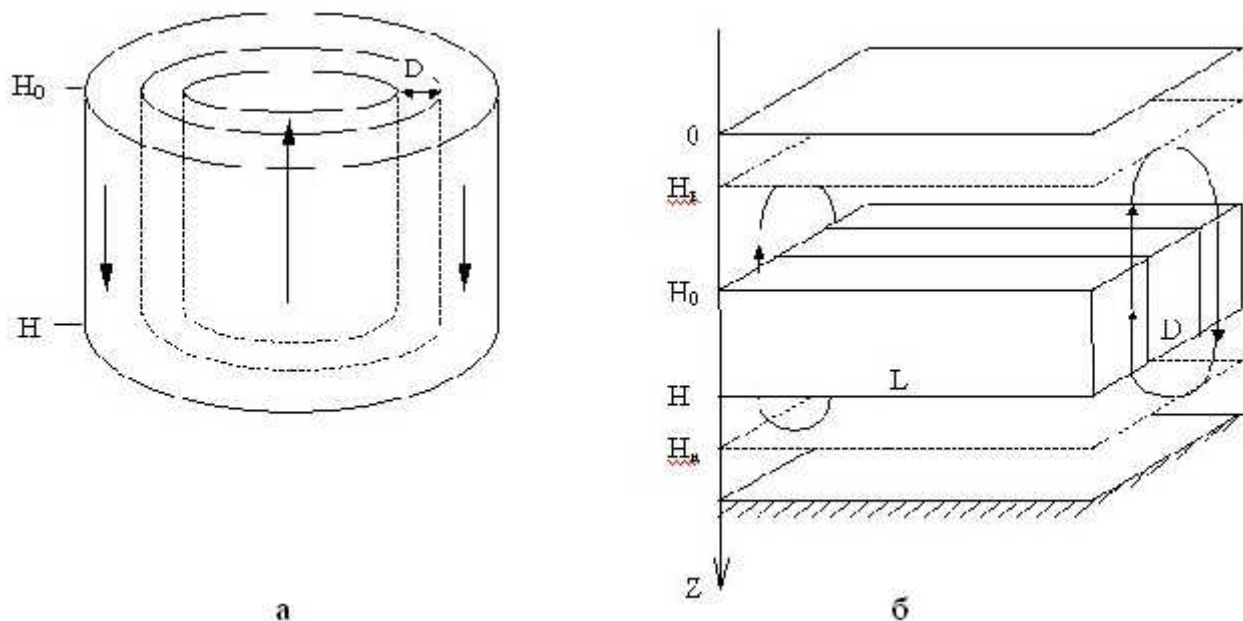


Рис. 5.5. Схема ячейки циркуляции в Черном море: а – реальная, б – эквивалентная (развернутая в плоскую)

Будем считать, что в верхнем слое моря толщиной H_0 ($H_0 < H_n$) поддерживается концентрация примеси $C_b = C(H_0)$, а ниже глубины H , удовлетворяющей условию $H_0 < H < H_n$, поддерживается концентрация $C_n = C(H)$. Например, в случае кислорода C_b поддерживается за счет газообмена с атмосферой, а C_n – в результате взаимодействия кислорода с сероводородом вблизи границы сероводородной зоны. Если зоны подъема и погружения вод в ячейке не обмениваются примесью через переходную область, то во всем интервале глубин от H_0 до H в зоне подъема должна установиться концентрация примеси C_n , а в зоне погружения вод – концентрация C_b . Таким образом, модель описывает горизонтальную неоднородность распределения примеси. Чтобы описать вертикальную изменчивость распределения концентрации примеси, необходимо учесть горизонтальный турбулентный обмен между зонами ячейки.

Плотность потока примеси через боковую границу между зонами ячейки равна

$$j = A_L(C_1 - C_2)/D, \quad (5.15)$$

где $C_1(z)$ и $C_2(z)$ – концентрация примеси в зонах соответственно опускания и подъема вод на глубине z , а A_L – коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии. Будем считать распределение примеси в пределах каждой зоны ячейки горизонтально однородным, но зависящим от глубины. Зависимостью коэффициента A_L от z пренебрежем. Перенос примеси по вертикали в нашем приближении полностью определяется вертикальной циркуляцией. На глубине z в зоне опускания вод за единицу времени погружается количество примеси, равное $f \cdot C_1(z)$, а в зоне подъема вод – поднимается количество примеси, равное $f \cdot C_2(z)$. В результате суммарный вертикальный поток примеси по всей акватории моря, который складывается из переноса в обеих зонах, на глубине z составляет

$$F = f (C_1 - C_2) \quad . \quad (5.16)$$

Очевидно, что в установившемся режиме этот поток с изменением глубины не меняется. Будем считать, что интенсивность циркуляции f в интервале глубин действия рассматриваемой ячейки также не меняется с глубиной. Отсюда следует неизменность по глубине разности $C_1 - C_2$. Вместе с тем концентрации $C_1(z)$ и $C_2(z)$ с глубиной меняются. Чтобы получить эти функции в аналитическом виде, рассмотрим ячейку циркуляции с плоскими границами, эквивалентную исходной (рис. 5.5, б). Она получается из коаксиальной путем разворачивания цилиндрических границ в предположении малости ширины переходной зоны. При этом длина получившейся ячейки равна периметру ОЧТ, который обозначим через L .

Найдем условие сбалансированности потоков примеси через границы элемента зоны опускания высотой dz , как это делают в методе крупных частиц [7]. Разность потоков примеси через его верхнюю и нижнюю границы равна $f(\partial C/\partial z)dz$. Площадь поверхности, через которую осуществляется боковой обмен, равна Ldz . С учетом уравнения (5.15) запишем условие баланса в виде

$$f (\partial C_1/\partial z)dz = A_L[(C_2 - C_1)/D]Ldz \quad . \quad (5.17)$$

Отсюда следует линейность профиля концентрации примеси при условии стационарности

$$\partial C_1/\partial z = (C_2 - C_1)/h \quad , \quad (5.18)$$

так как разность концентраций в правой части в этом случае постоянна. Градиент концентрации тогда определяется константой h , являющейся комбинацией характерных параметров задачи и имеющей размерность длины:

$$h = f \cdot D / A_L L \quad . \quad (5.19)$$

Подставив сюда характерные для Черного моря значения $f = 10^3 \text{ км}^3/\text{год}$ и $L = 2400 \text{ км}$, получим, что h составляет примерно 100 м. Заметим, что эта величина не зависит ни от высоты ячейки циркуляции, ни от ширины прибрежной зоны погружения вод.

Проинтегрировав (5.18) по глубине с учетом граничных условий для $C_1(H_0)$ и $C_2(H)$ и постоянства разности $(C_2 - C_1)$, получим выражения для профилей концентрации примеси в обеих зонах, аналогичные формулам (5.9):

$$\begin{aligned} C_1(z) &= C_B - (C_B - C_H)(z - H_0)/(H - H_0 + h) \quad , \\ C_2(z) &= C_H + (C_B - C_H)(H - z)/(H - H_0 + h) \quad . \end{aligned} \quad (5.20)$$

Приравняв $C_1(z_1)$ и $C_2(z_2)$, получим, что $z_1 - z_2 = h$. Это означает, что введенная выше константа h равна разности глубин, на которых зонах подъема и опус-

кания вод достигается одна и та же концентрация примеси. В частности, рассматривая в качестве примеси “обобщенный кислород”, можно сделать вывод, что положение границы сероводорода в зоне опускания отличается от глубины залегания кислорода в центральной части акватории на величину h . По данным измерений положение верхней границы сероводородной зоны в Черном море меняется от глубины 90 м до глубины 190 м, что хорошо согласуется с полученной выше оценкой h . Несомненный интерес представляет также определение h по данным о распределении других примесей в Черном море.

Предложенная модель, описывающая изменение концентрации примеси с глубиной, позволяет также рассчитать градиент концентрации примеси. Эту величину часто используют, например, для описания вертикального распределения сероводорода. Из выражений (5.20) следует, что

$$C_2(z) - C_1(z) = (C_B - C_H)/(1 + \alpha), \quad (5.21)$$

где безразмерный параметр α равен отношению $(H - H_0)/h$. Ясно, что $\alpha > 0$, так что концентрации примеси в разных зонах на одном горизонте меньше отличаются, чем C_B и C_H . Подставив (5.21) в (5.17), получим:

$$\partial C_1 / \partial z = (C_B - C_H)/(H - H_0 + h). \quad (5.22)$$

Можно сделать вывод, что рассмотренный механизм дает такой же вид профилей концентрации, что и одномерная диффузионная модель с постоянным по глубине коэффициентом вертикальной турбулентной диффузии, но с увеличенным на h расстоянием между верхней и нижней границами. В связи с этим градиент концентрации получается меньшим, чем при обычном диффузионном подходе. Заметим, что решение обратной задачи позволяет оценивать параметры вертикальной циркуляции в море по профилям распределения примеси в разных частях акватории.

5.4. Моделирование изменчивости положения границы сероводородной зоны

Проблема моделирования пространственной и временной изменчивости положения верхней границы сероводородной зоны стоит достаточно остро в связи с происходящими изменениями климата. Многочисленные данные измерений свидетельствуют, что пространственная и сезонная изменчивость положения границы составляет десятки метров. На фоне этой изменчивости трудно выделить тренд межгодовой изменчивости глубины залегания сероводорода, хотя известно, что последние тысячелетия происходил подъем этой границы. В то же время смещение границы сероводородной зоны всего на 50...100 м вверх будет означать попадание сероводорода в ВКС, а это связано с очень серьезными последствиями для экосистемы моря. Для прогнозирования этих процессов и правильной интерпретации данных измерений недостаточно одномерных моделей, в том числе и рассмотренных выше. Построение же трехмерной модели связано со значи-

тельными трудностями. Одной из проблем здесь является описание химического взаимодействия кислорода и сероводорода. Выше уже было рассмотрено применение траекторного подхода, связанное с введением отрицательных концентраций. Покажем, как это работает в трехмерной постановке, когда наряду с турбулентной диффузией учитывается и адвективный перенос растворенных газов.

Главная идея здесь остается прежней: верхняя граница сероводородной зоны устанавливается на определенной глубине в результате сбалансированности потоков кислорода и сероводорода. При постоянном потоке кислорода из атмосферы и сероводорода из морских глубин достигается динамическое равновесие, которое фиксирует положение границы сероводородной зоны. Здесь также можно провести аналогию с устойчивостью фронта горения. Но это не исключает существование пространственной изменчивости положения границы в связи с особенностями циркуляции вод. В основе трехмерной модели лежит уравнение адвективно-диффузионного переноса пассивной примеси в обычных эйлеровых координатах

$$\frac{\partial C}{\partial t} = A_L \Delta_z C + A_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - (\mathbf{v} \nabla) C \quad . \quad (5.23)$$

Здесь C – концентрация растворенного газа, $\mathbf{v}$ – трехмерная скорость, A_L и A_z – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии и Δ_z – двумерный лапласиан в горизонтальной плоскости. Оба коэффициента турбулентной диффузии считались независимыми от координат. При обычной постановке задачи выписываются два уравнения вида (5.23): одно для кислорода и другое для сероводорода. Здесь же рассматривается одно уравнение для обобщенной примеси. На верхней границе задавался поток кислорода из атмосферы, который рассчитывался на каждом временном шаге. Скорость газообмена для всей акватории моря принималась равной $4 \cdot 10^{-3}$ см/с, а равновесная с атмосферой концентрация кислорода варьировалась от 0,25 ммоль/л летом до 0,31 ммоль/л зимой. На нижней границе задавался поток сероводорода, причем расчет проводился для интервала глубин от поверхности моря до горизонта 250 м. На глубине 250 м и задавались граничные условия: соответствующие сероводороду. В данном случае это достигалось заданием определенной отрицательной концентрации примеси, одинаковой для всех узлов нижнего уровня разностной сетки. По данным измерений на этой глубине концентрация сероводорода равна 0,05 ммоль/л, что соответствует концентрации обобщенной примеси $C = -0,1$ ммоль/л. На боковых границах задавалось обычное для твердой границы условие непротекания вида (4.16). В качестве начального условия задавалось однородное распределение концентрации во всей рассматриваемой области. Для моделирования адвективного переноса использовалось стационарное поле скоростей, рассчитанное для летнего периода на разностной сетке с шагом 18 км по горизонтали [24]. По вертикали задавалось 12 уровней, расстояние между которыми варьировало от 5 до 50 м. Исходное поле содержало только компоненты горизонтальной скорости, вертикальные скорости на нижней границе каждого слоя рассчитывались начиная с верхнего уровня из условия бездивергентности поля скоростей типа (65). На каж-

дом уровне средняя вертикальная скорость равнялась нулю, а в отдельных узлах ее значения изменялись в диапазоне $10^{-3} \dots 10^{-2}$ см/с.

Уравнение (5.23) решалось конечно-разностным методом с шагом по времени 1 час. Как показал численный эксперимент, поле концентрации устанавливалось через 4 месяца модельного времени. Анализировалась пространственная изменчивость установившегося распределения концентрации в слоях 70...90 м, 90...120 м, 120...150 м, 150...200 м и 200...250 м. Считалось, что границе сероводородной зоны соответствует глубина, на которой поддерживается концентрация $C = 0$. В разных численных экспериментах варьировались значения коэффициентов турбулентной диффузии, концентрация примеси на нижней границе C_n , насыщающая концентрация растворенного кислорода $C_{\text{равн}}$, толщина верхнего перемешанного слоя $H_{\text{вкс}}$ и скорость газообмена. Предполагалось, что поступающий из атмосферы кислород равномерно распределяется по толщине перемешанного слоя. В связи с этим на каждом шаге по времени рассчитывалось изменение концентрации кислорода за счет газообмена с атмосферой для уровней, расположенных в пределах $H_{\text{вкс}}$, т.е.

$$\Delta C = Q \Delta t / H_{\text{вкс}} \quad . \quad (5.24)$$

Значение $H_{\text{вкс}}$ бралось равным 30 м. В данной модели не учитывался расход кислорода на биохимические процессы окисления и выделение кислорода при фотосинтезе. Задание соответствующих распределенных стоков и источников не связано с трудностями принципиального характера. Это достигается введением в процедуру расчета на каждом временном шаге добавки концентрации $\Delta C_{\text{био}}$, аналогичной (5.24), но нормированной на единицу объема.

