

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ТЕОРИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Методические указания
к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Техника и технологии научного эксперимента»
для студентов очной формы обучения технических направлений

Севастополь
СевГУ
2020

УДК 531.7
Т33

Р е ц е н з е н т:

Л.Б. Шрон - к.т.н., доцент кафедры «Технологии машиностроения»

Составители: Д.В. Заморёнова, В.Я. Копп, М.В. Заморёнов

Т33 Теория эксперимента: методические указания к выполнению лабораторных работ / Сост. Д.В. Заморёнова, В.Я. Копп, М.В. Заморёнов ; Министерство науки и высшего образования РФ, Севастопольский государственный университет. - Севастополь: СевГУ, 2020. - 51 с. - Текст : электронный.

Предназначены для учебно-методического обеспечения дисциплины «Техника и технологии научного эксперимента».

Целью методических указаний является методическая помощь в самостоятельном изучении дисциплины и выполнении лабораторных работ.

УДК 531.7

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры «Приборные системы и автоматизация технологических процессов», протокол № 10 от 27 мая 2020 г.

Рекомендованы в качестве методических указаний для студентов очной форм обучения технических направлений.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	9
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	19
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4	24
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5	31
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6	35
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7	39
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8	48

ВВЕДЕНИЕ

Эксперимент является наиболее важной частью научных исследований. Само слово эксперимент происходит от лат. *experimentum* – проба, опыт. В научном языке и исследовательской работе термин «эксперимент» обычно используется в значении общем для целого ряда сопряженных понятий: опыт, целенаправленное наблюдение, воспроизведение объекта познания, организация особых условий его существования, проверка предсказания.

Основной целью эксперимента является выявление свойств исследуемых объектов, проверка справедливости гипотез и на этой основе широкое и глубокое изучение темы научного исследования. Постановка и организация эксперимента определяется его значением.

Эксперименты, которые проводятся в различных отраслях науки, являются отраслевыми и имеют соответствующие названия: химические, биологические, физические, психологические, социальные и т.п.

Любой эксперимент, каким бы сложным бы он ни казался, заканчивается представлением результатов, формулировкой выводов и выдачей рекомендаций.

Результаты представляются в виде таблиц, графиков, аналитических или эмпирических зависимостей.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Обработка прямых измерений. Погрешности измерений

1.1. Цель работы

Овладение студентами навыками вычисления предельных абсолютной и относительной погрешностей результата вычислений и применения правил округления приближенных чисел в узком и широком смысле.

1.2. Краткие теоретические сведения

Погрешность

Численное решение любой задачи обычно осуществляется приближенно, с различной точностью.

Теория погрешностей вычислений – раздел вычислительной математики, изучающий причины возникновения и способы оценки всевозможных погрешностей решения задач на ЭВМ.

Главная задача численных методов – фактическое нахождение решения с требуемой или, по крайней мере, оцениваемой точностью.

Отклонение истинного решения от приближенного называется погрешностью. Полная погрешность вычислений состоит из двух составляющих:

неустраняемая погрешность;

устраняемая погрешность.

Неустраняемая погрешность обусловлена неточностью исходных данных и никаким образом не может быть уменьшена в процессе вычислений.

Устраняемая погрешность состоит из двух составляющих:

а) погрешность аппроксимации (метода);

б) погрешность вычислений.

Эти составляющие могут быть уменьшены выбором более точных методов и увеличением разрядности вычислений.

Мерой точности вычислений могут служить либо предельные *абсолютные погрешности* Δx , представляющие собой разность между истинным значением величины x и ее приближенным значением $\bar{x}$:

$$\Delta x = |x - \bar{x}| \quad (1)$$

либо *предельная относительная погрешность*:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{|\bar{x}|} \quad (2)$$

Формулы точного подсчета погрешностей имеют вид:

$$\delta(a \pm b) = \frac{a\delta_a + b\delta_b}{a \pm b};$$

$$\delta(ab) = \delta_a + \delta_b;$$

$$\delta\left(\frac{a}{b}\right) = \delta_a + \delta_b;$$

$$\delta(a^m) = m\delta_a;$$

$$\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b; \quad (3)$$

$$\Delta(ab) = ab(\delta_a + \delta_b) = b\Delta a + a\Delta b;$$

$$\Delta\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}(\delta_a + \delta_b) = \frac{b\Delta a + a\Delta b}{b^2};$$

$$\Delta(a^2) = 2a \cdot \Delta a;$$

$$\Delta(a^3) = 3a^2 \cdot \Delta a;$$

...

$$\Delta(a^m) = ma^{m-1} \cdot \Delta a,$$

где m – рациональное число.

Здесь Δ – абсолютная погрешность приближенного числа; δ – относительная погрешность приближенного числа.

Абсолютные и относительные погрешности для приближенных вещественных чисел тесно связаны с важным понятием *верных значащих цифр*.

Если абсолютная погрешность числа x (Δx) не превышает половины единицы разряда последней цифры в записи числа x , то говорят, что у числа x все знаки *верны*. Приближенные числа следует записывать, сохраняя их и отмечая только верные знаки. При подсчете значащих цифр *не считаются нули слева*.

Например, 0,00139 имеет три верных значащих цифры.

Если число x в десятичном представлении имеет, по крайней мере, t верных значащих цифр, то его относительная погрешность $\Delta x \leq 10^{-t}$.

Если десятичное число x имеет не более p верных значащих цифр, то его относительная погрешность $\Delta x > 10^{-p}$.

Наоборот, у числа x с относительной погрешностью $\Delta x \geq \Delta^+ x$ верны не более p значащих цифр, где p – наибольшее целое, удовлетворяющее неравенству $\Delta^+ x \leq 10^{-p+1}$.

Таким образом, если имеется множество чисел x_k , $k = \overline{1, n}$ с относительной погрешностью $\Delta(x)_{\max}$ к максимальному значению $x_{\max} = \max_k |x_k|$, то все числа группы могут быть записаны с помощью не более чем $r+1$ десятичных разрядов, где r – наибольшее целое число, для которого $10^{-r} \geq \Delta(x)_{\max}$.

1.3. Образцы выполнения заданий

Задание 1.

1.1. Определить, какое равенство точнее: $9/11 = 0,818$ или $\sqrt{18} = 4,24$.

1.2. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности, если они имеют только верные цифры:

- а) 0,4357 в узком смысле;
- б) 12,348 в широком смысле.

Решение задачи 1.1.

Находим значения данных выражений с большим числом десятичных знаков:

$$x_1 = 9/11 = 0,81818...,$$

$$x_2 = \sqrt{18} = 4,2426...$$

Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя их с избытком:

$$\Delta x_1 = |0,81818 - 0,818| \leq 0,00019,$$

$$\Delta x_2 = |4,2426 - 4,24| \leq 0,0027.$$

Предельные абсолютные погрешности составляют:

$$\Delta_1 = \frac{\Delta x_1}{x_1} = \frac{0,00019}{0,818} = 0,00024 = 0,024\%$$

$$\Delta_2 = \frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{0,0027}{4,24} = 0,00064 = 0,064\%$$

Так как $\Delta_1 < \Delta_2$, то равенство $9/11 = 0,818$ является более точным.

Решение задачи 1.2.

а) Так как известно, что все четыре цифры числа $x=0,4357$ верны в узком смысле, то абсолютная погрешность этого числа не превышает половины значащего разряда, стоящего на пятом месте после запятой, т.е. $\Delta x = 0,00005$, а относительная погрешность

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x} = 0,000115 = 0,0115\%.$$

б) Так как все пять цифр числа $x=12,384$ верны в широком смысле, то его погрешность не превышает единицы последнего (в нашем случае третьего) значащего разряда после запятой, т.е. $\Delta x = 0,001$; $\delta x = \frac{\Delta x}{x} = 0,0001 = 0,01\%$.

Задание 2.

Вычислить значение выражения и определить погрешности результата.

$$x = \frac{m^2 n^3}{\sqrt{k}},$$

где $m = 28,3(\pm 0,02)$, $n = 7,45(\pm 0,02)$, $k = 0,678(\pm 0,003)$;

Решение задачи 2.1.

Вычислим значение исследуемого выражения:

$$m^2 = 800,9; n^3 = 413,5; \sqrt{k} = 0,8234;$$

$$x = \frac{800,9 \cdot 413,5}{0,8234} = 402200 = 4,02 \cdot 10^5.$$

Далее получим относительные погрешности операндов, входящих в выражение:

$$\delta m = \frac{0,02}{28,3} = 0,00071,$$

$$\delta n = \frac{0,01}{7,45} = 0,00134,$$

$$\delta k = \frac{0,003}{0,678} = 0,00443;$$

и запишем погрешность, получаемую при вычислении величины x :

$$\delta x = 2\delta m + 3\delta n + 0,5\delta k = 0,00769 = 0,77\%$$

$$\Delta x = 4,02 \cdot 10^5 \cdot 0,0077 = 3,1 \cdot 10^3$$

Результат наших вычислений выглядит так:

$$x = 4,02 \cdot 10^5 (\pm 3,1 \cdot 10^3); \quad \delta x = 0,77\%.$$

1.4. Порядок выполнения работы

1. Изучить разделы 1.2, 1.3 настоящих указаний.
2. Для варианта, выбранного из таблиц 1.1 и 1.2, выполнить задания 1 и 2.
3. По результатам выполненной работы оформить отчет, включающий в себя следующие разделы:

- цель работы;
- постановка задачи;

- тексты программ (программы могут быть написаны на любом языке программирования в любой операционной среде, не возбраняется использование любых пакетов прикладных программ и специализированных сред);
- основные результаты решения поставленной задачи;
- выводы о проделанной работе.