В результате варьирования параметров модели при численных экспериментах были получены существенно отличающиеся друг от друга поля концентраций кислорода и сероводорода, а также поверхности, описывающие положение границы сероводородной зоны. Как правило, в районе свала глубин эта граница идет по изобате дна. В открытом море с увеличением отношения $C_{\text{равн}}/C_n$ граница опускается и уже при $C_{\text{равн}}/C_n = 25$ сероводород практически полностью вытесняется из рассматриваемого интервала глубин. При уменьшении этого отношения граница сероводорода соответственно поднимается, но даже при $C_{\text{равн}}/C_n < 2$ граница остается ниже $H_{\text{вкс}}$. Это объясняется тем, что поднимающийся сероводород за счет горизонтальной турбулентной диффузии попадает в зону погружения вод. Тем самым уменьшается средний по акватории поток сероводорода вверх, в частности этот поток становится меньше заданного на нижней границе. Как выяснилось при моделировании, при $C_{\text{равн}}/C_n = 2$ этот результирующий поток достигает 10^9 т/год, что на порядок больше оценки продукции сероводорода в Черном море.

Вертикальное разрешение модели в диапазоне глубин 90...190 м составляло 30...50 м, что позволяло воспроизвести топографию границы сероводородной зоны лишь в общих чертах, используя результаты расчетов для трех слоев. В связи с этим оправдано некоторое завышение коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии для уменьшения последствий плохого разрешения по вертикали. При $A_L = 10^6$ см²/с перепад глубин, на которых находилась граница в раз-

ных частях акватории, достигал 200 м. В этом случае граница в одних местах выходила в перемешанный слой, а в других – опускалась до нижней границы рассматриваемой области. А при $A_L = 10^8 \text{ см}^2/\text{с}$ и прочих равных условиях изменчивость положения границы уже ограничивалась диапазоном глубин 90...150 м. При этом задавалось $A_z = 1 \text{ см}^2/\text{с}$ и $C_n = 0,1 \text{ ммоль/л}$. Интересно, что результирующий поток сероводорода во втором случае был на 30% меньше, чем в первом. Это связано с перераспределением сероводорода между зонами подъема и опускания вод, что аналогично рассмотренному выше эффекту блокирования вертикального переноса кислорода (п. 5.1).

Трехмерная модель позволяет прояснить вопрос о сравнительной роли турбулентной диффузии и адвекции в вертикальном переносе сероводорода и кислорода. Численные эксперименты с варьированием A_z от 0 до $5 \text{ см}^2/\text{с}$ показали, что зависимость установившегося потока сероводорода от этой величины невелика. Даже при полном отключении вертикальной диффузии поток сероводорода даже не вдвое меньше, чем при характерном для деятельного слоя моря значении $A_z = 5 \text{ см}^2/\text{с}$. Таким образом, вертикальный обмен вследствие адвекции преобладает над турбулентным, хотя вертикальная диффузия сильно влияет на профиль концентрации кислорода. Если на поверхности независимо от значения A_z в ходе численных экспериментов поддерживалась концентрация, отличающаяся от $C_{\text{равн}}$ не более чем на 10 %, то в слое 70...80 м она менялась в несколько раз. По данным измерений дефицит кислорода здесь равен 40 %, однако в численных экспериментах это значение устанавливается здесь только при достаточно больших значениях A_z . В то же время положение границы сероводородной зоны соответствует данным наблюдений при $A_z = 1 \text{ см}^2/\text{с}$, что свидетельствует о правильном описании процесса вертикального обмена. В связи с этим можно сделать вывод о необходимости учитывать зависимость A_z от глубины.

Под интенсивностью вертикальной циркуляции здесь понимается интегральный вертикальный поток по той части акватории, где вертикальная скорость знакопостоянна. В интервале глубин 50...200 м эту величину можно считать постоянной, что позволяет аппроксимировать вертикальную циркуляцию по принципу конвейерной ленты. Соответствующий вертикальный поток кислорода равен $C \cdot F$, где C – концентрация кислорода в верхнем слое и F – интенсивность вертикальной циркуляции. В результате расчетов были получены значения F и вертикального потока кислорода на разных горизонтах, приведенные в табл. 5.1. При этом A_z принималась равной $3 \text{ см}^2/\text{с}$. Из таблицы видно, что рост интегрального потока кислорода с глубиной в верхнем 50-метровом слое обусловлен увеличением F . Последующее уменьшение потока с глубиной связано с понижением концентрации кислорода здесь. Например, вблизи границы сероводородной зоны этот поток вообще равен нулю, а еще ниже меняет знак.

**Зависимость F (млн м³/с) и интегрального потока
кислорода (10^8 т/год) от глубины**

z, м	5	10	20	30	50	70	90	120	150
F	0,7	1,2	2,2	2,9	4,2	4,8	5,1	5,4	5,8
C·F	1,4	2,6	4,6	5,7	6,6	6,0	5,0	3,6	1,9

Обращает на себя внимание большая величина однонаправленного потока кислорода по сравнению с известными оценками результирующего потока. В самом деле, достаточно небольшого разбаланса восходящей и нисходящей составляющих на уровне несколько процентов, чтобы суммарный вертикальный поток кислорода достигал $10^7 \dots 10^8$ т/год.

Как показало моделирование, результирующий поток кислорода увеличивается с глубиной, что можно объяснить уменьшением турбулентного переноса в связи с уменьшением вертикального градиента концентрации кислорода с глубиной. При больших значениях A_L результирующий адвективный поток в верхнем 70-метровом слое даже становится меньше нуля. Это связано с перестройкой профиля кислорода под действием интенсивного горизонтального перемешивания. Осредненные по акватории профили концентрации кислорода, рассчитанные при разных значениях коэффициента вертикальной турбулентной диффузии, приведены на рис. 5.6. Численные эксперименты проводились при $A_L = 10^8$ см²/с и $C_n = 0,05$ ммоль/л. Точки пересечения оси кривыми, показанными на рис. 5.6, соответствуют среднему положению границы сероводородной зоны.

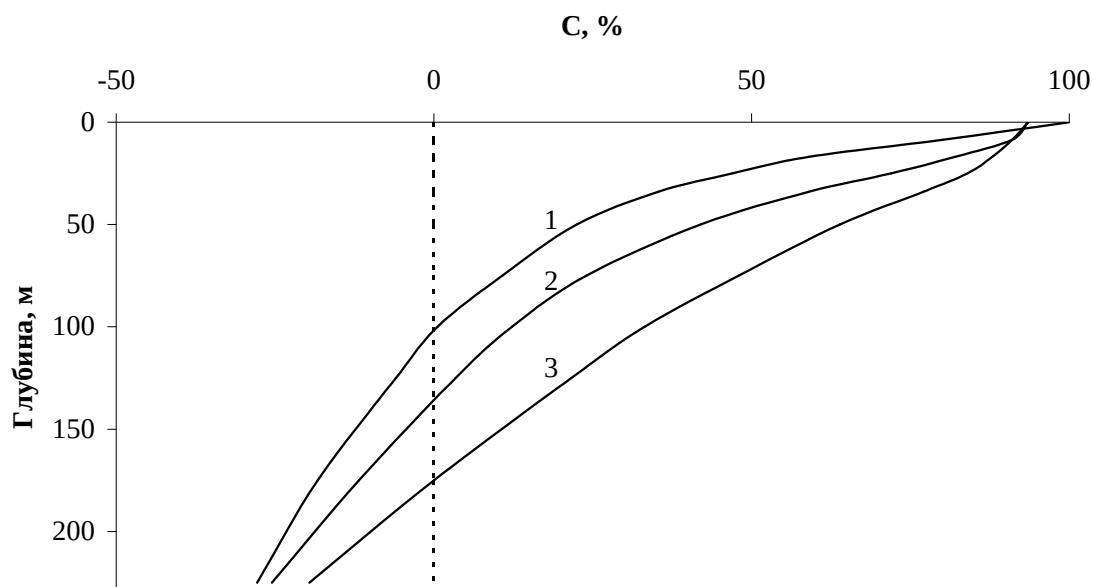


Рис. 5.6. Вертикальные профили концентрации обобщенного кислорода при разных значениях A_z : 1 – 0 см²/с, 2 – 1 см²/с, 3 – 5 см²/с

Полученные при моделировании результаты позволяют сделать вывод, что в слое 90...250 м вертикальный перенос сероводорода и кислорода обусловлены в большей степени вертикальной циркуляцией, а не вертикальной турбулентной диффузией. Поэтому для детального моделирования топографии границы сероводородной зоны необходимо повысить горизонтальное и вертикальное разрешение модели. Однако в случае перемежаемости ячеек вертикальной циркуляции при высоком горизонтальном разрешении возникает проблема блокирования вертикального переноса примеси, рассмотренная выше. Оценка показывает, что для ячейки вертикальной циркуляции, проникающей до дна Черного моря, и с горизонтальным размером 10 км время установления профиля распределения сероводорода достигает 10 лет. Таким образом, трехмерная модель с высоким разрешением потребует проведения расчета на период десятки и сотни лет до выхода решения на стационарный режим.

Степень блокирования вертикального переноса, как следует из выражений (5.10) и (5.21), определяется безразмерным параметром $\alpha = H/L_z$, где H – вертикальный размер ячейки и L_z – вертикальный масштаб перемешивания в ней (5.8). Возьмем $d = L$, тогда $\alpha = A_L H/f$, где f – интенсивность циркуляции в отдельной ячейке. Отсюда следует простой вывод: если одну ячейку с интенсивностью циркуляции f заменить на n ячеек с той же суммарной интенсивностью, то степень блокирования переноса α увеличится в n раз. Это означает, например, что результирующий вертикальный перенос кислорода станет меньше в m раз, где

$$m = (1 + n\alpha)/(1 + \alpha) . \quad (5.25)$$

Распад единой большой ячейки вертикальной циркуляции в аэробном слое моря на совокупность более мелких ячеек в условиях Черного моря может быть связан, например, с образованием системы циклонических и антициклонических вихрей.

Кроме того, для Черного моря характерна малая интенсивность вертикальной циркуляции, чему соответствует большое значение параметра α , а значит и большое значение m . В связи с этим данный эффект может рассматриваться как одна из причин устойчивости анаэробной зоны Черного моря. Во всяком случае, сложный рельеф трехмерной границы сероводородной зоны, известный по данным измерений, свидетельствует о высоком уровне перемежаемости вертикальной циркуляции в Черном море. Можно также предположить, что усиление процессов горизонтального перемешивания вод под действием интенсификации атмосферных процессов по мере глобального потепления приведет к сглаживанию этой границы. Этому процессу соответствует подъем сероводорода на периферии ОЧТ и опускание границы сероводородной зоны на основной части акватории.

Глава 6.

ТРАЕКТОРНЫЕ МОДЕЛИ ТЕПЛООБМЕНА ВОД ОКЕАНА

6.1. Моделирование проникновения климатического сигнала о голоцене вглубь литосферы и океана

Изменение температуры воды с глубиной ниже деятельного слоя в океане обычно связывают со сложными процессами вертикального перемешивания, обусловленными погружением выхолаженных вод в сравнительно небольших по площади районах формирования глубинных вод. Сам факт вертикальной циркуляции вод не вызывает сомнений, однако достоверных данных об интенсивности субдукции выхолаженных вод нет. В классической теории океанического термоклина рассматривается также изменчивость с глубиной коэффициентов турбулентного перемешивания, их связь со скоростью крупномасштабных течений в океане и другие факторы. Однако в ряде работ высказывалось предположение, что низкая температура глубинных вод океана связана не столько с растеканием по дну выхолаженных вод Северной Атлантики и Антарктики, сколько с тем, что до голоцена океан весь был холодным и просто не успел до дна прогреться со времени потепления, произошедшего 10...15 тысяч лет назад. В самом деле, современные значения средней температуры воды в океане и средней температуры приземного слоя воздуха составляют 4 и 15 градусов Цельсия соответственно. Для проверки этой гипотезы надо рассчитать, насколько глубоко проникнет в океан сигнал о потеплении на поверхности в отсутствие турбулентного перемешивания и вертикальной циркуляции, поскольку при достаточно сильном потеплении климата устанавливается устойчивая стратификация вод. Формально эта задача решалась нами путем численного решения уравнения теплопроводности с нестационарным граничным условием на верхней границе. Однако в основе самого подхода к решению лежит все то же траекторное моделирование, в данном случае оно заключается в отслеживании проникновения температурной волны вглубь океана или суши [17].

Будем считать, что теплообмен в океане осуществляется только за счет молекулярной теплопроводности воды. Изменение температуры воды $T(z,t)$ с глубиной z и со временем t в отсутствие турбулентности описывается одномерным уравнением теплопроводности

$$\partial T / \partial t = \chi \partial^2 T / \partial z^2, \quad (6.1)$$

где $\chi = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ – коэффициент молекулярной теплопроводности воды. Из линейности этого уравнения следует, что результирующее изменение температуры с глубиной может рассматриваться в виде линейной суперпозиции функций $T_j(z)$, описывающих роль суточной, сезонной и других видов изменчивости. Это позволяет рассчитывать поправку $\Delta T(z)$, связанную с изменением климата в

начале голоцена, независимо от других процессов. В качестве начального условия для ее вычисления задавалось следующее:

$$T = 0 \text{ }^{\circ}\text{C при } z > 0 \text{ .} \quad (6.2)$$

На поверхности задавалась температура $T_s(t)$ в соответствии с данными палеоклиматологии [42], причем $t = 0$ соответствует началу межледникового 15 тысяч лет назад, а значения функции $T_s(t)$ задавались с разрешением по времени 1 тысяча лет. На верхней границе, таким образом, граничное условие имело вид:

$$T(0, t) = T_s(t) \text{ .} \quad (6.3)$$

В качестве нижней границы брался горизонт $z_H = 4$ км, соответствующий средней глубине Мирового океана. Здесь задавалась нулевая температура: $T(z_H, t) = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Как показали расчеты, за 15 тысяч лет сигнал о потеплении на поверхности не проникал глубже 2 км, таким образом, это условие было вполне оправдано. В такой постановке моделируется сравнительно быстрое повышение среднепланетарной температуры приземного воздуха почти на $10 \text{ }^{\circ}\text{C}$ от 15 до 10 тысяч лет назад. До этого на протяжении 70 тысяч лет на поверхности Земли были условия, соответствовавшие ледниковому периоду, и в океане устанавливалось определенное распределение температуры с глубиной, которое мы будем считать фоновым. Вполне вероятно, что во всей толще вод тогда была температура, близкая к $-1 \text{ }^{\circ}\text{C}$, так как при похолодании климата развивается проникающая конвекция. Расчет искомой климатической добавки к этому профилю температуры проводился по явной конечно-разностной схеме, шаг по времени брался 100 лет, шаг по глубине 100 м. Тем самым достигалась устойчивость схемы по Куранту. Результаты расчетов, соответствующие современной эпохе, показаны на рис. 6.1.

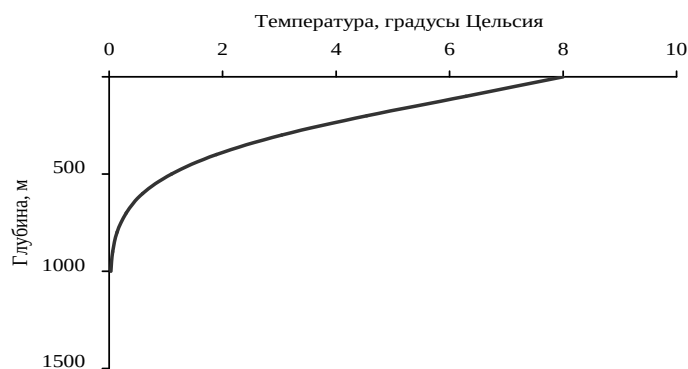


Рис. 6.1. Профиль температуры воды в океане, сформированный к концу голоцена вследствие молекулярной теплопроводности

Хорошо видно, что за время голоцена сигнал о потеплении проник менее чем на 1 км по глубине, причем сформировался характерный профиль температуры, качественно напоминающий главный термоклин в океане. Обращает на себя внимание также тот факт, что в Черном море, где вертикальная структура вод

сформировалась уже в середине голоцена, термоклин такого типа отсутствует: температура воды ниже деятельного слоя здесь растет с глубиной вплоть до дна.

Если применительно к океану рассматриваемый эффект является далеко не единственным фактором, определяющим изменение температуры с глубиной ниже деятельного слоя, то на суше проникновение климатического сигнала вглубь полностью определяется молекулярной теплопроводностью горных пород. Значение коэффициента температуропроводности при этом варьирует от $2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ для осадочных пород до $7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ для базальтов. В остальном процедура расчета профиля $\Delta T(z)$, соответствующего изменению температуры в связи с переходом к голоцену, полностью совпадала с описанной выше. На рис. 6.2 наряду с профилями $\Delta T(z)$ для осадочных пород и базальтов изображены также результаты по градиенту этой добавки $\Delta(dT/dz)$. Одним из следствий оцененного повышения температуры земной коры может быть увеличение частоты вулканических извержений во время межледниковий.

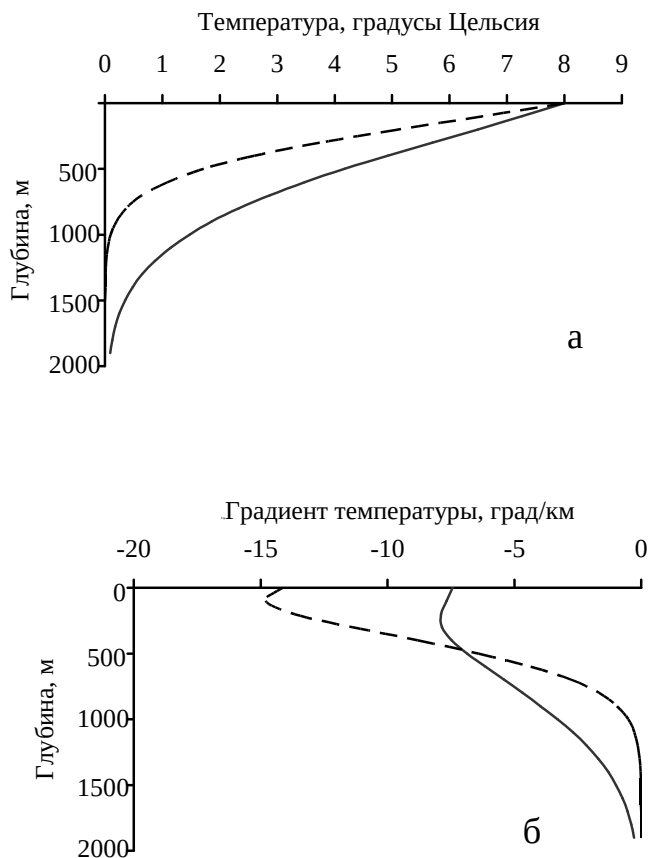


Рис. 6.2. Профили климатической добавки температуры (а) и градиента температуры (б) в базальте (сплошные линии) и осадочных породах (пунктир)

Немаловажным представляется и еще одно обстоятельство. В отличие от океана, фоновое распределение температуры в литосфере определяется поступлением тепла из земных недр. Геотермальный поток в литосфере определяется перепадом температуры на поверхности Земли и у подошвы литосферы. Он направлен снизу вверх, что соответствует поступлению тепла из земных глубин, и определяется выражением

$$F = \lambda \, dT/dz \, , \quad (6.4)$$

где λ – коэффициент теплопроводности слагающих литосферу пород. Поэтому климатическая добавка к градиенту температуры меняет значение этого потока. Инструментальные определения геотермального потока как раз и заключаются в измерении dT/dz . Среднепланетарное значение теплового потока в литосфере составляет $0,06 \text{ Вт/м}^2$, а значения коэффициента теплопроводности для базальтов и осадочных пород $2,9 \text{ Вт/м}\cdot\text{град.}$ и $1,5 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ соответственно. Отсюда получаем $dT/dz = 20,7 \text{ град/км}$ для базальтов и 40 град/км для осадочных пород. Однако, с учетом потепления в голоцене результирующий градиент температуры равен разности собственно геотермального градиента и климатической добавки $\Delta(dT/dz)$. Поэтому данные измерений теплового потока в верхних сотнях метров земной коры дают заниженные значения собственно геотермального потока. Сравнение полученных оценок градиента с кривыми на рис. 6.2 б позволяет говорить о систематической погрешности величиной до 30 %.

6.2. Теплообмен между встречными течениями (на примере Гольфстрима и Лабрадорского течений).

Возможность повторения в ходе современного потепления климата событий типа Дриас, связанных с быстрым похолоданием в Северной Европе вследствие поступления в Северную Атлантику из Арктики большого количества распресненных вод, обуславливает актуальность работ по изучению взаимодействия атлантических и арктических вод. Однако, как правило, основное внимание уделяется проблеме изменения интенсивности и географического положения Северо-Атлантического течения в связи с ослаблением зимней конвекции в Гренландском море и в море Лабрадор [60]. Значительный интерес также вызывают квазипериодические колебания потока тепла, переносимого в Арктику Северо-Атлантическим течением. В то же время в стороне остается вопрос о возможном понижении температуры вод Гольфстрима из-за интенсификации Лабрадорского течения или изменения температуры его вод при интенсивном таянии льдов в Арктике. Еще в 1935 г. В.В. Шулейкин предложил простую модель взаимодействия этих течений, в основе которой лежит отрицательная обратная связь между температурами арктических и атлантических вод. Имелось в виду, что из-за потепления вод Северо-Атлантического течения уменьшается ледовитость Арктики, что ведет к понижению температуры арктических вод, формирующих Лабрадорское течение. Заметим, что современные боксовые модели в значительной степени до сих пор используют тот же подход при выводе уравнений квазипериодической изменчивости.

Представляет интерес исходя из траекторного подхода и модели Шулейкина количественно оценить влияние параметров Лабрадорского течения на тепловой поток, связанный с Гольфстримом. В основе модели лежит взаимодействие арктических и атлантических вод через боковую границу двух встречных течений, а именно обмен теплом между Гольфстримом и Лабрадорским течением

на протяжении от острова Ньюфаундленд до полуострова Флорида. По сути этот эффект аналогичен рассмотренному в п. 5.2 боковому обмену в системе взаимодействующих вертикальных потоков [16].

Рассмотрим два встречных течения, находящихся на расстоянии l друг от друга на протяжении расстояния H (рис. 6.3). Пусть их интенсивность, выражаемая через расход течения, составляет f_1 и f_2 , причем она постоянна на данном участке длиной H . Температура воды T_1 и T_2 в этих течениях меняется с координатой x (вдоль течения) за счет бокового теплообмена между ними по оси y . На рис. 6.3 ширина течений обозначена через d_1 и d_2 соответственно, причем в отличие от работы [16] их равенство здесь не предполагается. Для простоты будем считать, что в самой струе течения температура по оси y не меняется и постепенный переход от T_1 к T_2 происходит в полосе шириной l между течениями. Вследствие горизонтального турбулентного обмена, характеризующегося коэффициентом турбулентной теплопроводности K , в этой полосе существует тепловой поток от теплого течения к холодному, плотность которого равна:

$$J = \lambda (T_1 - T_2) / l, \quad (6.5)$$

где λ – эффективный коэффициент теплопроводности, который можно в данном случае выразить через плотность воды ρ , ее теплоемкость C и коэффициент K :

$$\lambda = K \rho C. \quad (6.6)$$

При глубине течения h площадь боковой границы для элемента течения длины Δx составит $h \Delta x$, соответственно поток тепла через нее равен:

$$F = K \rho C (T_1 - T_2) h \Delta x / l. \quad (6.7)$$

В связи с этим в установившемся режиме при фиксированных температурах T_1^0 и T_2^0 на входе течений в рассматриваемую систему температура теплого течения будет постепенно уменьшаться вниз по течению, а температура холодного течения – увеличиваться. Причем температура воды в теплом течении на выходе из системы очевидно будет зависеть от температуры воды в холодном течении. Собственно в этом и заключается отрицательная обратная связь между ними. Пусть для определенности индекс 1 соответствует тепловому течению (Гольфстриму), а 2 – холодному (Лабрадорскому).

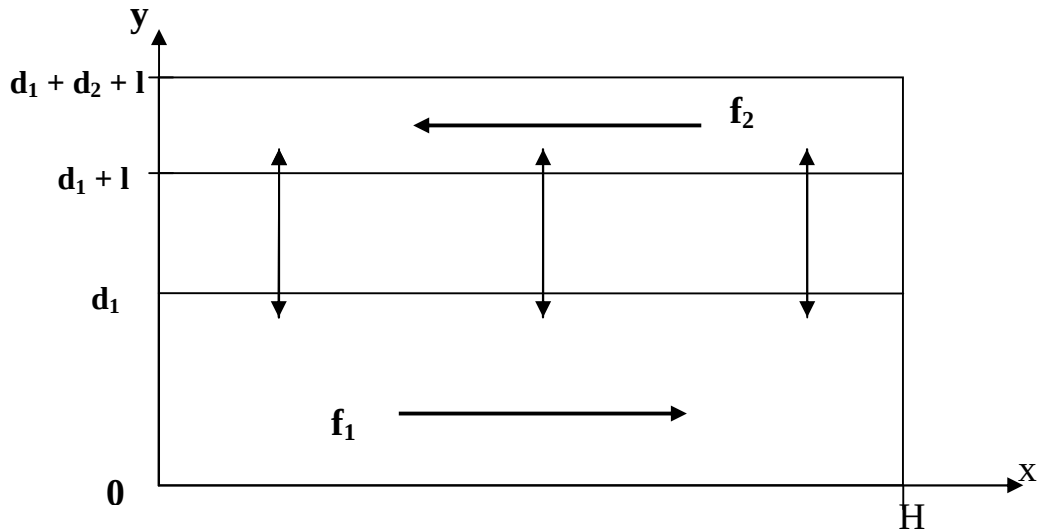


Рис. 6.3. Схема бокового горизонтального взаимодействия течений

Чтобы оценить интегральный теплообмен между течениями приравняем турбулентный поток тепла (6.6) уменьшению адвективного переноса тепла на единице длины течения Δx . Для этого выразим последний через уменьшение температуры воды в теплом течении вдоль оси x на отрезке Δx , которое обозначим ΔT_1 :

$$\Delta Q = f_1 \rho C \Delta T_1 . \quad (6.7)$$

В свою очередь $\Delta T_1 = (\partial T_1 / \partial x) \cdot \Delta x$, таким образом из условия баланса потоков (6.6) и (6.7) получим дифференциальное уравнение для T_1 :

$$f_1 (\partial T_1 / \partial x) = -K(T_1 - T_2) h / l . \quad (6.8)$$

Как и в работе [16], здесь удобно ввести параметр L_1 , имеющий смысл характерной длины, на которой происходит заметное изменение температуры воды теплого течения:

$$L_1 = f_1 l / K h . \quad (6.9)$$

Аналогично для холодного течения введем параметр L_2 :

$$L_2 = f_2 l / K h . \quad (6.10)$$

С учетом (6.9) уравнение (6.8) можно записать в виде:

$$\partial T_1 / \partial x = - (T_1 - T_2) / L_1 . \quad (6.11)$$

Следует отметить, что поскольку расход течения $f_1 = v_1 d_1 h$, где v_1 – скорость течения, то параметр L_1 с учетом (6.8) на самом деле зависит от ширины течения d_1 , а не от его глубины h :

$$L_1 = v_1 d_1 l / K . \quad (6.12)$$

Очевидно, те же рассуждения, но относительно второго течения дают уравнение:

$$\partial T_2 / \partial x = - (T_1 - T_2) / L_2 . \quad (6.13)$$

Таким образом, температура обоих течений при $T_1 > T_2$ линейно уменьшается с увеличением координаты x (рис. 6.3). Наконец, после вычитания (6.11) из (6.13) получим:

$$\partial (T_1 - T_2) / \partial x = (1/L_2 - 1/L_1) (T_1 - T_2) . \quad (6.14)$$

Отсюда следует, что разность температур $\Delta T(x) = T_1(x) - T_2(x)$ в системе встречных течений экспоненциально зависит от координаты x :

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \cdot e^{x/L} . \quad (6.15)$$

Здесь введен новый параметр L , который определяется значениями параметров L_1 и L_2 следующим образом:

$$1/L = 1/L_2 - 1/L_1 . \quad (6.16)$$

В частности, при $L_1 = L_2$ получим $\Delta T(x) = \text{const}$, что соответствует взаимодействию одинаковых по интенсивности встречных течений [16].