Таблица 1.1

№ вар.	Исходные данные	№ вар.	Исходные данные
1.	1.1) $\sqrt{44}=6,63; 19/41=0,463$. 1.2) а) 0,2387 б) 42,884	2.	1.1) $7/15=0,467; \sqrt{30}=5,48$ 1.2) а) 3,751; б) 0,745
3.	1.1) $\sqrt{10,5}=3,24; 4/17=0,235$ 1.2) а) 11,445; б) 2,043	4.	1.1) $15/7=2,14; \sqrt{10}=3,16$. 1.32 а) 2,3445; б) 0,745.
5.	1.1) $6/7=0,857; \sqrt{4,8}=2,19$. 1.2) а) 8,345; б) 0,288.	6.	1.1) $12/11=1,091; \sqrt{6,8}=2,61$. 1.2 а) 12,45; б) 3,4453.
7.	1.1) $2/21=0,095; \sqrt{22}=4,69$. 1.2) а) 0,374; б) 4,348.	8.	1.1) $23/15=1,53; \sqrt{9,8}=3,13$. 1.2) а) 20,43; б) 0,576.
9.	1.1) $6/11=0,545; \sqrt{83}=9,11$. 1.2) а) 41,72; б) 0,678.	10.	1.1) $17/19=0,895; \sqrt{52}=7,21$. 1.2) а) 5,634; б) 0,0748.

Таблица 1.2

Выражение $X = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$			
№ вар	1	2	3
a	3,85(±0,01)	4,16(±0,005)	7,27(±0,01)
b	2,0435(±0,0004)	12,163(±0,002)	5,205(±0,002)
c	962,6(±0,1)	55,18(±0,01)	87,32(±0,03)
Выражение $X = \frac{\sqrt{a} \cdot b}{c}$			
№ вар	4	5	6
a	228,6(±0,06)	315,6(±0,05)	186,7(±0,04)
b	86,4(±0,02)	72,5(±0,03)	66,6(±0,02)
c	68,7(±0,05)	53,8(±0,04)	72,3(±0,03)
Выражение $X = \frac{\sqrt{ab}}{c + b^2}$			
№ вар	7	8	9
a	3,845(±0,004)	4,632(±0,003)	7,312(±0,004)
b	16,2(±0,05)	23,3(±0,04)	18,4(±0,03)
c	10,8(±0,1)	11,3(±0,06)	20,2(±0,08)
Выражение $X = \frac{a^2b}{c}$			
№ вар	10		
a	3,456(±0,002)		
b	0,642(±0,0005)		
c	7,12(±0,004)		

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Обработка результатов полного факторного эксперимента

2.1. Цель работы

Приобретение навыков обработки экспериментальных данных, полученных в результате проведения полного факторного эксперимента. Построение первичной математической модели.

2.2. Краткие теоретические сведения

Полным факторным экспериментом (ПФЭ) называется такой эксперимент, в котором реализуются все возможные комбинации (наборы) уровней факторов.

В полном факторном эксперименте (ПФЭ) исследуется один параметр и реализуются все возможные сочетания уровней факторов.

Каждый фактор x_i может принимать определенное количество значений, называемых уровнями факторов. Множество возможных уровней фактора x_i называется областью его определения. Эти области могут быть непрерывными и дискретными, ограниченными и неограниченными. Как уже отмечалось, должна быть возможность управления факторами: либо поддерживать их на заданном уровне, либо изменять по программе.

Факторы должны быть совместимыми и независимыми. Совместимость предполагает допустимость любой комбинации факторов, а независимость – отсутствие между факторами корреляционной связи.

К исследуемым параметрам также предъявляют ряд требований.

Они должны быть:

- эффективными, то есть способствовать скорейшему достижению цели;
- универсальными – быть характерными не только для исследуемого объекта;
- статистически однородными, то есть определенному набору значений факторов x_i с точностью до погрешности эксперимента должно соответствовать определенное значение фактора y_i ;
- выражаться количественно одним числом;
- легко вычисляться и иметь физический смысл;
- существовать при любом состоянии объекта.

Для каждого фактора выбираются два уровня – верхний и нижний, на которых фактор варьируется. Половина разности между верхним и нижним уровнями называется интервалом варьирования.

Интервал варьирования должен быть больше погрешности измерения уровня фактора (ограничение снизу), а верхний и нижний уровни фактора не должны выходить за область его определения (ограничение сверху). На практике интервал варьирования составляет обычно 3–10% от области определения.

При планировании эксперимента исследуемый объект представляется «черным ящиком» (рис. 1.1), на который воздействуют факторы x_i .

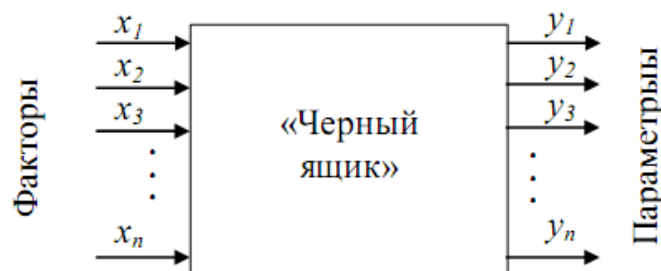


Рисунок 2.1 - «Черный ящик»

ПФЭ позволяет получить математическую модель исследуемого объекта в виде уравнения множественной регрессии или по линиям

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{k=i+1}^n b_{ik} x_i x_k + \sum_{i=1}^n \sum_{k=i+1}^n \sum_{l=k+1}^n b_{ikl} x_i x_k x_l + \dots \quad (2.1)$$

где b_0 – свободный член; b_i , b_{ik} , b_{ikl} – коэффициенты уравнения множественной регрессии.

Так, например, при $n=2$: $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2$,

при $n=3$: $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3$.

Модели (2.1) обычно называют регрессионными, а коэффициенты b_0 , b_i , b_{ik} , b_{ikl} , ... – коэффициентами уравнения регрессии.

Количество опытов по плану определяется по формуле

$$N = n^k \quad (2.2)$$

где N – число опытов в плане; n – количество уровней (преимущественно два); k – число факторов.

Уровни факторов представляют собой границы исследуемой области по данному технологическому параметру. Верхний и нижний уровни, как правило, устанавливают экспериментально предварительными опытами.

План ПФЭ изображают в виде таблицы, столбцы которой отражают уровни факторов, а строки – номера опытов. Эти таблицы называют *матрицами планирования* (МП) *эксперимента*. Поскольку значения уровней факторов по модулю всегда равны единице, то обычно в МП записывают только знак уровня (т. е. «+» вместо «1» и «-» вместо «-1»). В табл. 1 для примера приведена МП для ПФЭ типа 2^2 , которую называют *базовой*, так как с ее помощью легко построить матрицы любого порядка.

Так, для построения матрицы 2^3 сочетаем базовую матрицу с нижним и верхним уровнями x_3 (табл. 2). Легко заметить, что в первом столбце знаки меняются поочередно, во втором через 2, в третьем через 4 и так далее. То есть 2^0 , 2^1 , 2^2 , 2^3 , ...

Таблица 2.1 - МП ПФЭ типа 2^2

N	x_1	x_2	y
1	–	–	y_1
2	+	–	y_2
3	–	+	y_3
4	+	+	y_4

Таблица 2.2 - МП ПФЭ типа 2^3

N	x_1	x_2	x_3	y
1	–	–	–	y_1
2	+	–	–	y_2
3	–	+	–	y_3
4	+	+	–	y_4
5	–	–	+	y_5
6	+	–	+	y_6
7	–	+	+	y_7
8	+	+	+	y_8

Кодированный план полного факторного эксперимента 2^3 геометрически может быть представлен в виде куба (рисунок 2.2), восемь вершин которого представляют восемь экспериментальных точек.

Влияние факторов на выходной параметр может зависеть от уровня, на котором находится другой фактор, или от сочетания уровней нескольких факторов. Если априорно не известно, что такой зависимости между факторами нет, то строят развернутую МП, учитывающую не только факторы, но и их взаимодействия. При этом знаки в столбцах для взаимодействий получают перемножением знаков взаимодействующих факторов. Пример развернутой МП для ПФЭ дан в табл. 3.

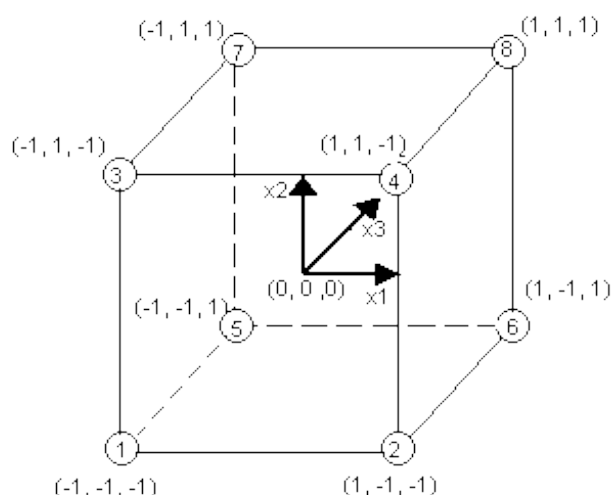


Рисунок 2.2 – Схематическое представление плана полного факторного эксперимента 2^3

Таблица 2.3 - Развернутая МП для ПФЭ типа 2^3

N	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y
1	+	–	–	–	+	+	+	–	y_1
2	+	+	–	–	–	–	+	+	y_2
3	+	–	+	–	–	+	–	+	y_3
4	+	+	+	–	+	–	–	–	y_4
5	+	–	–	+	+	–	–	+	y_5
6	+	+	–	+	–	+	–	–	y_6
7	+	–	+	+	–	–	+	–	y_7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	y_8

2.3. Задание

Определить коэффициенты уравнения регрессии по матрице трехфакторного эксперимента (таблица 2.4).

Таблица 2.4 – Матрица планирования 2^3

N	x_1	x_2	x_3	y^*
1	–	–	–	y_1
2	+	–	–	y_2
3	–	+	–	y_3
4	+	+	–	y_4
5	–	–	+	y_5
6	+	–	+	y_6
7	–	+	+	y_7
8	+	+	+	y_8
y^* - у каждого свои значения				

2.4. Указания к выполнению работы

План эксперимента с выходными данными представляет собой матрицу, а, учитывая свойства матриц и действий над ними можно заключить, что любой коэффициент уравнения регрессии b_i определяется скалярным произведением матрицы-столбца y_i на соответствующую матрицу-столбец x_i и делением произведения на число опытов в матрице планирования по полному факторному эксперименту, т.е.