Чтобы теперь оценить степень влияния Лабрадорского течения на Гольфстрим, выразим температуру воды теплого течения на выходе из системы, то есть найдем $T_1(H)$. Для этого используем тот факт, что в установившемся режиме суммарные тепловые потоки, переносимые обоими течениями, одинаковы на входе в систему и на выходе из нее. Если пренебречь разницей в плотности вод, согласно (6.7) это означает:

$$f_1 T_1(0) - f_2 T_2(0) = f_1 T_1(H) - f_2 T_2(H) , \quad (6.17)$$

причем известно, что $T_1(0) = T_1^0$ и $T_2(H) = T_2^0$. Кроме того, из (6.15) следует:

$$T_1(H) - T_2^0 = [T_1^0 - T_2(0)] \cdot e^{H/L} . \quad (6.18)$$

Решив систему этих двух линейных уравнений относительно $T_1(H)$ и $T_2(0)$, получим:

$$T_1(H) = [T_1^0(1 - f_1/f_2) \cdot e^{H/L} + T_2^0(1 - e^{H/L})] / [1 - (f_1/f_2) \cdot e^{H/L}], \quad (6.19)$$

$$T_2(0) = [T_2^0(f_2/f_1 - 1) + T_1^0(1 - e^{H/L})] / [f_2/f_1 - e^{H/L}]. \quad (6.20)$$

Неэффективному теплообмену между течениями соответствует случай $H \ll L$, при этом $T_1(H) \approx T_1^0$, то есть холодное течение не влияет на температуру теплого. И наоборот, если $H \gg L$, то $T_1(H) \approx T_2^0$. Такая ситуация соответствует максимальному влиянию арктических вод на температуру Гольфстрима у острова Ньюфаундленд.

Поскольку расход Гольфстрима намного превышает расход Лабрадорского течения, то $f_2 \ll f_1$. Из (6.9, 6.10) тогда следует $L_2 \ll L_1$, что с учетом (6.16) означает $L \approx L_2$. Таким образом, влияние Лабрадорского течения на температуру воды в Гольфстриме в данном приближении зависит от температур T_1^0 и T_2^0 до взаимодействия течений, от отношения интенсивностей этих течений f_2/f_1 , а также от отношения характерных параметров длины системы взаимодействующих течений H/L_2 :

$$T_1(H) \approx [T_2^0(1 - \exp(H/L_2)) - T_1^0(f_1/f_2) \cdot \exp(H/L_2)] / [1 - (f_1/f_2) \cdot \exp(H/L_2)]. \quad (6.21)$$

Найдем теперь количественную оценку данной величины с учетом реального значения параметров модели. Длина Гольфстрима составляет около 3000 км, однако основное взаимодействие с поверхностным Лабрадорским течением происходит на участке от мыса Гаттерас до острова Ньюфаундленд. В связи с этим для оценки возьмем $H = 1000$ км. Температура течений до взаимодействия составляет 25 °С для Гольфстрима и 5...10 °С в зависимости от сезона для Лабрадорского течения. Сложнее оценить параметр K . В моделях глобальной циркуляции используют значения коэффициентов горизонтального турбулентного обмена в океане порядка $10^7 \dots 10^8$ см²/с [5], однако, как правило, они существенно завышены для обеспечения вычислительной устойчивости. Так, определение коэффициента горизонтального турбулентного обмена по данным измерений вблизи течения Куроиси дает значение 600 м²/с. Кроме того, рассматриваемая система течений расположена вблизи берега, что ведет к уменьшению масштаба турбулентных пульсаций, а значит и значения K . В связи с этим для оценки бралось $K = 500$ м²/с. Средний расход Гольфстрима на рассматриваемом участке по разным данным составляет от 50 до 90 млн м³/с, поэтому бралось $f_1 = 70$ млн м³/с. Для Лабрадорского течения характерный расход составляет около $f_2 = 5$ млн м³/с, таким образом $f_2/f_1 = 0,071$. Для оценки L_2 зададим $l = 100$ км и $h = 400$ м, после чего воспользуемся формулой (6.10). В результате получим $L_2 = 2500$ км и, соответственно, $H/L \approx 0,4$. Следует отметить, что судить о значении отношения H/L гораздо сложнее, чем об отношении расходов, и в то же время зависимость результата от этого параметра весьма сильная, экспоненциальная. В данном случае H порядка L , то есть асимптотическое разложение неприменимо, а подстановка полученных значений в выражение (6.19) при $T_2^0 = 5$ °С дает $T_1(H) \approx 24,5$ °С. Это означает, что температура воды в Гольфстриме у острова Ньюфаундленд за счет взаимодействия

с Лабрадорским течением понижается лишь на $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Сравнение полученной оценки с результатами измерений осложняется в частности тем, что не учитывался прогрев Гольфстрима через поверхность воды вдоль трассы течения в связи с положительным радиационным балансом. Поскольку используемые при оценки значения параметров K , l , h и H известны недостаточно точно, на рис. 6.4 приведена зависимость результатов расчета температуры воды в Гольфстриме и в Лабрадорском течении после их взаимодействия для отношения H/L в диапазоне от 0,2 до 5. Расход Лабрадорского течения выражен в Свердрупах (1 Св = млн $\text{м}^3/\text{с}$).

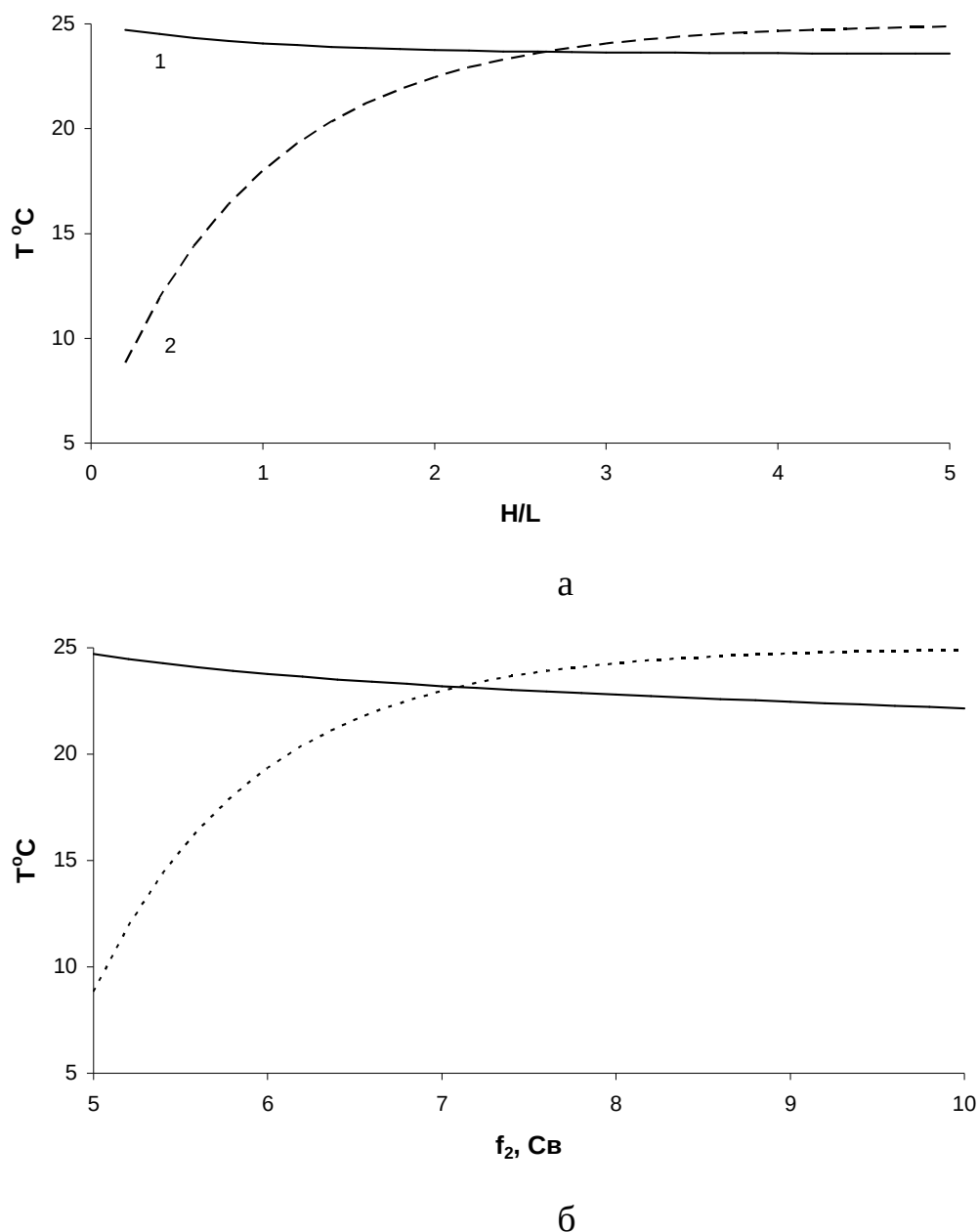


Рис. 6.4. Зависимость результатов расчетов температуры воды в течениях после их взаимодействия от характерного параметра модели H/L (а) и интенсивности Лабрадорского течения (б)

Как видно из (6.19) изменение начальной температуры Лабрадорского течения T_2^0 вызывает пропорциональное изменение температуры $T_1(H)$. Увеличение расхода Лабрадорского течения f_2 в рамках данной модели на первый взгляд ведет к большему значению параметра L_2 и, соответственно, к уменьшению отношения H/L . Формально это означает, как видно из рис.6.4, увеличение $T_1(H)$. На самом деле это не так. Например, если расход Лабрадорского течения увеличивается только за счет его глубины, то в соответствии с (6.12) значение L_2 остается прежним. Кроме того, при такой оценке необходимо учитывать еще и изменение отношения расходов течений f_1/f_2 , которое тоже входит в выражение (6.19). В этом смысле рис. 6.4 а скорее можно интерпретировать как зависимость температуры течений от коэффициента горизонтальной турбулентной температуропроводности K , которому пропорционально отношение H/L . Коэффициенты горизонтального турбулентного обмена могут увеличиваться, например, за счет роста циклонической активности и, как видно из рис.6.4, это ведет к уменьшению температуры Гольфстрима по сравнению с ситуацией, когда меньше повторяемость штормов. Тот факт, что температура теплого течения понижается при усилении горизонтального перемешивания достаточно очевиден. Однако в данном случае рис. 6.4 позволяет также сделать вывод, что этот эффект сильнее проявляется при малых значениях коэффициента K . Точно также увеличение интенсивности Лабрадорского течения сильнее сказывается на температуре вод Гольфстрима на начальном этапе.

Таким образом, в данном случае траекторный подход даже позволил получить аналитическое решение задачи об установившемся теплообмене между встречными течениями. В оставшейся части этого раздела рассмотрено применение численного метода решения задач тепло–массообмена, основанного на моделировании траекторий стохастического движения так называемых «жидких частиц».

6.3. Оценка неоднородности перераспределения талых вод в Северной Атлантике

Климат Европы существенно зависит от интенсивности термохалинной циркуляции в Атлантическом океане. Из палеоклиматических данных и результатов численных экспериментов с моделями общей циркуляции океана известно, что при достаточно интенсивном поступлении талых вод из Арктики происходит ослабление или даже блокирование этой циркуляции в связи с усилением стратификации в районах формирования глубинных вод в Северной Атлантике. Поскольку пока нельзя исключить повторение такого рода термохалинной катастрофы на фоне современного глобального потепления, то вопрос о перераспределении в Северной Атлантике вод арктического происхождения является актуальным.

В основном воды пониженной солености из Арктики переносятся в Атлантический океан поверхностными прибрежными течениями, такими как Восточно-Гренландское и Лабрадорское течения. Они проходят вблизи берегов

Гренландии, поэтому при разрушении ее ледников талые воды тоже будут попадать в эти течения. По всей акватории Северной Атлантики распресненные воды из этих течений распространяются в результате горизонтальной турбулентной диффузии. В зависимости от ширины струи течения, его скорости и значений коэффициентов горизонтального турбулентного обмена могут реализовываться существенно различные режимы перераспределения вод пониженной солености по акватории. В одном предельном случае (мощное течение и слабая диффузия) талые воды будут в основном переноситься течением и покидать район формирования глубинных вод. В другом (слабое течение, сильная диффузия) – будут почти равномерно распределяться по Северной Атлантике, оказывая влияние на стратификацию вод по всей акватории. Представляет интерес уточнить, какой из режимов соответствует реальным параметрам течений, а также оценить время, за которое достигается квазиоднородное распределение вод пониженной солености в рассматриваемой акватории.

Для решения поставленной задачи рассматривался адвективно-диффузионный перенос пассивной примеси, под которой в данном случае понимались воды пониженной солености. Для простоты будем считать, что прибрежное течение имеет фиксированную ширину, а берег расположен вдоль прямой линии. Моделировалась ситуация, когда, начиная с определенного момента и в течение некоторого времени, в прибрежных водах вблизи начала координат поддерживается заданная концентрация примеси. Следует отметить, что при этом рассматривается существенно нестационарный процесс и нас как раз интересует оценка скорости распространения вод пониженной солености по акватории.

Схема акватории, для которой проводились расчеты, приведена на рис. 6.5. Вдоль оси x рядом с берегом проходит течение шириной d . При $x > 0$ это течение за счет горизонтальной турбулентной диффузии взаимодействует с прилегающей к нему неподвижной водной массой, что ведет в частности к переносу примеси по оси y (от берега). Будем считать, что течение распространяется вдоль оси x неограниченно, но основной интерес представляет изменение со временем концентрации примеси на участке, прилегающем к началу координат. С учетом расположения районов формирования глубинных вод в Северной Атлантике длина такого участка около 1000 км, поэтому рассматривалась область с координатами от $x = 0$ до $x = 1200$ км. Таким образом, решалась двумерная задача адвективно-диффузионного переноса примеси в горизонтальной плоскости xy . Расчет эволюции распределения примеси заключается в последовательном прослеживании траекторий отдельных частиц с последующей дискретизацией результирующего пространственного распределения частиц на интересующий момент времени t . С этой целью уже после моделирования траекторий частиц задавалась разностная сетка с шагом $\Delta x = \Delta y = 10$ км, в ячейках которой подсчитывалось количество оказавшихся там частиц. В этом смысле пространственное распределение примеси рассчитывалось по известному в гидромеханике методу частиц в клетках [7]. Шаг разностной сетки определяется количеством частиц в отдельных ячейках, которое не должно быть слишком

малым. Дело в том что относительная статистическая погрешность определения концентрации примеси в данной точке пропорциональна $N^{-1/2}$, где N – число частиц в соответствующей ячейке со сторонами Δx и Δy . Так, при $N = 100$ погрешность порядка 10%.