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_i \cdot y_j$$

$$b_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_i \cdot x_k \cdot \bar{y}_j$$

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_0 \cdot \bar{y}_j$$

Например, для определения коэффициента b_1 при x_1 необходимо получить сумму произведений.

x_1		y		$x_i y_i$
-1		2		-2
+1		6		+6
-1		4		-4
+1	*	8	=	+8
-1		10		-10
+1		18		+18
-1		8		-8
+1		12		+12
				$\Sigma 20$

$$b_1 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i = \frac{20}{8} = 2.5$$

Аналогично вычисляем остальные коэффициенты (b_2 , b_3 и свободный член b_0).

Для получения более полного уравнения регрессии учитывают коэффициенты эффектов взаимодействия факторов (эффекты парного и тройного взаимодействия) и определяют их по методике, аналогичной рассмотренной выше.

Расчеты можно выполнять с применением прикладных программ OFFICE (от 97 и выше) в среде WINDOWS с использованием EXCEL, MatCAD и им подобных.

2.5. Проверка значимости коэффициентов регрессии

Гипотезу о статистической значимости (отличии от нуля) коэффициентов регрессии проверяют по критерию Стьюдента. Расчетное значение t_p этого критерия определяют как частное от деления модуля коэффициента b_i на оценку его среднеквадратического отклонения S_b :

$$t_p = \frac{|b_i|}{S_b}.$$

В ПФЭ, благодаря одинаковой удаленности всех экспериментальных точек факторного пространства от центра эксперимента, оценки всех коэффициентов уравнения регрессии независимо от их величины вычисляются с одинаковой погрешностью (при выполнении условия воспроизводимости опытов):

$$S_b = \frac{S_y}{N}$$

где S_y – оценка дисперсии воспроизводимости эксперимента,

$$S_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^N S_{y_j}}{N}$$

Критическое значение критерия $t_{кр}$ находят из таблицы распределения Стьюдента по числу степеней свободы $f=N(K-1)$ и уровню значимости q . Если $t_p > t_{кр}$, гипотеза о значимости коэффициента b_i принимается, в противном случае коэффициент считается незначимым и приравнивается нулю.

Необходимо помнить, что незначимость коэффициента может быть обусловлена и неверным выбором интервала варьирования фактора. Поэтому иногда бывает полезным расширить интервал варьирования и провести новый эксперимент.

2.6. Пример выполнения задания

Пусть выбраны следующие уровни варьирования факторов:

Фактор	Обозначение	Основной уровень	Верхний уровень	Нижний уровень	Интервал варьирования
Плотность тока	X_1	1	1,3	0,7	0,3
Толщина электродов	X_2	0,8	1,1	0,5	0,3
Индекс гранулометрической фракции	X_3	7	10	4	3

В результате реализации матрицы планирования были получены значения функции отклика

№ опыта	X_1	X_2	X_3	Значения функции отклика в повторных опытах		
				1	2	3
1	+(1,3)	+(1,1)	+(10)	0,484	0,492	0,479
2	-(0,7)	-(0,5)	+(10)	1,735	1,724	1,738
3	-(0,7)	+(1,1)	+(10)	0,769	0,778	0,792
4	+(1,3)	-(0,5)	+(10)	1,052	1,068	1,044
5	+(1,3)	+(1,1)	-(4)	0,639	0,653	0,663
6	-(0,7)	-(0,5)	-(4)	2,297	2,320	2,306
7	-(0,7)	+(1,1)	-(4)	1,056	1,084	1,057
8	+(1,3)	-(0,5)	-(4)	1,433	1,417	1,411

Расчеты будем проводить в программе Excell. Для этого полученные данные необходимо занести в рабочий лист программы в виде:

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	Значения функции отклика в повторных опытах		
					1	2	3
1	1	1	1	1	0,484	0,492	0,479
2	1	-1	-1	1	1,735	1,724	1,738
3	1	-1	1	1	0,769	0,778	0,792
4	1	1	-1	1	1,052	1,068	1,044
5	1	1	1	-1	0,639	0,653	0,663
6	1	-1	-1	-1	2,297	2,32	2,306
7	1	-1	1	-1	1,056	1,084	1,057
8	1	1	-1	-1	1,433	1,417	1,411

Затем рассчитываются построчные средние по функции отклика:

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	Значения функции отклика в повторных опытах		
					1	2	3
1	1	1	1	1	0,484	0,492	0,479
2	1	-1	-1	1	1,735	1,724	1,738
3	1	-1	1	1	0,769	0,778	0,792
4	1	1	-1	1	1,052	1,068	1,044
5	1	1	1	-1	0,639	0,653	0,663
6	1	-1	-1	-1	2,297	2,32	2,306
7	1	-1	1	-1	1,056	1,084	1,057
8	1	1	-1	-1	1,433	1,417	1,411

№ опыта	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	Значения функции отклика в повторных опытах			ср знач
					1	2	3	
1	1	1	1	1	0,484	0,492	0,479	0,485
2	1	-1	-1	1	1,735	1,724	1,738	1,732333
3	1	-1	1	1	0,769	0,778	0,792	0,779667
4	1	1	-1	1	1,052	1,068	1,044	1,054667
5	1	1	1	-1	0,639	0,653	0,663	0,651667
6	1	-1	-1	-1	2,297	2,32	2,306	2,307667
7	1	-1	1	-1	1,056	1,084	1,057	1,065667
8	1	1	-1	-1	1,433	1,417	1,411	1,420333

По полученным средним рассчитываются коэффициенты уравнения регрессии:

№ опыта	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	Значения функции отклика в повторных опытах			ср знач	
					1	2	3		
1	1	1	1	1	0,484	0,492	0,479	0,485	=B3*I3
2	1	-1	-1	1	1,735	1,724	1,738	1,732333	
3	1	-1	1	1	0,769	0,778	0,792	0,779667	
4	1	1	-1	1	1,052	1,068	1,044	1,054667	
5	1	1	1	-1	0,639	0,653	0,663	0,651667	
6	1	-1	-1	-1	2,297	2,32	2,306	2,307667	
7	1	-1	1	-1	1,056	1,084	1,057	1,065667	
8	1	1	-1	-1	1,433	1,417	1,411	1,420333	

№ опыта	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	Значения функции отклика в повторных опытах			ср знач	
					1	2	3		
1	1	1	1	1	0,484	0,492	0,479	0,485	0,485
2	1	-1	-1	1	1,735	1,724	1,738	1,732333	1,732333
3	1	-1	1	1	0,769	0,778	0,792	0,779667	0,779667
4	1	1	-1	1	1,052	1,068	1,044	1,054667	1,054667
5	1	1	1	-1	0,639	0,653	0,663	0,651667	0,651667
6	1	-1	-1	-1	2,297	2,32	2,306	2,307667	2,307667
7	1	-1	1	-1	1,056	1,084	1,057	1,065667	1,065667
8	1	1	-1	-1	1,433	1,417	1,411	1,420333	1,420333
								b0	=1/8*СУММ(J3:J10)

ср знач	YX0	YX1	YX2	YX3
0,485	0,485	0,485	0,485	0,485
1,732333	1,732333	-1,73233	-1,73233	1,732333
0,779667	0,779667	-0,77967	0,779667	0,779667
1,054667	1,054667	1,054667	-1,05467	1,054667
0,651667	0,651667	0,651667	0,651667	-0,65167
2,307667	2,307667	-2,30767	-2,30767	-2,30767
1,065667	1,065667	-1,06567	1,065667	-1,06567
1,420333	1,420333	1,420333	-1,42033	-1,42033
b0	1,187125	-0,28421	-0,44163	-0,17421
b1	-0,28421			
b2	-0,44163			
b3	-0,17421			

Далее рассчитываются построчные квадраты отклонений от среднего:

Значения функции отклика в повторных опытах										
1	2	3	ср знач	YX0	YX1	YX2	YX3	квадраты отклонений		
0,484	0,492	0,479	0,485	0,485	0,485	0,485	0,485	$= (I3-F3)^2$		3,6E-05
Значения функции отклика в повторных опытах										
1	2	3	ср знач	YX0	YX1	YX2	YX3	квадраты отклонений		
0,484	0,492	0,479	0,485	0,485	0,485	0,485	0,485	1E-06	4,9E-05	3,6E-05
1,735	1,724	1,738	1,732333	1,732333	-1,73233	-1,73233	1,732333	7,11111E-06	6,94E-05	3,21E-05

По полученным квадратам отклонений рассчитываются дисперсии по строкам:

квадраты отклонений			
1E-06	4,9E-05	3,6E-05	$= СУММ(N3:P3)/2$

А затем средняя дисперсия по опытам (дисперсия воспроизводимости):

квадраты отклонений				
1E-06	4,9E-05	3,6E-05	4,3E-05	
7,11111E-06	6,94E-05	3,21E-05	5,43333E-05	
0,000113778	2,78E-06	0,000152	0,000134333	
7,11111E-06	0,000178	0,000114	0,000149333	
0,000160444	1,78E-06	0,000128	0,000145333	
0,000113778	0,000152	2,78E-06	0,000134333	
9,34444E-05	0,000336	7,51E-05	0,000252333	
0,000160444	1,11E-05	8,71E-05	0,000129333	
$= СРЗНАЧ(Q3:Q10)$				
квадраты отклонений				
1E-06	4,9E-05	3,6E-05	4,3E-05	
7,11111E-06	6,94E-05	3,21E-05	5,43333E-05	
0,000113778	2,78E-06	0,000152	0,000134333	
7,11111E-06	0,000178	0,000114	0,000149333	
0,000160444	1,78E-06	0,000128	0,000145333	
0,000113778	0,000152	2,78E-06	0,000134333	
9,34444E-05	0,000336	7,51E-05	0,000252333	
0,000160444	1,11E-05	8,71E-05	0,000129333	
				$S2_{воспр}$
				0,000130292

А затем дисперсия адекватности:

Урассч	квадр отклон	Урассч	квадр отклон
0,287	0,039204	0,287	0,039204
1,739	4,44E-05	1,739	4,44E-05
0,855	0,005675	0,855	0,005675
1,171	0,013533	1,171	0,013533
0,635	0,000278	0,635	0,000278
2,087	0,048694	2,087	0,048694
1,203	0,01886	1,203	0,01886
1,519	0,009735	1,519	0,009735
=СУММ(U3:U10)/(8-(3-1))		Sад2	0,022671

Далее вычисляется F-критерий:

S2воспр	0,000130292	72890,31	Sад2	0,022671
Sb	1,62865E-05	-17450,6		
		-27116.1	F-критерий	=U11/Q11

Вычисленное значение F- критерия, 173,99 сравниваем с табличным $F(0.95, 8-(3-1), 8*(3-1)) = F(0.95, 6, 16) = 2,74$. Как видно, условие адекватности не выполняется. Причиной этого является нелинейность функции отклика на выбранных масштабах изменения переменных.

2.7. Индивидуальное задание

1) Требуется исследовать влияние производственных факторов (U – опорное напряжение (x_1), I – ток потребления (x_2), T – конечная температура нагрева (x_3)) на качество производства магнитных дисков. Номинальное значение факторов: U = 30 В, I = 18 А, T = 220 °С.

2) Поставим ПФЭ при трех сериях опытов в точках: U=(30±2) В, I=(18±1) А, T=(220±20) °С. Для стандартизации масштабов факторов условия проведения опытов сведем в таблицу 2.5.

Таблица 2.5

Характеристика плана	$x_1=U$	$x_2=I$	$x_3=T$
Нулевой уровень	30 В	18 А	220 °С
Интервал варьирования	2 В	1 А	20 °С
Верхний уровень	32 В	19 А	240 °С
Нижний уровень	28 В	17 А	200 °С

3) После составления МП эксперимента и проведения рандомизированных опытов, сведем полученные результаты в таблицу 2.6, где у – количественный параметр, характеризующий качество обработанной поверхности.

4) Рассчитайте коэффициенты уравнения линейной регрессии.

5) Проверьте значимость коэффициентов по критерию Стьюдента.

Таблица 2.6 – Результаты ПФЭ типа 2^3

№ точки фактор. простран.	Номер опыта			x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y_{i1}	y_{i2}	y_{i3}
	серия один	серия два	серия три											
1	5	8	2	+	–	–	–	+	+	+	–	8,18	7,95	9,82
2	6	4	5	+	+	–	–	–	–	+	+	18,03	13,42	14,00
3	2	5	1	+	–	+	–	–	+	–	+	6,24	8,94	8,37
4	8	2	8	+	+	+	–	+	–	–	–	7,06	12,63	7,76
5	4	6	3	+	–	–	+	+	–	–	+	7,69	7,22	11,03
6	7	3	4	+	+	–	+	–	+	–	–	33,10	30,30	30,65
7	3	1	7	+	–	+	+	–	–	+	–	9,21	8,69	12,85
8	1	7	6	+	+	+	+	+	+	+	+	20,85	23,16	20,91

2.8. Содержание отчета

Отчет должен содержать цель работы, описание принципов планирования эксперимента, матрицу планирования экспериментов. Также рассчитанные коэффициенты уравнения регрессии рассматриваемого процесса и вывод о математической модели.

2.9. Контрольные вопросы

1. Проверка адекватности уравнения линейной регрессии.
2. Методы поиска экстремума функции отклика. Методы математического анализа.
3. Основные этапы построения линейной многофакторной аппроксимирующей функции методами планирования эксперимента.
4. Кодирование переменных при составлении плана эксперимента.
5. Построение матриц планирования полнофакторного эксперимента.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Оценка математического ожидания и дисперсии выборки

3.1. Цель работы

Получить навыки нахождения математического ожидания и дисперсии заданной выборки.

3.2. Краткие теоретические сведения

Mathcad имеет развитый аппарат работы с задачами математической статистики и обработки эксперимента.

Во-первых, имеется большое количество встроенных специальных функций, позволяющих рассчитывать плотности вероятности и другие основные характеристики основных законов распределения случайных величин. Наряду с этим, в Mathcad запрограммировано соответствующее количество генераторов псевдослучайных чисел для

каждого закона распределения, что позволяет эффективно проводить моделирование статистических методов.

Во-вторых, предусмотрена возможность построения гистограмм и расчета статистических характеристик выборок случайных чисел и случайных процессов, таких как средние, дисперсии, корреляции и т. п.. При этом случайные последовательности могут как создаваться генераторами случайных чисел, так и вводиться пользователем из файлов.

Встроенные функции, имеющиеся в Mathcad для описания нормального распределения вероятностей:

$\text{dnorm}(x, \mu, \sigma)$ — плотность вероятности нормального распределения;

$\text{pnorm}(x, \mu, \sigma)$ — функция нормального распределения;

$\text{snorm}(x)$ — функция нормального распределения для $\mu=0, \sigma=1$;

$\text{qnorm}(P, \mu, \sigma)$ — обратная функция нормального распределения;

$\text{gpnorm}(M, \mu, \sigma)$ — вектор m независимых случайных чисел, каждое из которых имеет нормальное распределение:

x — значение случайной величины;

P — значение вероятности;

μ — математическое ожидание;

σ — среднее квадратичное отклонение.

Плотность распределения для трех пар значений параметров показана на рисунке 3.1.

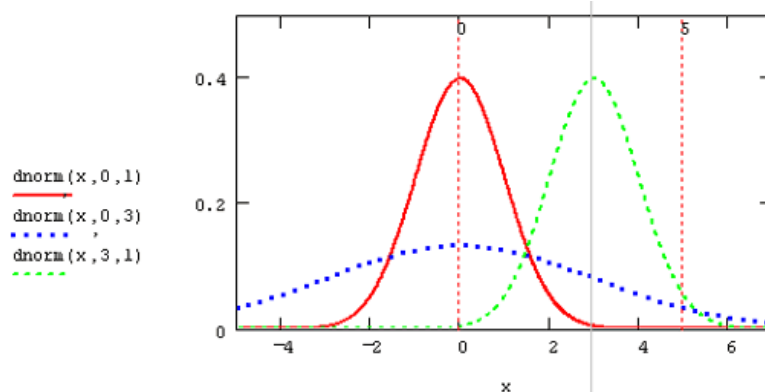


Рисунок 3.1 - Плотность вероятности нормальных распределений

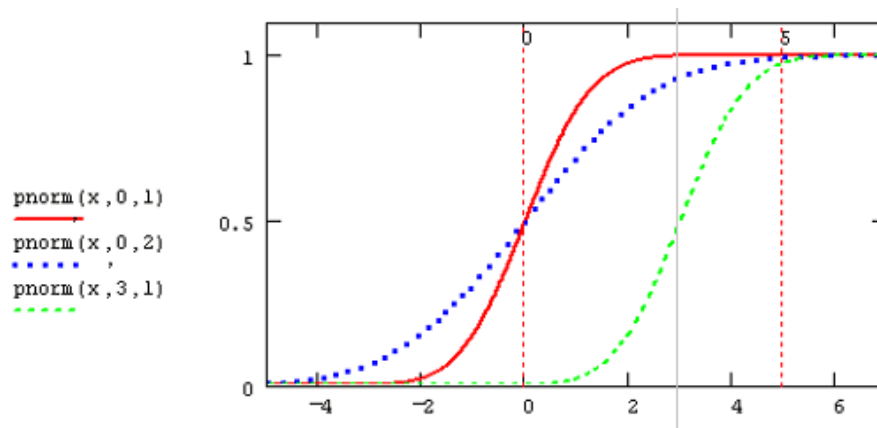


Рисунок 3.2 - Нормальные функции распределения

При построении гистограммы область значений случайной величины (a, b) разбивается на некоторое количество сегментов bin , а затем подсчитывается частота попадания данных в каждый сегмент. Для построения гистограмм в Mathcad имеется несколько встроенных функций. Рассмотрим их, начиная с самой сложной по применению, чтобы лучше разобраться в возможностях каждой из функций.

Гистограммы с произвольными интервалами:

`hist (int,x)` — возвращает вектор частоты попадания данных в интервалы гистограммы:

`int` — вектор, элементы которого задают сегменты построения гистограммы в порядке возрастания $a < \text{int}[i] < b$;

`x` — вектор случайных данных.

Если вектор `int` имеет `bin` элементов, то и результат `hist` имеет столько же элементов.

Пример программы:

```
N:= 1000      bin:= 30

x:= rnorm(N, 0, 1)

lower:= floor(min(x))
upper:= ceil(max(x))

h:= (upper - lower) / bin

j:= 0.. bin

int_j:= lower + h * (j + 0.5)

f:= 1 / (N * h) * hist(int, x)
```

Для анализа взято $N=1000$ данных с нормальным законом распределения, созданных генератором случайных чисел. Далее определяются границы интервала (`upper`, `lower`), содержащего внутри себя все случайные значения, и осуществляется его разбиение на количество (`bin`) одинаковых сегментов, начальные точки которых записываются в вектор `int`.

В векторе `int` можно задать произвольные границы сегментов разбиения так, чтобы они имели разную ширину.

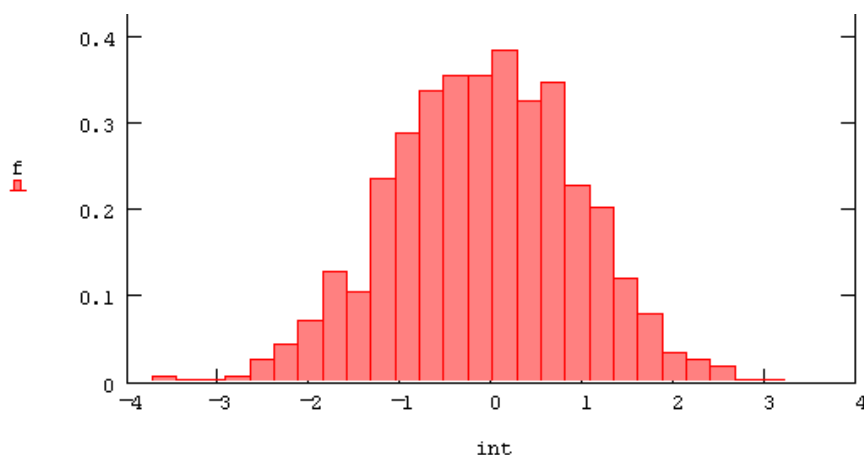


Рисунок 3.3 – Построение гистограммы

Гистограммы с равными интервалами:

Если нет необходимости задавать сегменты гистограммы разной ширины, то удобнее воспользоваться упрощенным вариантом функции `hist`:

`hist (bin, x)` — возвращает вектор частоты попадания данных в интервалы гистограммы:

`x` — вектор случайных данных.