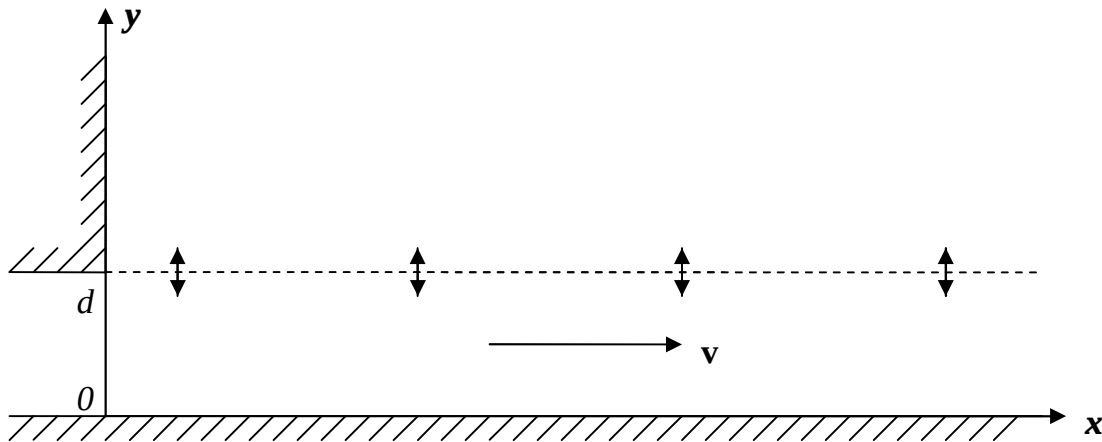


Рис. 6.5. Схема переноса примеси

Само численное моделирование эволюции распределения примеси проводилось по методу Монте-Карло [75]. В начальный момент задавалось равномерное двумерное распределение частиц на «ленте» течения при $x < 0$, тогда как в области $x > 0$ они отсутствовали. За каждый шаг по времени Δt частицы, находившиеся в тот момент в пределах течения, т.е. при $y < d$, смещались по оси x на расстояние $v\Delta t$, где v – скорость течения. Тем самым моделировался адвективный перенос примеси. Кроме того на каждом временном шаге координаты частицы в любой точке менялись за счет так называемого турбулентного скачка, что соответствовало диффузионному переносу. Поскольку направление такого скачка в горизонтальной плоскости (азимутальный угол φ) на каждом шаге по времени определялось с помощью датчика случайных чисел с равномерным распределением в диапазоне $(-\pi, \pi)$, то траектория частицы описывала случайное блуждание. Такого рода процедуру принято называть моделированием турбулентного переноса по методу Монте-Карло [67]. Соответствующее смещение частицы по оси x за время Δt рассчитывалось по формуле

$$L_x = L \cdot \cos\varphi, \quad (6.22)$$

где L – длина турбулентного скачка, которая оставалась постоянной и предварительно определялась как функция заданного коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии A_L и временного шага Δt . Эта зависимость имеет вид:

$$L = \sqrt{2 A_L \Delta t}. \quad (6.23)$$

Аналогично смещение частицы по оси y за шаг по времени Δt рассчитывалось как:

$$L_y = L \cdot \sin \varphi, \quad (6.24)$$

В отличие от переноса по оси x адвективный перенос по оси y отсутствовал во всей рассматриваемой области. В данном случае задавалось $A_L = 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$, а Δt в разных численных экспериментах бралось от 8 часов до 3 суток, соответственно длина турбулентного скачка L варьировалась от 7,6 до 22,9 км. Скорость течения v принималась равной 0,4 м/с.

Расчет отдельной траектории заключался в определении координат блуждающей частицы в последовательные моменты времени. После очередного i -го шага по времени координаты частицы вычислялась по итерационной формуле:

$$x_i = x_{i-1} + L_x + v\Delta t, \quad (6.25)$$

$$y_i = y_{i-1} + L_y, \quad (6.26)$$

причем соответствующие значения L_x и L_y рассчитывались по формулам (6.22, 6.24) на каждом временном шаге. Если при этом происходил выход частицы за границы расчетной области, например достигалось значение $y_i < 0$, то принималось, что $y_i = y_{i-1}$. Это соответствует заданию турбулентного погранслоя вблизи берега, в котором отсутствует турбулентное перемешивание. С другой стороны такое граничное условие можно рассматривать и как условие непрохождения примеси.

В каждом численном эксперименте прослеживались траектории порядка десяти миллионов частиц с заданными начальными координатами, что потребовало значительных вычислительных ресурсов. Плотность начального распределения частиц в струе течения составляла 5000 частиц в ячейке $10 \times 10 \text{ км}^2$. Как показали результаты расчетов, чисто турбулентный перенос по оси y за 1 год ни для одной частицы не превышал 900 км, поэтому в дальнейшем для экономии машинного времени расчет траекторий прекращался при достижении частицей координаты $x > 2100 \text{ км}$.

На рис. 6.6 приведены результаты численных экспериментов в виде положения границы области, за которой концентрация примеси составляет менее 10 % начальной. В абсолютных единицах это соответствует 500 частиц/ячейку. При этом еще сказывается статистическая погрешность, в связи с чем показанные на рис. 6.6 изолинии несколько неровные. Положение изолиний между центрами соседних ячеек рассчитывалось с помощью линейной интерполяции. Заметим, что в самой струе течения в рассматриваемой области значений $x < 1200 \text{ км}$ концентрация примеси по сравнению с начальной составляла не менее 82 % во всех экспериментах, а непосредственно вблизи берега превышала 90 %. Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод, что даже через год концентрация примеси на расстоянии 400 км от берега в рассматриваемой области будет на порядок меньше, чем непосредственно вблизи берега.

Как видно из рис. 6.6, смещение изолинии со временем замедляется в соответствии с известным для диффузионного переноса соотношением о

пропорциональности смещения частицы по оси y значению $t^{1/2}$. В целом полученные распределения концентрации примеси как функции расстояния от берега вне струи течения близки к результатам аналогичных расчетов в рамках одномерной модели турбулентной диффузии частиц из неподвижной «ленты» течения с той же начальной плотностью частиц на всем ее протяжении (рис.6.7). Начальная плотность распределения частиц в струе в этом случае задавалось равной 50000 в ячейке.

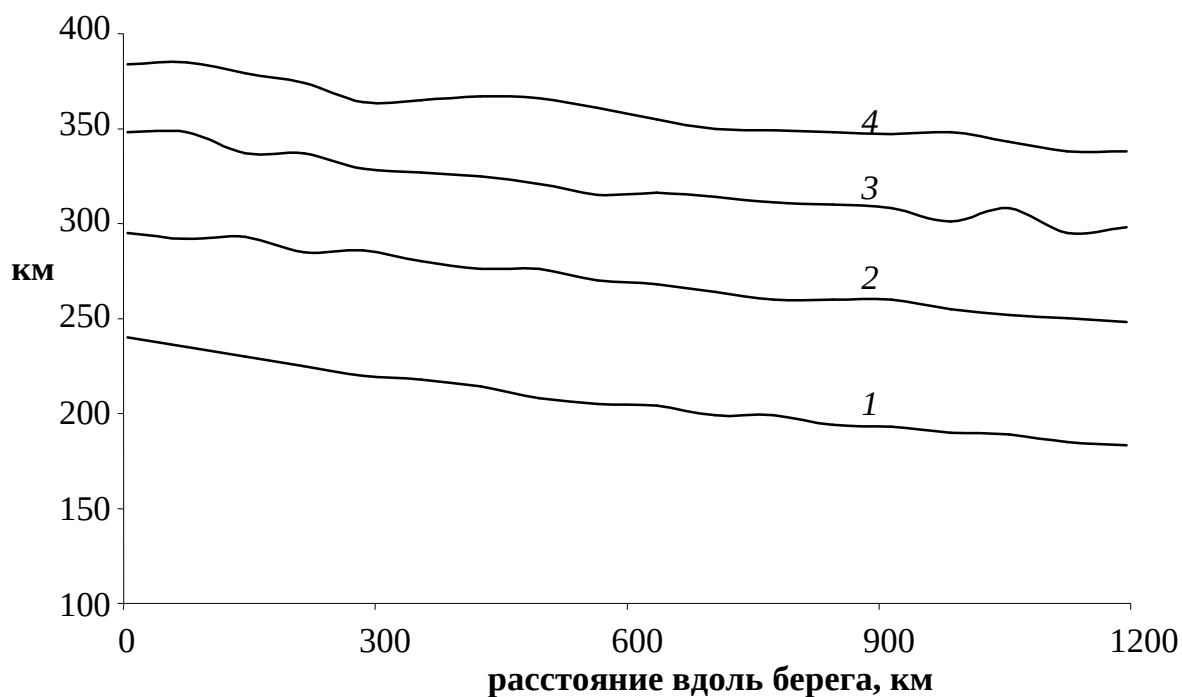


Рис. 6.6. Рассчитанное положение изолиний десятипроцентной концентрации примеси через:
1 – 3 месяца, 2 – 6 месяцев, 3 – 9 месяцев, 4 – 1 год

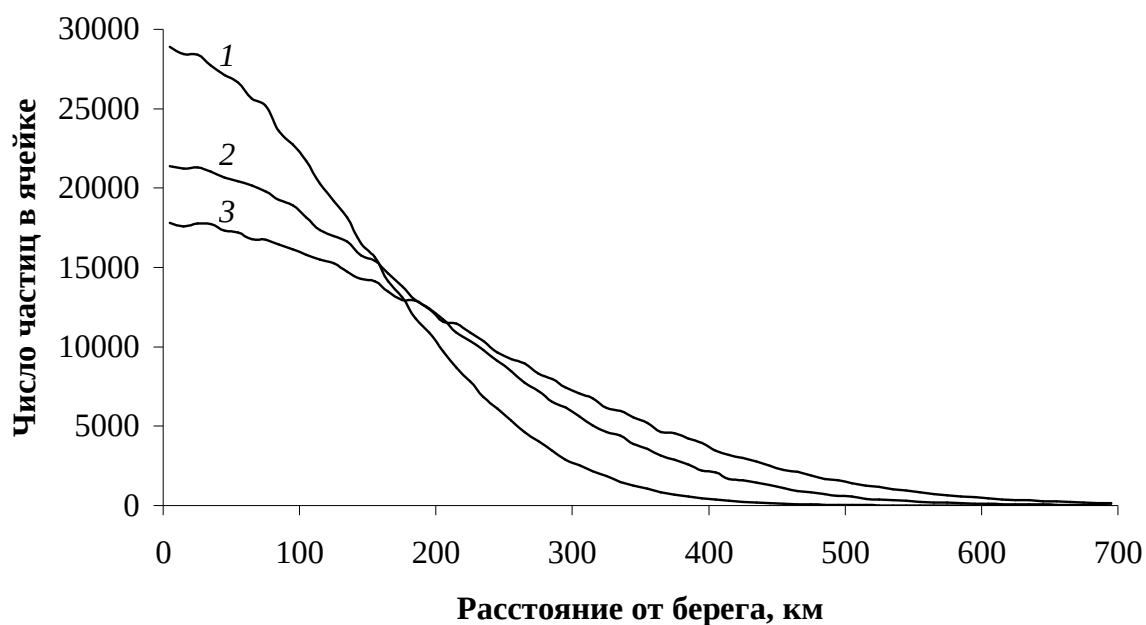


Рис. 6.7 Изменение распределения концентрации частиц в ячейках со временем в рамках одномерной модели: 1 – 0,5 года, 2 – 1 год, 3 – 1,5 года

Из рис. 6.7 видно, что концентрация частиц в струе течения уменьшается вдвое только примерно через год. За это время при скорости течения порядка 0,4 м/с примесь будет перемещена течением на расстояние свыше 10 тыс. км. В пределах Северной Атлантики воды Восточно-Гренландского и Лабрадорского течения проходят не более 3000 км, на что уходит 3-4 месяца. Расчет диффузии частиц из струи течения показывает, что через 3 месяца в пределах струи остается 65 % начальных частиц. Таким образом, большая часть примеси проходит транзитом рассматриваемую область акватории, не оказывая влияния на ее стратификацию. Тем не менее со временем примесь все же распространяется за границы течения. В этом смысле концентрация примеси вблизи берега здесь остается практически неизменной, а граница распространения примеси медленно смещается от берега, как это показано на рис.6.6. Данный режим перераспределения примеси в акватории очевидно близок к ситуации, когда в прибрежной полосе шириной d поддерживается постоянная концентрация примеси. Задачу о диффузии примеси по оси y при этом удобнее решать обычным конечно-разностным методом. Для обеспечения устойчивости разностной схемы шаг по времени брался равным 1 часу, остальные параметры оставались прежними. Результаты расчетов приведены на рис. 6.8. Видно, что даже через 1,5 года на расстоянии 700 км от берега концентрация примеси остается на порядок меньше, чем в струе течения. Поскольку эти результаты соответствуют оценке сверху для исходной задачи, можно утверждать, что и в случае переноса примеси течением, когда концентрация примеси убывает вниз по течению, они справедливы.



Рис. 6.8. Изменение распределения примеси со временем при фиксированной ее концентрации в струе течения: 1 – 0,5 года, 2 – 1 год, 3 – 1,5 года

Распределения концентрации примеси, приведенные на рис. 6.7 и рис. 6.8, соответствуют разрезам, сделанным перпендикулярно к берегу. По сути они представляют собой асимптотики для случаев слабого и сильного течений, когда задача вырождается из двумерной в одномерную. При этом эволюция

распределения концентрации примеси приближенно описывается одномерным уравнением турбулентной диффузии по оси y . Соответственно, распространение примеси по этой оси за время Δt можно оценить по формуле вида (6.23). Отсюда в частности следует, что поступающие с течением из Арктики распресненные воды более-менее равномерно распределяться по Северной Атлантике за время порядка сотен лет.