`histogram (bin, x)` — возвращает матрицу гистограммы размера `bin*2`, состоящая из столбца сегментов разбиения и столбца частоты попадания в них данных:

`bin` — количество сегментов построения гистограммы.

Для того чтобы использовать этот вариант функции `hist` вместо предыдущего, достаточно заменить первый из ее аргументов в листинге следующим образом:

$$f := \frac{1}{N \cdot h} \cdot \text{hist}(\text{int}, x)$$

Примеры использования функции `histogram`:

```
N := 1000    bin := 10
```

```
x := rnorm(N, 0, 1)
```

```
f := histogram(bin, x)
```

$f =$

	0	1
0	-3.045	3
1	-2.382	20
2	-1.719	63
3	-1.056	136
4	-0.393	227
5	0.27	241
6	0.933	195
7	1.596	86
8	2.259	22
9	2.922	6

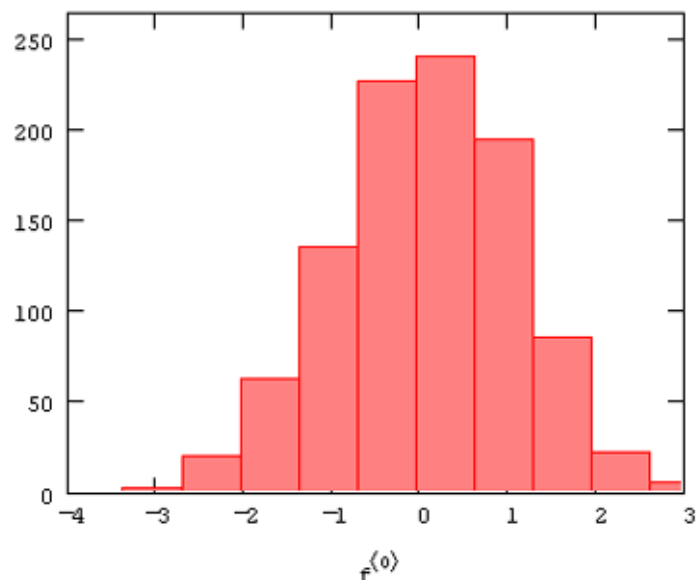


Рисунок 3.4 – Построение гистограммы

В Mathcad имеется ряд встроенных функций для расчетов числовых статистических характеристик рядов случайных данных:

`mean(x)` — выборочное среднее значение;

`median (x)` — выборочная медиана (`median`) — значение аргумента, которое делит гистограмму плотности вероятностей на две равные части.

Медиана выборки — это точка, по обе стороны которой располагается одинаковое количество элементов выборки.

Медиана распределения — это точка m , определяемая аналогичным условием: вероятность того, что случайная величина примет значение, не превосходящее m , равна $1/2$. Другими словами, медиана — это квантиль уровня $p=0.5$.

Медиана выборки является оценкой медианы распределения.

`var (x)` — выборочная дисперсия (variance);

`stdev(x)` — среднеквадратичное (или стандартное) отклонение (standard deviation);

`max(x), min(x)` — макс и минимальные значения выборки;

`mode(x)` — наиболее часто встречающееся значение выборки;

$\text{Var}(x)$, $\text{Stdev}(x)$ — Несмещенная выборочная дисперсия и среднеквадратичное отклонение.

x — вектор (или матрица) с выборкой случайных данных.

Пример использования первых четырех функций

```

N := 1 × 103
x := runif (N, 0, 1)

m := mean (x)

median (x) = 0.478

var (x) = 0.085

stdev (x) = 0.291     $\sqrt{\text{Var} (x)} = 0.291$ 

```

Определение статистических характеристик случайных величин приведено на примере обработки выборки малого объема (по пяти данным).

```

x := ( 5   2   14   3   2 )T

N := length (x)    N = 5

 $\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} x_i = 5.2$ 

m := mean (x)    m = 5.2

median (x) = 3    max (x) = 14
mode (x) = 2      min (x) = 2

 $\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m)^2 = 20.56$ 

var (x) = 20.56     $\text{Var} (x) \cdot \frac{N-1}{N} = 20.56$ 

 $\sqrt{\text{var} (x)} = 4.534$     stdev (x) = 4.534

Stdev (x) ·  $\sqrt{\frac{N-1}{N}} = 4.534$ 

 $\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m)^2 = 25.7$ 

Var (x) = 25.7     $\text{var} (x) \cdot \frac{N}{N-1} = 25.7$ 

 $\sqrt{\text{Var} (x)} = 5.07$     Stdev (x) = 5.07

stdev (x) ·  $\sqrt{\frac{N}{N-1}} = 5.07$ 

```

3.3. Порядок выполнения работы

- 1) Сгенерируйте выборку из 500 значений для нормального закона распределения с параметрами, указанными в таблице 1
- 2) Постройте гистограмму выборки.
- 3) В этой же системе координат постройте график плотности вероятности для заданного закона распределения.
- 4) Сгенерируйте пять выборок нормального закона распределения с параметрами, указанными в таблице объемами 5, 10, 20, 50, 500;
- 5) Найдите для этих выборок оценки математического ожидания, смещенную и несмещенную оценки среднеквадратичного отклонения.
- 6) Используя функцию `histogram` постройте нормированную гистограмму выборки объема 500.

№	σ	M	№	σ	M
0	0.7	1.5	5	0.9	1
1	0.5	1	6	1	1.5
2	1	1.5	7	1.5	2
3	1.5	2	8	1	1.5
4	0.8	1	9	0.8	1.5

3.4. Содержание отчета

По результатам выполненной работы оформить отчет, включающий в себя следующие разделы:

- цель работы;
- постановка задачи;
- построенные гистограммы выборки;
- выводы о проделанной работе.

3.5. Контрольные вопросы.

1. Гистограмма, порядок построения.
2. Выборка и генеральная совокупность, определения.
3. Требования к статистическим оценкам.
4. Плотность вероятности для нормального закона распределения.
5. Несмещенная оценка дисперсии для нормального закона распределения.
6. Генерация вектора случайных чисел с заданным законом распределения.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Интерполяция функции многочленами Лагранжа. Функции сглаживания

4.1. Цель работы

Ознакомиться с реализацией алгоритмов приближения функций. Произвести интерполяцию функции по заданному множеству точек.

4.2. Краткие теоретические сведения

Пусть задан дискретный набор точек x_i ($i=0,1,\dots, n$), называемых узлами интерполяции, причем среди этих точек нет совпадающих, а также значения функции y_i в этих точках. Требуется построить функцию $g(x)$, проходящую через все заданные узлы.

Таким образом, критерием близости функции является $g(x_i)=y_i$.

В качестве функции $g(x)$ обычно выбирается полином, который называют интерполяционным полиномом.

В том случае, когда полином един для всей области интерполяции, говорят, что *интерполяция глобальная*.

В тех случаях, когда между различными узлами полиномы различны, говорят о кусочной или *локальной интерполяции*.

Найдя интерполяционный полином, мы можем вычислить значения функции $f(x)$ между узлами (провести интерполяцию в узком смысле слова), а также определить значение функции $f(x)$ даже за пределами заданного интервала (провести экстраполяцию).

Задача интерполирования функций состоит в приближенной замене функции $f(x)$ более простой интерполирующей функцией $F(x)$, значения которой в узлах интерполирования $x_j (j=1,2,...,n)$ совпадают с соответствующими значениями $f(x)$. На практике чаще всего интерполируют функции $f(x)$, заданные таблично, в точках $x_j (j=1,2,...,n)$, если необходимо узнать значение $f(x)$ при $x \neq x_j$.

Обычно $F(x)$ отыскивают в виде обобщенного многочлена

$$P_n(x) = \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x) \quad (4.1),$$

где $\varphi_i (i=1,2,...,n)$ - линейно независимая система функций,

c_i - действительные коэффициенты, определяемые из линейной алгебраической системы:

$$\sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x_k) = f(x_k) = y_k, (k=1,2,...,n) \quad (4.2)$$

Пусть $\varphi_i(x) = x^{i-1} (i=1,2,...,n)$. Тогда c_i определяется единственным образом и $F(x)$ совпадает с интерполяционным многочленом Лагранжа:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \dots (x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1) \dots (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \dots (x_i-x_n)} \quad (4.3)$$

При вычислении коэффициентов Лагранжа разности удобно расположить следующим образом:

$x-x_0$	x_0-x_1	x_0-x_2	...	x_0-x_n
x_1-x_0	$x-x_1$	x_1-x_2	...	x_1-x_n
x_2-x_0	x_2-x_1	$x-x_2$	...	x_2-x_n
...	...	...	...	...
x_n-x_0	x_n-x_1	x_n-x_2	...	$x-x_n$

Если обозначить произведение элементов соответствующих строк через $D_i (i=1,2,...,n)$, а произведение элементов главной диагонали - через $\prod_{n+1}(x)$, то формула (3.3) будет иметь вид:

$$P_n(x) = \prod_{n+1}(x) \sum_{i=0}^n \frac{y_i}{D_i} \quad (4.4)$$

В случае равноотстоящих узлов *интерполяционная формула Лагранжа* имеет вид:

$$P_n(x) = \prod_{n+1}(t) \sum_{i=0}^n \frac{y_i}{(t-i)! (n-i)! (-1)^{n-i}}, \quad (4.5)$$

где $\prod_{n+1}(t) = t(t-1)(t-2)\dots(t-n)$, $t = (x - x_0)/h$, $h = x_{i+1} - x_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n$).

Для оценки погрешности интерполяционной формулы Лагранжа можно использовать следующее соотношение:

$$|R_n(x)| \leq \frac{M_{n+1} |\prod_{n+1}(x)|}{(n+1)!}, \quad (4.6)$$

где $M_{n+1} = \max_{[a,b]} |f^{(n+1)}(x)|$, $[a, b]$ – интервал интерполирования.

Существенным недостатком интерполяции методом Лагранжа является тот факт, что при известном значении многочлена $P_n(x)$, построенного по значениям в точках x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) введение нового $(n+1)$ -го узла требует проведения вычислений всех коэффициентов заново. Этим недостатком не обладает интерполяционный многочлен Ньютона.

Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих значений аргумента:

$$P_n(x) = f(x_0) + A_{10}(x - x_0) + A_{20}(x - x_0)(x - x_1) + \dots + A_{n0}(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1}) \quad (4.7)$$

где A_{mi} – разделенные разности m -ного порядка.

$A_{1i} = [f(x_{i+1}) - f(x_i)] / (x_{i+1} - x_i)$ – разделенные разности первого порядка.

$A_{2i} = [A_{1,i+1} - A_{1i}] / (x_{i+2} - x_i)$ – разделенные разности второго порядка.

Разделенные разности m -го порядка имеют вид:

$$A_{mi} = [A_{m-1,i+1} - A_{m-1,i}] / (x_{i+m} - x_i) \quad (4.8)$$

Для равноотстоящих узлов разделенные разности m -ного порядка вычисляются по формуле:

$$A_{mi} = [A_{m-1,i+1} - A_{m-1,i}] / (mh), m = \overline{1, n-1} \quad (4.9)$$

где $h = x_{i+1} - x_i$ – шаг интерполирования, $i = \overline{0, n}$.

Линейная интерполяция.

Простейшим случаем локальной интерполяции является *линейная интерполяция*, когда в качестве интерполяционной функции выбирается полином первой степени, то есть узловые точки соединяются прямой линией.

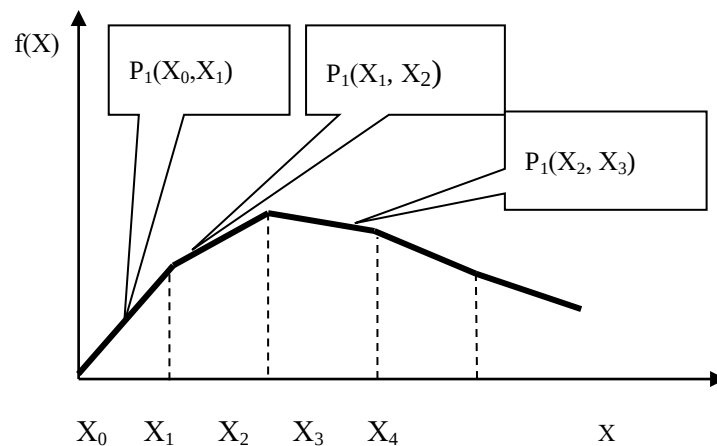


Рисунок 4.1 - Линейный сплайн

Линейная интерполяция на *Mathcad*'е осуществляется с помощью встроенной функции *interp*.

Функция *interp(vx, vy, x)* возвращает значение функции в точке x , полученное

линейной интерполяцией. Здесь vx – это вектор вещественных значений, упорядоченных по возрастанию. Он соответствует точкам $X_0, X_1, \dots, X_n$. А vy – это вектор вещественных значений, соответствующих величинам $Y_0, Y_1, \dots, Y_n$. Размерность векторов, очевидно, одинаковая. Точка x должна быть в диапазоне $X_0 \dots X_n$.

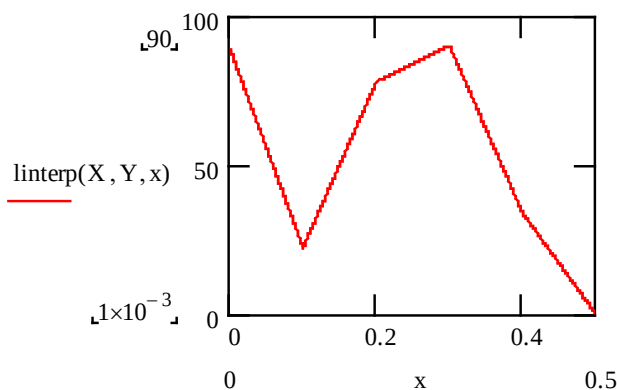
При линейной интерполяции Mathcad соединяет заданные точки прямыми, таким образом получая требуемое значение y .

Например, имеются два вектора:

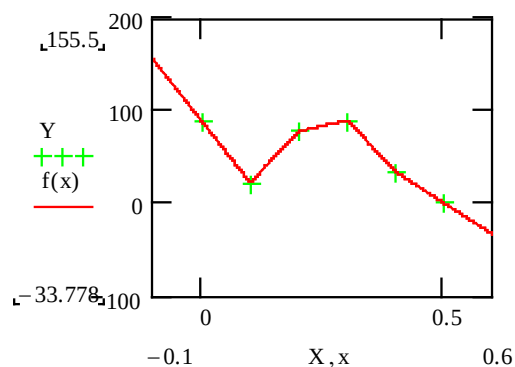
$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.4 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 89 \\ 22.5 \\ 78 \\ 90 \\ 33.78 \\ 0.001 \end{pmatrix}$$

Определим функцию $f(x) := \text{linterp}(X, Y, x)$

Можно построить график интерполяционной функции:



На графике убедимся, что в узловых точках значения $f(x)$ и заданные Y совпадают:



Кубическая сплайн-интерполяция.

В настоящее время среди методов локальной интерполяции наибольшее распространение получила интерполяция сплайнами (от английского слова *spline* – гибкая линейка). При этом строится интерполяционный полином третьей степени, проходящий через все заданные узлы и имеющий непрерывные первую и вторую производные.

Пусть отрезок $[a, b]$ разбит точками $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ на n отрезков. Сплайном степени m называется функция $S_m(x)$, обладающая следующими свойствами:

- функция $S_m(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ вместе со всеми своими производными до некоторого порядка p .
- на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ функция $S_m(x)$ совпадает с некоторым алгебраическим многочленом $P_m^i(x)$ степени m .

Наиболее широкое распространение на практике получили сплайны третьей степени (кубические сплайны).

Такие сплайны на каждом из частичных отрезков совпадают с кубическим многочленом:

$$S_3(x) = P_{3,i}(x) = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3$$

и имеют на отрезке $[a, b]$ по крайней мере, одну непрерывную производную $S_3'(x)$.

Для решения задачи об интерполяции с помощью сплайнов пользуются встроенной функцией $\text{interp}(VS, x, y, z)$. Функция $\text{interp}(VS, vx, vy, z)$ вычисляет значение функции в точке z .

Кубическая сплайн-интерполяция осуществляется двумя функциями. Вначале вычисляется вектор вторых производных в рассматриваемых точках $VS := \text{cspline}(vx, vy)$, затем вычисляется значение функции в точке x : $\text{interp}(VS, vx, vy, z)$.

Встроенная функция $\text{cspline}(vx, vy)$ – вычисляет вектор вторых производных в рассматриваемых точках, содержащихся в vx и vy . Этот вектор является аргументом функции interp , которая описана ниже.

Вместо cspline можно использовать:

$\text{pspline}(vx, vy)$ – генерирует кривую, являющуюся полиномом второй степени (параболой) в граничных точках ($m=2$).

$\text{lspline}(vx, vy)$ – генерирует прямую ($m=1$).

Рассмотрим пример.

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.4 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 89 \\ 22.5 \\ 78 \\ 90 \\ 33.78 \\ 0.001 \end{pmatrix}$$

Коэффициенты сплайна сохраним в векторе C :

$$C := \text{cspline}(X, Y)$$

Определим функцию:

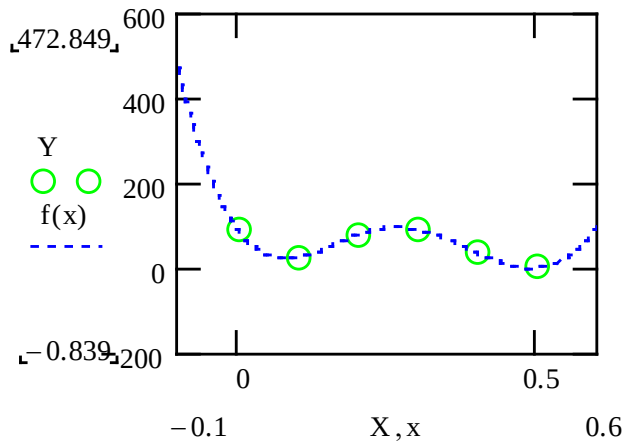
$$f(x) := \text{interp}(C, X, Y, x)$$

Её значения в интересующих точках вычисляются следующим образом:

$$f(0.15) = 47.209$$

$$f(0.41) = 27.544$$

На графике синей пунктирной линией изображен полученный сплайн.



Мы могли бы построить интерполяционную таблицу с равным шагом, используя оператор векторизации.

Например, для рассмотренной задачи, нам нужно составить таблицу значений функции на интервале от 0.2 до 0.3 с шагом 0,01.

$$i := 0..10 \quad a_i := 0.2 + \frac{i}{100} \quad b := \overrightarrow{\text{interp}(C, X, Y, a)}$$

Таким образом, можно получить вектора a и $b(a)$:

$$a =$$

	0
0	0.2
1	0.21
2	0.22
3	0.23
4	0.24
5	0.25
6	0.26
7	0.27
8	0.28
9	0.29
10	0.3

$$b =$$

	0
0	78
1	82.769
2	86.788
3	90.041
4	92.512
5	94.185
6	95.042
7	95.069
8	94.248
9	92.564
10	90

Mathcad позволяет интерполировать также и функции двух переменных.

Функции сглаживания.