Предположение об однородности «втока» вод пониженной солёности на акваторию от 50° до 70° с.ш. обычно используется при моделировании термохалинной катастрофы в рамках моделей общей циркуляции с целью уменьшения вычислительных погрешностей. Поскольку использованные в данной работе параметры течения примерно соответствуют параметрам Восточно-Гренландского течения, полученные результаты позволяют сделать некоторые выводы, касающиеся правомерности такого предположения. Во-первых, можно утверждать, что большая часть распресненных вод, переносимых Восточно-Гренландским течением, вообще не оказывает влияния на стратификацию вод в Северной Атлантике, проходя ее транзитом. То есть при поступлении $0,3$ млн $\text{м}^3/\text{с}$ пресных вод из Арктики непосредственно в Северную Атлантику перераспределяется только около $0,1$ млн $\text{м}^3/\text{с}$. Во-вторых, за время, характерное для перехода к холодному климату в Северной Европе при событиях типа Дриас, распределение распресненных вод, переносимых Восточно-Гренландским течением, не успевает стать однородным на масштабах порядка 1000 км. Другими словами, при интенсивном таянии льдов Арктики в течение аномально теплого периода продолжительностью даже в десятки лет распределение талых вод в Северной Атлантике останется весьма неоднородным. Причем повышенное содержание этих вод будет именно вблизи районов формирования глубинных вод, что может существенно уменьшить критическое поступление талых вод, оцениваемое величиной 1 млн $\text{м}^3/\text{с}$. Таким образом, выделенные два фактора оказывают противоположное воздействие на процесс образования глубинных вод в Северной Атлантике. Это необходимо учитывать в ходе дальнейших исследований влияния потепления Арктики на термохалинную циркуляцию в Атлантическом океане.

Заметим, что совершенно аналогичный подход может применяться и для моделирования, например, динамики нефтяного загрязнения акватории, когда нефть в результате аварии начинает поступать в воды прибрежного течения. В этом случае результаты расчетов, приведенные на рис.6.6 - 6.8, просто следует интерпретировать как параметры загрязнения (то есть под примесью теперь понимается не пресная вода, а нефть) [22].

6.4. Оценка скорости обновления воды в океанском конвейере

К концу 80-х годов 20-го века в физике моря накопился ряд фактов, для объяснения которых была выдвинута гипотеза о существовании в Мировом океане протяженной ячейки циркуляции, охватывающей все океаны. По сути это было развитие классической схемы с двумя ячейками вертикальной циркуляции, предложенной Э. Ленцом для Атлантического океана еще в 19-м веке. Новая

схема, известная под названием «лента Брокера», «лента океанского конвейера» и «глобальный океанский конвейер» впоследствии неоднократно уточнялась и дополнялась, в нее вводились новые районы образования глубинных вод, дополнительные петли и ячейки циркуляции]. В рамках данной схемы удалось, в частности, объяснить направленный на север меридиональный перенос тепла в Южной Атлантике. С другой стороны, это предположение получило экспериментальное и теоретическое подтверждение. Так, прямой эксперимент с химическими трассерами CFC в рамках программы WOCE показал, что возраст глубинных вод вдоль Атлантического побережья Северной и Южной Америки монотонно возрастает от района их формирования вблизи Гренландии с севера на юг в соответствии с расположением трассы глубинной ветви конвейера. Аналогичное закономерное изменение концентрации других химических трассеров, таких как растворенный кислород, нитраты, фосфаты и кремний в глубинных водах отмечалось и ранее, но только теперь удалось количественно оценить параметры циркуляции. Выяснилось, например, что возраст глубинных вод при пересечении экватора достигает 27–29 лет, что соответствует средней скорости движения «ленты» конвейера 2 градуса широты в год, то есть 0,5 см/с. Последующие работы в этом направлении были связаны с численным моделированием процесса переноса примеси из района формирования глубинных вод на основе трехмерного поля скоростей, полученного с помощью модели общей циркуляции океана. Как выяснилось, современные модели общей циркуляции воспроизводят и такую систему циркуляции, как лента межконтинентального конвейера. Численные эксперименты ряда исследователей позволили определить размеры «ленты» и ее точное положение. Так, на 25° ю.ш. циркуляция, соответствующая конвейеру, охватывает слой воды от горизонта 1500 м до дна, причем по ширине лента простирается от 31°з.д. до 41° з.д. Таким образом, ширина «ленты» океанского конвейера в данном месте составляет 1000 км. Кроме того, такого рода расчеты позволили оценить интенсивность циркуляции, которая для глубинной ветви конвейера составила величину порядка 10^7 м³/с, а также возраст воды на разных участках глубинной трассы. Время полного прохождения замкнутой ячейки циркуляции составило при этом до 300 лет.

Зная параметры океанского конвейера можно решать широкий круг задач, связанных с меридиональным переносом тепла в океане и с обменом между поверхностными и глубинными водами океана. Например, в соответствии с механизмом боковой конвекции, усиление интенсивности циркуляции вод в конвейере при холодных зимах в высоких широтах, где находится район формирования глубинных вод, позволяет прогнозировать потепление в умеренных широтах Европы за счет увеличения переноса тепла поверхностной ветвью конвейера. Актуальными являются и такие задачи, как оценка стока антропогенного CO₂ в океан [19], определение вклада океанского конвейера в циклическое изменение климата в плейстоцене. Как правило, их решение связано с вычислением переноса примеси или тепла самим конвейерным механизмом циркуляции и соответствующего обмена между «лентой» конвейера и окружающей ее водной массой. И если первая проблема решается тривиально, то

вторая связана со значительными сложностями и требует неординарного подхода. Одним из таких подходов является траекторное моделирование.

Рассмотрим обмен между глубинной ветвью океанского конвейера и окружающей ее водами. Этот обмен происходит за счет турбулентного перемешивания через боковые границы «ленты» и ее верхнюю границу (рис. 6.9). В данном случае удобнее использовать модель турбулентного переноса [67], которая в отличие от классического уравнения турбулентной диффузии вообще говоря не требует вычисления распределения концентрации примеси по заданным граничным и начальным условиям. Вместо решения детерминированного уравнения диффузии при этом моделируется хаотическое движение частиц воды, которые перераспределяясь в пространстве переносят и свои свойства, такие как концентрация примеси или температура воды. Таким образом непосредственно рассчитывается само пространственное распределение частиц воды, которые движутся по ленте конвейера из района формирования глубинных вод.

Для моделирования турбулентного переноса через боковые стенки ленты по методу Монте-Карло решалась задача об изменении со временем плотности распределения частиц по оси x . В начальный момент задавалось равномерное на отрезке $(-d/2, d/2)$ распределение частиц воды внутри конвейерной ленты. Общее количество частиц, судьбы которых прослеживались в ходе одного численного эксперимента, составляло 10^6 . Поскольку при смещении вдоль ленты конвейера частицы не покидают ее, то моделировалось только изменение координаты x (рис. 6.9). С этой целью на каждом шаге по времени разыгрывалось направление турбулентного скачка в горизонтальной плоскости, то есть азимутальный угол φ . Для этого использовался датчик случайных чисел с равномерным распределением в диапазоне $(-\pi, \pi)$. Смещение частицы по оси x за временной интервал Δt рассчитывалось по формуле, аналогичной (6.22):

$$\Delta x = L \cdot \cos \varphi, \quad (6.27)$$

где длина турбулентного скачка определяется соотношением (6.23). Заметим, что для одномерного движения аналогичное соотношение $L^2 = A_L \Delta t$ непосредственно следует из разностного аналога уравнения турбулентной диффузии:

$$\partial C / \partial t = A_L \partial^2 C / \partial x^2. \quad (6.29)$$

Интенсивность обмена через поверхность ленты пропорциональна величине скачка L и площади этой поверхности. Если нормировать обмен на единицу длины ленты, то в соответствии с (6.29) отношение потока частиц через боковые стенки F_6 к потоку через верхнюю поверхность ленты F_v определяется выражением:

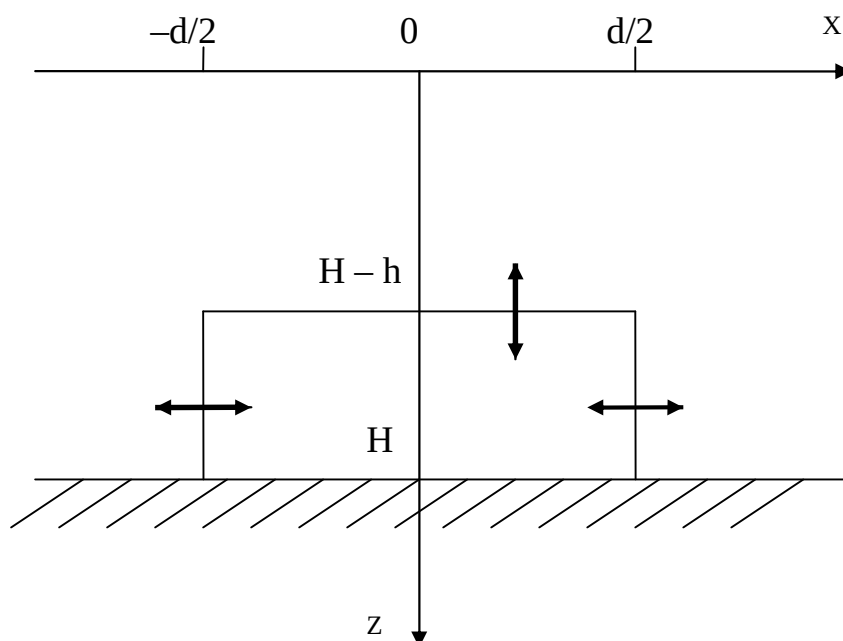


Рис. 6.9. Схема сечения конвейерной ленты. Стрелками показан турбулентный обмен через ее поверхность

$$F_{\theta}/F_v = (2h/d)(A_L/A_z)^{1/2}, \quad (6.30)$$

где A_z — коэффициент вертикальной турбулентной диффузии, h — толщина ленты и d — ее ширина. При $A_L = 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$, $A_z = 0,1 \text{ см}^2/\text{с}$ [5] с учетом $d = 1000 \text{ км}$ и $h = 2 \text{ км}$ получим, что боковой обмен в данном случае в 40 раз интенсивнее вертикального. Собственно поэтому данная схема циркуляции и называется «лентой», по форме сечения это широкое и сравнительно тонкое течение наподобие Антарктического циркумполярного течения. Таким образом, в первом приближении достаточно рассмотреть только горизонтальное «размывание» ленты океанского конвейера.

Проводились численные эксперименты с разными Δt , которые показали, что результаты расчетов слабо меняются при дальнейшем уменьшении шага по времени после $\Delta t = 3$ месяца. Это значение и использовалось в дальнейших расчетах. С учетом (6.23) тогда длина скачка $L = 125,5 \text{ км}$. Для определения положения отдельной частицы, например, через 100 лет соответственно рассчитывалось 400 ее «скачков», причем после очередного i -го шага по времени координата частицы по оси x определялась по формуле:

$$x_i = x_{i-1} + \Delta x_i \quad . \quad (6.31)$$

Если частица в процессе такого движения отходила дальше, чем на 7000 км от оси ленты, ее судьба в дальнейшем не рассматривалась. Таким образом, в данной постановке задачи краевые эффекты не учитывались, то есть расстояние от «ленты» до берега принималось достаточно большим. Не рассматривалось,

также, влияние подводных хребтов и изменение глубины океана H по трассе конвейера. Учет этих факторов требует задания рельефа дна и точных координат ленты по всей трассе. Очевидно, что задав условие непрохождения для частиц, вышедших в процессе блуждания на стенку бассейна, мы замедлим процесс «размывания» ленты. Например, в Атлантическом океане на 25° ю.ш., где глубинная ветвь конвейера прижата к берегу Южной Америки [5], уменьшение числа первичных частиц внутри «ленты» за единицу времени будет вдвое меньше, чем на тех участках конвейера, где по обе стороны от «ленты» нет препятствий для движения «жидких частиц».

На рис. 6.10 представлено рассчитанное распределение первичных частиц на разном расстоянии от оси ленты через разные промежутки времени, прошедшего с момента формирования глубинных вод [20]. Зная скорость движения воды по ленте конвейера нетрудно поставить в соответствие этим временным интервалам пространственные, то есть расстояние, пройденное частицами вдоль ленты конвейера. Так, при средней скорости $v = 0,5$ см/с моменту $t = 100$ лет соответствует расстояние 16000 км. По ординате на рис. 6.10 отложена линейная плотность первичных частиц по оси x с пространственным разрешением 100 км. В начальный момент эта плотность задавалась $10^5/100$ км в интервале значений x от -500 км до 500 км и была нулевой в остальной области значений x .

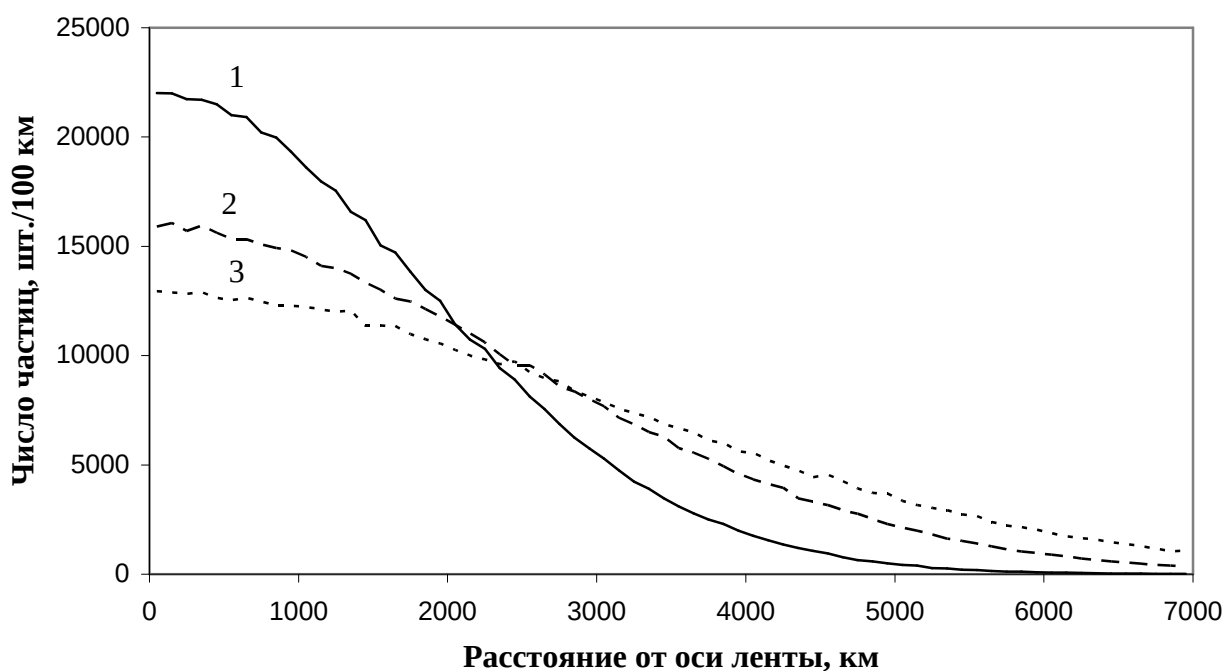


Рис. 6.10. Изменение распределения первичных частиц в глубинных водах со временем: 1 – через 100 лет, 2 – через 200 лет, 3 – через 300 лет

Как видно из рис. 6.10, на масштабах столетий происходит существенное уменьшение плотности первичных частиц внутри ленты – через 100 лет она уменьшается в 4,6 раза. При этом большая часть первичных частиц оказывается на расстоянии в тысячи км от ленты. Заметим, что если рассматривать турбулентные скачки частиц как аналог скорости поперечного движения, то ее величина $L/\Delta t$ в данном случае получается даже больше скорости продольного движения v . Таким образом, при движении воды по ленте происходит выход

частиц из ленты и их отход от нее на расстояние, сравнимое с их перемещением по конвейеру. Их место внутри ленты занимают частицы из окружающей ленту водной массы. В результате уже через 100 лет вода внутри ленты на $\frac{3}{4}$ обновляется за счет частиц воды извне (табл. 6.1). Это в частности означает, что концентрация неконсервативных примесей в пробе воды, взятой с трассы глубинной ветви конвейера, на самом деле не позволяет судить о ее изменении в водной массе, стартовавшей из района формирования глубинных вод. Данное обстоятельство может вести к систематической ошибке при определении скорости циркуляции воды по океанскому конвейеру по измеренному радиоизотопным методом возрасту глубинных вод. Например, если возраст окружающей «ленту» водной массы больше, то это приведет к занижению скорости движения воды по океанскому конвейеру.

Таблица 6.1

Зависимость доли обновленной воды на отдельном участке «ленты» от времени, прошедшего с момента формирования глубинных вод

Т, годы	10	15	25	50	75	100	200	300
δ_L , %	42,3	49,7	60,0	70,0	75,0	78,3	84,2	87,2
δ_z , %	2,7	2,9	3,2	3,9	4,4	4,9	6,3	7,4
δ , %	45,0	52,6	63,2	73,9	79,4	83,2	90,5	94,6

На рис. 6.11 приведены результаты расчетов, иллюстрирующие изменение доли первичных частиц на разных участках «ленты», соответствующих разному возрасту глубинных вод,двигающихся по «ленте». Непосредственно при проведении численных экспериментов задавалось время движения из района формирования глубинных вод, которое варьировалось от 5 до 300 лет. Хорошо видно, что примерно через 15 лет половина первичных частиц вследствие хаотического перемещения покидают «конвейерную ленту» и далее не участвуют в этой схеме циркуляции. Через 50 лет на ленте остается менее трети первичных частиц и т.д. В результате, например, следует признать, что на две трети вода, движущаяся по ленте, обновляется еще в Атлантическом океане. Отсюда следует, что если рассматривать «конвейерную ленту» как механизм охлаждения глубинных вод океана, то еще не выйдя из Атлантического океана вода в ленте на $\frac{2}{3}$ принимает температуру окружающих ее вод. Аналогичный вывод об изменении температуры глубинных вод вдоль трассы конвейера ранее был сделан по результатам обычного трехмерного численного моделирования переноса примеси. Таким образом конвейерный механизм не может рассматриваться как основной для поддержания низкой температуры глубинных вод океана по всей трассе глубинной ветви океанского конвейера. Например, в Тихом океане преобладает образование глубинной антарктической водной массы, возраст которой гораздо меньше, чем приходящих по глубинной ветви конвейера вод. Соответственно, изменение климата не может через конвейерную циркуляцию непосредственно влиять на температуру глубинных вод большей части океана с запаздыванием на сотни лет. На столь больших масштабах времени скорее можно

говорить о проникновении вглубь сигнала об изменении климата за счет вертикальной температуропроводности.

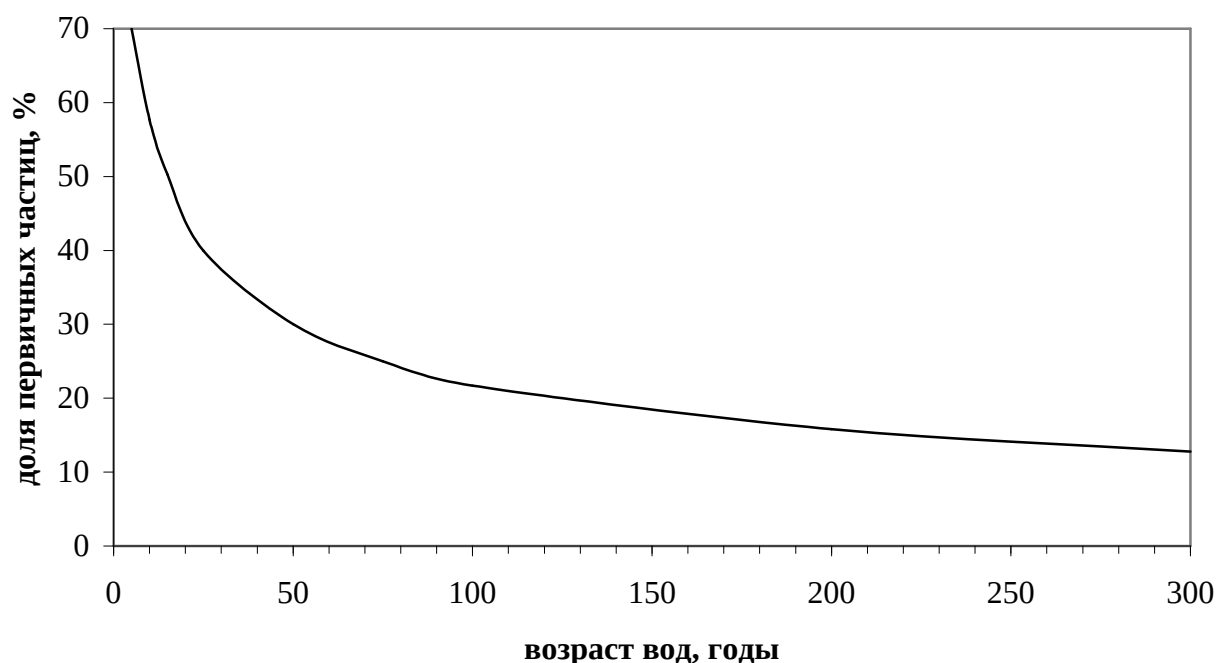


Рис. 6.11. Зависимость доли первичных частиц на ленте конвейера от возраста глубинных вод

Вертикальный турбулентный обмен с «лентой» становится значимым после того, как в результате длительной работы океанского конвейера установилось однородное по горизонтали распределение температуры и других свойств воды. В этом случае горизонтальный обмен частицами воды по-прежнему гораздо интенсивнее вертикального, но изменение той же температуры воды в «ленте» при ее движении по конвейеру теперь возможно только за счет вертикальной турбулентности. Моделирование вертикального переноса частиц воды из «ленты» через ее верхнюю границу проводилось по той же схеме, что использовалась для горизонтального обмена. При $A_z = 0,1 \text{ см}^2/\text{с}$ и $\Delta t = 3$ месяца длина турбулентного скачка в соответствии с (6.23) теперь равна 12,5 м, то есть в 10^4 раз меньше, чем было для переноса в горизонтальной плоскости. При тех же параметрах «ленты» (рис. 6.9) рассчитывалось перераспределение первичных частиц по оси z , после чего результаты расчетов выводились в виде линейной плотности распределения частиц с разрешением 100 м для разных моментов времени. Как выяснилось, за 15 лет ни одна из 2 миллионов частиц не преодолевает по вертикали расстояние в 300 м, а за 200 лет практически все они не смещаются по оси z более чем на 1 км. Это в частности означает, что все первичные частицы, находившиеся сначала в нижней половине ленты, остаются в пределах ленты. В табл. 6.1 приведены результаты расчетов доли первичных частиц, покинувших ленту при учете отдельно горизонтального и вертикального турбулентного обмена вод. Одновременно эти цифры показывают, на сколько процентов обновляется вода в «ленте» за счет горизонтального (δL) и вертикального (δz) обмена. Как видно из таблицы, даже за 100 лет через верхнюю границу обновляется менее 5 % воды на выделенном участке ленты. Хотя

зависимость δz от времени и не является линейной, отсюда следует, что вся вода в данном движущемся участке ленты обновится за время порядка 10 тыс. лет.

В первом приближении можно считать, что результирующая доля обновленных вод $\delta = \delta L + \delta z$. Соответствующие значения также приведены в табл. 6.1. Заметим, что если «лента» конвейера снизу не доходит до дна, то значения δ будут еще больше на величину порядка δz за счет обмена через нижнюю границу.

Чтобы оценить, насколько полученные результаты согласуются с классическими расчетами тепломассобмена в море, проследим за изменением температуры отдельной частицы воды, движущейся по ленте конвейера. Пусть ее размеры совпадают по сечению с размерами «ленты» d и h (рис. 6.9), а ее длина равна Δy . Как и прежде, будем считать $d = 1000$ км и $h = 2$ км. Если нижняя граница «ленты» достигает дна, то плотность потока тепла через нее определяется геотермальным потоком через дно, то есть составляет величину порядка $I_n = 0,1$ Вт/м². Плотность потока тепла через верхнюю границу «ленты» выражается через коэффициент теплопроводности λ и вертикальный градиент температуры:

$$I_b = -\lambda dT/dz. \quad (6.32)$$

Чтобы учесть турбулентный теплообмен, выразим λ через коэффициент турбулентной температуропроводности χ_t :

$$\lambda = \chi_t \rho C, \quad (6.33)$$

где ρ – плотность воды и C – ее теплоемкость. Характерные значения χ_t вблизи главного термоклина порядка $0,1$ см²/с, что соответствует эффективному значениям коэффициента теплопроводности 40 Вт/м·град. Это на 2 порядка превышает коэффициент молекулярной теплопроводности воды χ . Если предположить, что «лента» просто пропускает через себя поток тепла от дна, то есть $I_b = I_n$, то можно оценить градиент температуры:

$$dT/dz = I_n / \chi_t \rho C. \quad (6.34)$$

Подставив сюда значения параметров, получим $dT/dz = 2,5$ град./км, причем температура в этом случае с глубиной растет. Похожая картина наблюдается в Черном море, хотя здесь dT/dz несколько меньше (около 1 °С/км), что, видимо, связано с меньшим значением геотермального потока тепла. В океане на верхней границе «ленты» градиент температуры имеет обратный знак, что свидетельствует о важности вертикального теплообмена с самой «лентой».

Для повышения температуры частицы воды, движущейся по конвейерной «ленте», на ΔT необходимо передать ей тепловую энергию:

$$\Delta E = \rho C V \Delta T, \quad (6.35)$$

где $V = h \cdot d \cdot \Delta y$ – объем частицы воды. Для этого потребуется определенное время нахождения частицы на «ленте» глубинной ветви конвейера Δt , за которое через верхнюю границу ленты будет передано количество тепла, равное ΔE :

$$I_b S \Delta t = \Delta E , \quad (6.36)$$

где площадь верхней границы частицы $S = d \cdot \Delta y$. Отсюда с учетом (6.32, 6.33) и (6.35, 6.36) получаем:

$$\Delta t = h \Delta T / \chi_T (dT/dz) , \quad (6.37)$$

Оценка показывает, что для нагрева рассматриваемой частицы воды в ленте на $\Delta T = 1,5$ °C потребуется порядка 10 тысяч лет при характерном для океана значении $dT/dz = 1$ град./км. Таким образом, эта оценка подтверждает результаты, полученные выше при моделировании обмена частицами через верхнюю границу «ленты».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

После прочтения книги обычно возникают вопросы. Например, с какой стати эти два десятка весьма разных задач, достаточно условно разделенные на 6 глав, рассмотрены здесь вместе. Или почему рассмотрены именно эти, а не другие задачи, связанные с траекторным моделированием. На второй вопрос ответить проще – рассмотрены задачи, с которыми автору приходилось сталкиваться по роду деятельности, хотя, конечно, не все из них. Так, первая глава тесно связана с темой дипломной работы, вторая и третья – с преподаванием основ гидроакустики, четвертая – с темой кандидатской диссертации, пятая – с тематикой грантов по динамике границы сероводородной зоны Черного моря, шестая – с преподаванием основ гидрологии и климатологии. Однако собранные вместе они позволяют понять суть траекторного моделирования применительно к широкому спектру проблем морской геофизики. И это ответ на первый процесс. С другой стороны, конечно, в одних случаях речь идет по существу об использовании стандартной вычислительной процедуры (главы 1 и 2), аналогичной “ядерной” разновидности метода Монте-Карло, а в других просматривается что-то похожее на метод частиц в ячейках (главы 3 и 6). В главах 4 и 5 специфика подхода состоит скорее в самой постановке задачи, после чего для решения используется обычный конечно-разностный метод. Кроме того, анализ эволюции взаимодействующих между собой и с окружающей средой движущихся макрочастиц полезен для интерпретации результатов расчетов и данных наблюдений. В этом смысле показательны работы Рэлея (1917 г.), которые позволили путем математического моделирования процесса схлопывания сферической полости, возникшей в воде, объяснить быстрое разрушение гребных винтов из-за кавитации. Тогда это позволило во много раз увеличить срок их службы.

С формальной точки зрения можно сказать, что традиционный для описания микромира подход применялся здесь для решения задач тепломассопереноса в сплошной среде. Однако на самом деле было сделано нечто иное. Правильнее говорить о неформальном обобщении самого подхода, характерного для физики элементарных частиц и молекулярной газодинамики, на задачи механики сплошных сред и переноса излучений. Его описание вообще говоря трудно формализовать в виде алгоритма, численной схемы или инструкции по применению. Если предложенная Г. Бердом модель, в которой разреженный газ аппроксимируется движущимися и сталкивающимися по законам механики твердыми шариками, характеризуется О.М. Белоцерковским как “полуэвристическая схема” [7], то траекторный подход в нашем понимании еще более эвристичная схема. Заметим, что в последние годы в ряде работ и другие методы относят к эвристическим методам математического моделирования в отличие от обычных аналитических моделей. В связи с этим и было принято решение просто продемонстрировать “как это делается” на конкретных примерах. Хочется надеяться, что данная форма изложения позволила читателю проникнуться идеологией данного подхода и, что еще важнее, поможет ему в дальнейшем творчески применять ее к решению других задач энергомассообмена.