Сглаживание предполагает использование набора значений y и возвращение нового набора y , который является более гладким, чем исходный набор. Имеется набор из 3-х функций, реализующих различный алгоритм сглаживания:

$\text{medsmooth}(vy, n)$ - метод скользящей медианы,

$\text{ksmooth}(vx, vy, b)$ - метод Гаусса,

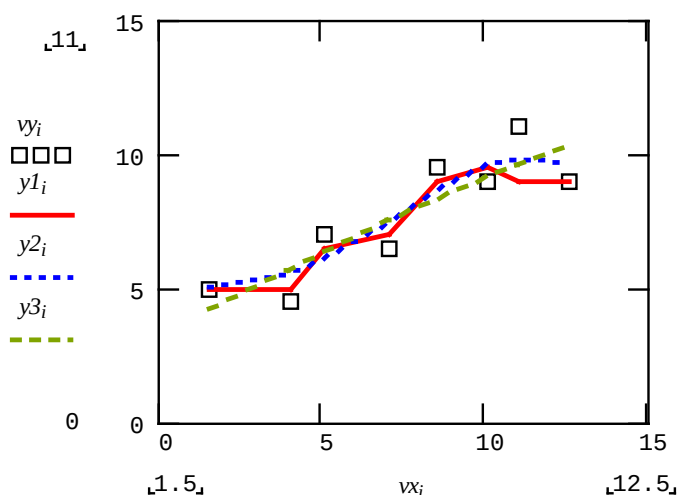
$\text{supsmooth}(vx, vy)$ - метод наименьших квадратов.

n - ширина окна сглаживания, b - параметр сглаживания (должен быть больше интервала между точками).

Все эти функции возвращают новый набор значений функции.

Например:

$$y1 := \text{medsmooth}(vy, 3) \quad y2 := \text{ksmooth}(vx, vy, 4) \quad y3 := \text{supsmooth}(vx, vy)$$



Отличие сглаживания функции заданной таблично от построения линии регрессии заключается в том, что в последнем случае ищутся параметры функциональной зависимости, а набор точек может быть представлен как её приближённые значения. При сглаживании же, один набор значений заменяется другим, но лежащим на более гладких кривых.

4.3. Порядок выполнения работы

1. Изучить методические указания к работе.
2. В соответствии с номером варианта задания выбрать из таблицы 1 множество точек функции. Произвести линейную, квадратичную и кубическую сплайн-интерполяцию функции, содержащей указанное множество точек. Построить графики.
3. Получить таблицу значений функции на указанном интервале Δx с шагом 0,1, используя оператор векторизации.
4. Используя данные таблицы 1, построить функции сглаживания методами скользящей медианы, наименьших квадратов, Гаусса.

4.4. Содержание отчета

По результатам выполненной работы оформить отчет, включающий в себя следующие разделы:

- цель работы;
- постановка задачи;
- краткое описание рассматриваемых методов приближения функций;
- решение в системе MathCad указанных пунктов;
- выводы о проделанной работе.

№	Множество точек																Δx
1	x	1	2.2	3	4	12	6	7	8.1	9	10.1	11	12.3	13	14	1.4	13.1...
	y	5.1	6.9	18.6	8.36	12.3	1.2	9.66	1.55	5	18.3	9.11	4.7	7.11	22.5	6.78	13.9
2	x	1.87	1.12	3.5	7.99	6.99	6.16	7.44	8.1	9.11	12	11.5	12.3	1.3	1.4	0.4	0.5...1
	y	9.1	1.9	1.6	8.5	2.3	1.22	29.6	1.5	5.7	1.3	9.11	4.7	7.11	0.5	6.7	3
3	x	0.7	0.12	0.35	7.95	0.99	0.66	5.44	8.3	8.11	1.2	1.45	3.21	1.3	1.24	0.4	1.31...
	y	0.1	0.9	2.6	1.5	4.3	10.2	9.6	0.5	5.7	1.3	0.19	2.7	7.11	0.5	3.71	3.2
4	x	5	1	4	6	8	3	11	9	7	2	10	19	17	13	12	1.1...1.
	y	54	48	87	73	21	11	36	73	69	99	97	71	26	64	34	99
5	x	5.69	13	4.4	6.35	8.55	3.98	11.1	9.66	54.3	29.8	21.0	19.3	17.7	13.9	0.12	1...4
	y	54	48	87	73	21	11	36	73	69	99	97	71	26	64	34	99

6	x	0.69	10	24.4	66.3	8.55	3.98	11	9.6	14.3	29.8	21.0	11.3	37.5	3.95	33.1	1...3.5
	y	54	48	87	73	21	11	36	73	69	99	97	71	26	64	34	
7	x	3	10	4.4	6.3	0.55	1.98	1	2.6	1.3	0.8	2.01	7.1	7.5	3.95	4.12	8...9.1
	y	1	2	3	3.22	0.59	0.65	4.03	8.5	2.6	3.55	7.1	2.01	8	0	0.6	
8	x	0.3	1.6	4.4	6.3	0.55	1.98	1	2.6	1.36	0.87	0.1	1.1	7.4	3.95	5.12	4...5.5
	y	11	2	3.6	5	5.59	9.65	3.03	8.5	2.6	4.55	7.1	2.01	8.1	9	2.6	
9	x	1.3	1.6	4.4	4.3	1.55	1.98	1	2.6	1.36	5.87	0.1	1.01	7.4	3.95	4.12	1.05...2.9
	y	1.1	2	3.6	5.25	5.59	9.65	3.3	8.5	2.6	3.55	7.1	2.01	2.1	9	2.6	
10	x	0.69	10	2.4	6.3	8.55	3.98	11.6	9.6	14.3	29.8	21.0	11.3	37.5	3.95	33.1	22...24
	y	54	48	8.7	53	21	11	36	73	69	19.9	87	71	26	24	34	

4.5. Контрольные вопросы.

1. Что собой представляет задача интерполяции?
2. Какие методы интерполяции Вы знаете?
3. Перечислите достоинства и недостатки известных Вам методов.
4. Что собой представляет задача экстраполяции функции? Чем она отличается от задачи интерполяции?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 Аппроксимация данных измерений

5.1 Цель работы

Произвести аппроксимацию функции по заданному множеству точек.

5.2 Краткие теоретические сведения

Аппроксимацией (приближением) функции называется нахождение такой функции $g(x)$ (аппроксимирующей функции), которая была бы близка искомой $f(x)$. Критерии близости функций $f(x)$ и $g(x)$ могут быть различные.

В том случае, когда приближение строится на дискретном наборе точек, аппроксимацию называют точечной или дискретной.

В том случае, когда аппроксимация проводится на непрерывном множестве точек (отрезке), аппроксимация называется непрерывной или интегральной. Примером такой аппроксимации может служить разложение функции в ряд Тейлора, то есть замена некоторой функции степенным многочленом.

Наиболее часто встречающимся видом точечной аппроксимации является интерполяция (в широком смысле).

Наиболее распространенным методом аппроксимации экспериментальных данных является **метод наименьших квадратов**. Метод позволяет использовать аппроксимирующие функции произвольного вида и относится к группе глобальных методов. Простейшим вариантом метода наименьших квадратов является аппроксимация прямой линией (полиномом первой степени). Этот вариант метода наименьших квадратов носит также название линейной регрессии.

Критерием близости в методе наименьших квадратов является требование

минимальности суммы квадратов отклонений от аппроксимирующей функции до экспериментальных точек:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 \rightarrow \min.$$

Таким образом, не требуется, чтобы аппроксимирующая функция проходила через все заданные точки, что особенно важно при аппроксимации данных, заведомо содержащих погрешности.

Наиболее часто встречаются аппроксимация прямой линией (линейная регрессия), аппроксимация полиномом (полиномиальная регрессия), аппроксимация линейной комбинацией произвольных функций.

Условия минимума S можно записать, приравняв нулю частные производные S по всем переменным $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$.

Получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a_k} &= -\sum_{i=0}^n 2(y_i - a_0 - a_1 x_i - \dots - a_m x_i^m) x_i^k = 0 \\ \sum_{i=0}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - \dots - a_m x_i^m) x_i^k &= 0 \\ k &= 0, 1, \dots, m. \end{aligned}$$

Систему уравнений перепишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} a_0 \sum_{i=0}^n x_i^k + a_1 \sum_{i=0}^n x_i^{k+1} + \dots + a_m \sum_{i=0}^n x_i^{k+m} &= \sum_{i=0}^n y_i x_i^k \\ k &= 0, 1, \dots, m. \end{aligned}$$

Введём обозначения:

$$c_k = \sum_{i=0}^n x_i^k, \quad b_k = \sum_{i=0}^n y_i x_i^k$$

Перепишем систему в развернутом виде:

$$\begin{cases} c_0 a_0 + c_1 a_1 + c_2 a_2 + \dots + c_m a_m = b_0 \\ c_1 a_0 + c_2 a_1 + c_3 a_2 + \dots + c_{m+1} a_m = b_1 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

В качестве функциональной зависимости рассматривается многочлен:

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_n x^n$$

Примеры построения аппроксимирующей функции в MAPLE


```

> restart:
Задание таблиц значений
x:=[1,2,3,4,5];
y:=[5.1,6.1,4.6,2.6,3.1];
n:=nops(x);
Уравнения метода наименьших квадратов
ur1:=sum(x[i],i=1..n)*a+n*b=sum(y[i],i=1..n);
ur2:=sum(x[i]^2,i=1..n)*a+sum(x[i],i=1..n)*b=sum(x[i]*y[i],i=1..n);
Решение системы
resh:=solve({ur1,ur2},{a,b});
Получение коэффициентов
a:=subs(resh,a);
b:=subs(resh,b);
y:='y':x:='x':
y:=a*x+b;

x := [1, 2, 3, 4, 5]
y := [5.1, 6.1, 4.6, 2.6, 3.1]
n := 5
ur1 := 15 a + 5 b = 21.5
ur2 := 55 a + 15 b = 57.0
resh := { b = 6.550000000, a = -.7500000000 }
a := -.7500000000
b := 6.550000000
y := -.7500000000 x + 6.550000000
[>

```

Несколько замечаний по использованным встроенным функциям Maple:

1. nops – функция, возвращающая число элементов массива
2. subs – функция, извлекающая значение корня системы уравнений для присвоения его соответствующей переменной.

Процедура **LeastSquares()** позволяет аппроксимировать табулированную функцию, используя метод наименьших квадратов.