В отличие от других близких по духу численных методов, применяемых в механике сплошных сред, основы которых детально разработаны и широко известны благодаря основополагающим работам О.М. Белоцерковского, А.А. Самарского и Н.Н. Яненко, рассмотренный здесь подход к моделированию пока не получил широкого распространения. Тем не менее, перспективы его применения очевидны. Развитие вычислительной техники и соответствующего программного обеспечения позволяет уже сейчас не экономить на машинном времени при проведении численных экспериментов. Компьютерная трехмерная графика делает возможным имитацию сколь угодно сложных процессов переноса, связанных с распространением частиц и излучений в пространстве с объектами произвольной формы. Кстати, сам процесс траекторного моделирования напоминает известные компьютерные игры, связанные с последовательным выполнением определенных действий при передвижении действующих лиц на экране монитора. Но уже сейчас при таком моделировании решаются вполне серьезные задачи. Это и оптимизация средств ядерно-физического, радиолокационного и гидроакустического зондирования, интерпретация результатов мониторинга планеты с аэрокосмических носителей, минимизация влияния на окружающую среду добычи природного газа на шельфе и многие другие. Расширение области практического применения траекторного моделирования позволит со временем сделать данный метод более формализованным, доступным для углубленного математического анализа. Хочется надеяться, что изложенные в монографии основные идеи и особенности применения предложенного подхода будут способствовать его дальнейшему развитию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абагян Л.П. Групповые константы для расчета ядерных реакторов / Л.П.Абагян, Н.О.Базазянц, М.Н.Николаев. – М.: Атомиздат, 1964. – 140 с.
2. Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия / С.Мошковский и др.; под ред. К.Зигбана. – М.: Атомиздат, 1969. – 568 с.
3. Андреева И.Б. Физические основы распространения звука в океане / И.Б.Андреева. – Л.: Гидрометеиздат, 1975. – 190 с.
4. Арнольд В.И. Теория катастроф / В.И.Арнольд. – М.: Наука, 1990. – 128 с.
5. Атлас океанов. Атлантический и Индийский океаны. – М.: Изд-во ГУНиО МО СССР, 1977. – 386 с.
6. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р.Беллман, Р.Калаба. – М.: Наука, 1969. – 118 с.
7. Белоцерковский О.М. Численные методы в механике сплошных сред / О.М.Белоцерковский. – М.: Наука, 1984. – 519 с.
8. Богдевич В.Г. Всплытие сферического пузырька с растворением в покоящейся жидкости/ В.Г.Богдевич, Н.К.Рубан // Известия СО АН СССР. Сер. технических наук. – 1977. – № 8. – вып.2. – С.121–125.
9. Булгаков Н.П. О механизме, регулирующем вертикальное распределение консервативной примеси в Черном море / Н.П. Булгаков, А.Х.Дегтерев // Доповіді НАН України. – 1999. – № 8. – С.98–102.
10. Булгаков Н.П. Влияние трансгрессий и регрессий океана на концентрацию CO_2 в атмосфере / Н.П.Булгаков, А.Х.Дегтерев // Доповіді НАН України. – 2003. – № 4. – С.104–106.
11. Булгаков Н.П. О механизме, регулирующем вертикальное распределение консервативной примеси в Черном море / Н.П. Булгаков, А.Х.Дегтерев // Доповіді НАН України. – 1999. – № 8. – С.98–102.
12. Бютнер Э.К. Планетарный газообмен / Э.К.Бютнер. – Л.: Гидрометеиздат, 1986. – 240 с.
13. Вентцель Е.С. Исследование операций / Е.С.Вентцель. – М.: Сов.Радио, 1972. – 552 с.
14. Галкин Л.М. Решение диффузионных задач методом Монте-Карло / Л.М.Галкин. – М.: Наука, 1975. – 96 с.
15. Дегтерев А.Х. Влияние гидратообразования на проявление свободных газовых выходов метана на дне водоемов / А.Х.Дегтерев // Геология и геофизика. – 2017. – Т.58, № 9. – С.1388–1393.
16. Дегтерев А.Х. Влияние горизонтальной турбулентности на вертикальный перенос кислорода в море / А.Х.Дегтерев // Метеорология и гидрология. – 1997. – № 1. – С.100–104.
17. Дегтерев А.Х. Модуляция геотермального потока климатическими изменениями в плейстоцене (применительно к Черному морю) / А.Х.Дегтерев // Метеорология и гидрология. – 2005. – № 2. – С.95–98.
18. Дегтерев А.Х. Оценка влияния поверхностных волн на радиационный баланс поверхности моря / А.Х.Дегтерев // Метеорология и гидрология. – 2007. – № 7. – С.69–73.

19. Дегтерев А.Х. Оценка интенсивности субдукции по стоку CO_2 в океан / А.Х.Дегтерев // Известия РАН. Сер. Физика атмосферы и океана. – 1992. – Т.28. – № 2. – С.112–114.
20. Дегтерев А.Х. Оценка скорости обновления воды в океанском конвейере / А.Х.Дегтерев // Метеорология и гидрология. – 2011. – № 6. – С. 70–77.
21. Дегтерев А.Х. Совместное моделирование профилей кислорода и сероводорода в Черном море / А.Х.Дегтерев // Доповіді НАН України. – 1997. – № 2. – С.119–121.
22. Дегтерев А.Х. Численное моделирование загрязнения акватории при переносе примеси прибрежным течением / А.Х.Дегтерев // Известия высших учебных заведений. Геология и разведка. – 2012, № 1. – С.63–66.
23. Дегтерев А.Х. Моделирование газообмена в штормовых условиях / А.Х. Дегтерев, В.С. Беззаботнов // Метеорология и гидрология. – 1991. – № 6. – С.62–66.
24. Дегтерев А.Х. Модель границы сероводородной зоны в Черном море / А.Х.Дегтерев, С.Г.Демышев // Метеорология и гидрология. – 1995. – № 12. – С.83–89.
25. Дегтерев А.Х. Зависимость распределения пузырьков по размерам в верхнем слое моря от гидрометеорологических параметров / А.Х.Дегтерев, П.А.Колобаев // Известия РАН. Сер. Физика атмосферы и океана. – 1993. – Т.29. № 5. – С.688–692.
26. Дегтерев А.Х. Траекторно-имитационное моделирование процессов переноса в геофизике / А.Х.Дегтерев, В.И.Мордашев. – Севастополь: Изд-во Сев-НТУ, 2008. – 98 с.
27. Дегтерев А.Х. Моделирование процесса грохочения по методу Монте-Карло / А.Х.Дегтерев, В.А.Рафиенко // Уголь. – 2014. № 9. – С.92–94.
28. Дегтерев А.Х. Ядерно-физические исследования в океанографии/ А.Х. Дегтерев, А.И.Рябинин, Е.М. Филиппов. – М.: Гидрометеиздат, 1991. – 279 с.
29. Дегтерев А.Х. Выбор оптимальных условий определения солености морских вод по ослаблению гамма-излучения / А.Х. Дегтерев, Е.М. Филиппов // Атомная энергия. – 1981. – Т.51., вып.1. – С.66–67.
30. Дегтерев А.Х. Механизм формирования аномального насыщения поверхностных вод океана атмосферными газами / А.Х.Дегтерев, Е.М.Филиппов // Доклады АН СССР. Сер. Б. – 1990. – № 7. – С.6–8.
31. Дегтерев А.Х. Определение калия в морской воде по бета-излучению калия-40 / А.Х. Дегтерев, Е.М. Филиппов // Журнал аналитической химии. – 1982, – Т.37, вып.2. – С.226–229.
32. Дегтерев А.Х. Рентгено-флуоресцентный анализ морской воды / А.Х. Дегтерев, Е.М. Филиппов // Журнал прикладной спектроскопии. – 1982. – Т.37, вып.2. – С.256–261.
33. Егоров Н.И. Физическая океанография / Н.И.Егоров. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 456 с.
34. Еремеева Л.В. Влияние свободных газовых выходов на сероводородное заражение Черного моря / Л.В. Еремеева, А.Х.Дегтерев // Доклады АН СССР. Сер. Б. –1990. – № 10. – С.9–11.

35. Ерлов Н.Г. Оптика моря / Н.Г.Ерлов. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 247 с.
36. Ермаков С.М. Курс статистического моделирования / С.М.Ермаков, Г.А.Михайлов. – 2-е изд. – М.: Наука, 1982. – 294 с.
37. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика / В.Г.Левич. – М.: Изд-во АН СССР, 1952. – 538 с.
38. Лукьянов А.Н. Траекторная фотохимическая модель нижней стратосферы / А.Н.Лукьянов, В.А.Юшков, Х.Накане, Х.Акийоне // Известия Академии Наук. Сер. Физика атмосферы и океана. – 2000. – Т.36. - № 6. – С.823-830.
39. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы / Л.Т.Матвеев. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 751 с.
40. Матвиенко В.Н. Дальность действия гидроакустических средств / В.Н.Матвиенко, Ю.Ф.Тарасюк. – Л.: Судостроение, 1976. – 197 с.
41. Метод Монте-Карло в проблеме переноса излучений / под ред. Г.И.Марчука. – М.: Атомиздат, 1967. – 256 с.
42. Монин А.С. История климата / А.С.Монин, Ю.А.Шишков. – Л.: Гидрометеиздат, 1979. – 498 с.
43. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем / Т.Нейлор. – М.: Мир, 1975. – 500 с.
44. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж.фон Нейман, О.Моргерштерн. – М.: Наука, 1970. – 320 с.
45. Озмидов Р.В. Диффузия примесей в океане / Р.В.Озмидов. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 280 с.
46. Ольшевский В.В. Статистические свойства морской реверберации / В.В.Ольшевский. – М.: Наука, 1966. – 203 с.
47. Практическая экология морских регионов: Черное море / Э.Н.Альтман и др. – Киев: Наукова думка, 1990. – 252 с.
48. Распространение волн и подводная акустика / под ред. Дж.Б.Кеплера и Дж.С.Пападакиса. – М.: Мир, 1980. – 230 с.
49. Сторм Э. Сечения взаимодействия гамма-излучения. Справочник / Э.Сторм, Х. Исраэль. – М.: Атомиздат, 1973. – 254 с.
50. Таранов Э.С. Гидроакустические измерения в океанологии / Э.С.Таранов, А.М.Тюрин, А.П.Сташкевич. – Л.: Гидрометеиздат, 1972. – 325 с.
51. Фелд Б. Модели элементарных частиц / Б.Фелд. – М.: Мир, 1971. – 486 с.
52. Филиппов Е.М. Спектральное распределение гамма-излучения минерализованной воды, облучаемой нейтронами / Е.М.Филиппов // Геофизический журнал. – 1979. – Т.1. – № 3. – С.78–86.
53. Филиппов Е.М. Ядерная геофизика. Ч.1 / Е.М.Филиппов. – Новосибирск: Наука, 1973. – 515 с.
54. Франк А.М. Численное моделирование уединенных поверхностных волн в рамках дискретной модели несжимаемой жидкости / А.М.Франк // Прикладная механика и техническая физика. – 1989. - № 3. – С.95-101.
55. Франк-Каменецкий А.Д. Моделирование траекторий нейтронов при расчете реакторов методом Монте-Карло / А.Д.Франк-Каменецкий. – М.: Атомиздат, 1978. – 95 с.

56. Хаутон Р.А. Глобальные изменения климата / Р.А.Хаутон, Д.М.Вудвелл // В мире науки. – 1989. – № 6. – С.6–15.
57. Хромов С.П. Метеорология и климатология / С.П.Хромов, М.А.Петросянц. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 520 с.
58. Шеннон Р.Ю. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р.Ю.Шеннон. – М.: Мир, 1978. – 418 с.
59. Яворский Б.М. Справочник по физике / Б.М. Яворский, А.А.Детлаф. – 2-е изд. – М.: Наука, 1985. – 512 с.
60. Dickson R.R. Deep water renewal in the North Atlantic / R.R. Dickson, E.M.Gmittrowioz., A.J.Watson // Nature. – 1990. – V.344. – № 6269. – P.848–850.
61. Giannini M. Monte-Carlo calculation of energy loss spectra for gamma-ray in cylindrical NaJ(Tl) crystals / M.Giannini, P.R.Oliva, M.C.Ramorino // Nuclear Instruments and Methods. – 1970. – V.81. – № 1. – P.104–108.
62. Kester D. Dissolved gases other than CO₂ / D.Kester // Chemical oceanography. – London–N.Y.: Acad.Press, 1975. – P.498–556.
63. Neumann J. Monte-Carlo Method / J.von Neumann // NBS Appl.Math.Series. – 1951, № 12. – P.17-27.
64. Ordeshook P.S. Game theory and political theory: an introduction / P.S. Ordeshook. – New York: Cambridge University Press, 2003. – 511 p.
65. Reap R.M. An operational three-dimensional trajectory model / R.M.Reap // Journal of Applied Meteorology. – 1972. – V.11. – № 12. – P.57–64.
66. Skirrow G. The dissolved gases – carbon dioxide / G.Skirrow // Chemical oceanography. – London–N.Y.: Acad.Press, 1975. – P.1–192.
67. Thorpe S.A. A model of the turbulent diffusion of bubbles below the sea surface / S.A.Thorpe // Journal of Geophysical Research. – 1984. – Vol.14, № 5. – P.841–854.
68. Thorpe S.A. On the determination of A_z in the near surface ocean from acoustic measurements of bubbles / S.A.Thorpe // Journal of Physical Oceanography. – 1984. – Vol.14., № 5. – P.8–86.

Научное издание

Дегтерев Андрей Харитонович

**ТРАЕКТОРНЫЙ ПОДХОД
В МОРСКОЙ ГЕОФИЗИКЕ**

Монография

В авторской редакции

Изд. № 22/2020. Объем 7,75 п.л. Усл. печ. л. 7,21. Уч.-изд. л. 7,595.
РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»