Для этого следует ввести соответствующую команду, указав ее параметрами либо два списка с узлами и значениями функции, либо один с элементами-списками, в которых первый элемент является узловой точкой, а второй – значением функции в этой точке. После этого указывается название переменной. Если на этом остановиться, то после выполнения процедуры результат будет возвращен в виде линейной зависимости по аргументу. Ниже в таблице 5.1 представлено детальное описание опций, которые, помимо обязательных аргументов, могут использоваться вместе с процедурой **LeastSquares()**.

Таблица 5.1. Опции процедуры **LeastSquares ()**.

Опция	Описание
curve	Определяет общий вид аппроксимирующей кривой. Зависимость должна быть линейной по параметрам! На зависимость функции от аргумента ограничения не накладываются.

parame	Может использоваться в тех случаях, когда явно задана опция curve . Значение данной опции задается в виде списка переменных, которые следует считать параметрами оптимизации. Если значение не задано, параметрами оптимизации считаются все переменные, отличные от той, что указана в параметрах процедуры как независимая.
weight	Определяет весовые множители. Ее значением может быть список из неотрицательных чисел, а число элементов списка должно строго соответствовать числу узловых точек.

Следующие примеры иллюстрируют применение функции **LeastSquares**: **LeastSquares(xydata, v, opts)**, **LeastSquares(xdata, ydata, v, opts)**

```

> with(CurveFitting):
> LeastSquares([ [0, .5], [1, 2], [2, 4], [3, 8] ], v);
-.050000000000 + 2.44999999999999974 v
> LeastSquares([0, 1, 2, 3], [1, 2, 4, 6], v, weight=[1, 1, 1, 10]);
95/146 + 259/146 v
> LeastSquares([0, 1, 3, 5, 6], [1, -1, -3, 0, 5], v, curve=a*v^2+b*v+c);
856/637 + 33/49 v^2 - 2231/637 v

```

Time: 1.6s Bytes: 3.62M Available: 104M

5.3 Порядок выполнения работы

1. Изучить методические указания к работе.
2. Пользуясь данными из таблицы 1, получить функциональную зависимость $P(x)$ методом наименьших квадратов и изобразить графически.
3. Используя процедуру **LeastSquares()**, аппроксимировать табулированную функцию.
4. Произвести линейную, квадратичную и кубическую сплайн-интерполяцию функции, содержащей указанное множество точек. Построить графики.
5. Используя данные таблицы, построить функции сглаживания методами скользящей медианы, наименьших квадратов, Гаусса.

5.4 Содержание отчета

По результатам выполненной работы оформить отчет, включающий в себя следующие разделы:

- цель работы;
- постановка задачи;
- краткое описание рассматриваемых методов приближения функций;
- отчет о проделанной работе.

Таблица 5.2

№	Множество точек						
1	x	1	3	4	6	7	9
	y	5.1	18.6	8.36	1.2	9.66	5
2	x	1.12	3.5	6.99	9.11	11.5	12.3
	y	1.9	1.6	2.3	5.7	9.11	4.7
3	x	0.4	1.3	3.21	5.44	7.95	8.3
	y	3.71	7.11	2.7	9.6	1.5	0.5
4	x	1	3	7	10	13	19
	y	48	11	69	97	64	71
5	x	4.4	6.35	9.66	13.9	21.0	29.8
	y	87	73	73	64	97	99
6	x	3.95	8.55	11.3	14.3	21.0	29.8
	y	64	21	71	69	97	99
7	x	0.55	2.01	4.4	6.3	7.5	10
	y	0.59	7.1	3	3.22	8	2
8	x	0.55	1.6	2.6	4.4	5.12	7.4
	y	5.59	2	8.5	3.6	2.6	8.1
9	x	0.1	1.01	1.98	3.95	5.87	7.4
	y	7.1	2.01	9.65	9	3.55	2.1
10	x	0.69	2.4	3.95	6.3	9.6	14.3
	y	54	8.7	24	53	73	69

5.5 Контрольные вопросы.

1. Что собой представляет задача аппроксимации и чем она отличается от задачи интерполяции?
2. Назовите методы аппроксимации.
3. Как проверить гипотезу о линейности экспериментально полученной зависимости?
4. Перечислите достоинства и недостатки известных Вам методов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Регрессионный анализ эксперимента

6.1. Цель работы

Овладение студентами навыками проведения регрессионного анализа.

6.2. Краткие теоретические сведения

Эксперимент является основным и наиболее совершенным методом познания. Он может быть активным и пассивным. Осуществление пассивного эксперимента не зависит от экспериментатора, и ему приходится довольствоваться лишь ролью наблюдателя. Основной вид эксперимента – активный, проводится в контролируемых и управляемых условиях.

Для решения задач по анализу связей между величинами был разработан специальный статистический метод, получивший название корреляционного анализа.

Корреляционный анализ - это статистический метод количественного анализа связей, существующих между величинами, характеризующими какой-либо процесс или явление.

Различают два вида связей между явлениями или процессами: функциональная и корреляционная.

Функциональная связь - это такая связь, при которой определенному значению одной величины соответствует строго определенное значение другой величины. Например, какому-либо значению диаметра шара соответствует одно вполне определенное значение его объема. Функциональные связи легко обнаружить и измерить как на единичных, так и на групповых объектах

Корреляционная связь - это такая связь, когда определенному значению одной величины соответствует несколько значений другой величины. Пример - каждому значению роста человека соответствует целый набор массы тела. Корреляционные связи можно изучать только на групповых объектах методами математической статистики.

Корреляционная связь бывает линейной и нелинейной. **Линейная связь** характеризуется тем, что равным изменениям одной величины соответствуют равные изменения средних значений другой величины. Например, наблюдается соответствие между изменениями уровней систолического и диастолического давлений крови. Для **нелинейной связи** характерно то, что равным изменениям одной величины соответствуют неодинаковые изменения средних значений другой величины.

Корреляционная связь между величинами бывает прямой и обратной. При **прямой связи** с увеличением значений одной величины возрастает среднее другой величины. Например, с повышением температуры тела увеличивается частота пульса у большинства инфекционных больных. Вычисленный при этом коэффициент корреляции имеет положительное значение. При **обратной связи** с увеличением одной величины среднее значение другой величины уменьшается.

Коэффициент корреляции - это число, которым измеряется сила и направление связи между исследуемыми величинами.

Коэффициент корреляции позволяет измерить степень сопряженности между величинами, определить силу и направление существующей между ними связи. Но корреляционный анализ не может ответить на вопрос, насколько будет изменяться переменная величина, если связанная с ней корреляционно другая будет возражать или убывать. Подобного рода задачи решаются методом регрессионного анализа.

Регрессионный анализ - это статистический метод, устанавливающий количественно форму зависимости двух случайных величин, между которыми существует корреляционная связь.

Основное понятие регрессионного анализа - это понятие регрессии.

Регрессия - функция, позволяющая по значению одной переменной величины определить средние значения другой величины, связанной с первой корреляционно. *Регрессия бывает линейная и нелинейная.* В случае линейной регрессии выполняется следующее условие: для любого значения одной величины при ее изменении на единицу среднее значение другой величины изменяется на одно и то же число. Для нелинейной регрессии это условие не выполняется. С помощью линейной регрессии можно выяснить, как количественно меняется одна величина при изменении другой величины на единицу. Для определения размера этого изменения применяется специальный коэффициент - **коэффициент регрессии**, равный числу, на которую в среднем изменяется переменная величина при изменении другой, связанной с ней корреляционно, на единицу.

С помощью коэффициента регрессии можно без специальных измерений определить значение одной величины, зная значение другой. Для этих целей служит **уравнение линейной регрессии**, которое имеет следующий вид:

$$Y = a + b \cdot X$$

, где X - значение независимой переменной,

Y - значение зависимой переменной,

a, b – параметры уравнения (a – коэффициент сдвига,
 b – коэффициент наклона или коэффициент регрессии).

В отличие от интерполяции, регрессия не требует, чтобы кривая непременно проходила через все точки. Напротив, задача ставится так: построить кривую, наиболее близко, в смысле минимального среднеквадратичного отклонения, описывающую данный набор точек.

Для точек данных необходимо построить прямую $y=kx+b$, сумма квадратов отклонений всех точек от которой будет минимальной. Пусть эти точки таковы:

$$vx := \begin{pmatrix} 1.5 \\ 4 \\ 5 \\ 7 \\ 8.5 \\ 10 \\ 11 \\ 12.5 \end{pmatrix} \quad vy := \begin{pmatrix} 5 \\ 4.5 \\ 7 \\ 6.5 \\ 9.5 \\ 9 \\ 11 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Параметры этой прямой возвращают две встроенные функции Mathcad:

$k = \text{slope}(vx, vy)$ - угловой коэффициент,

$b = \text{intercept}(vx, vy)$ - свободный член.

Зависимость более сложного вида строится просто преобразованием уравнения.

Например, гиперболическое уравнение типа $y = \frac{1}{kx + b}$ преобразуется к линейному виду для

уравнения $\frac{1}{y} = kx + b$, а экспоненциальная зависимость $y = ae^{\lambda x}$ приводится к линейному

виду логарифмированием: $\ln(y) = \ln(a) + \lambda x$.

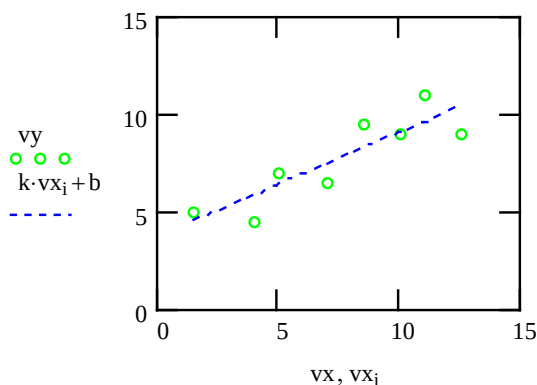
Например, получим коэффициенты прямой для выбранного примера:

$$k := \text{slope}(vx, vy) \quad k = 0.533$$

$$b := \text{intercept}(vx, vy) \quad b = 3.726$$

Построим графики:

$$i := 0..7$$



Для построения полинома n -го порядка, описывающего данный набор точек, используется уже знакомая функция интерполяции $\text{interp}(vs, vx, vy, x)$, где vs - вектор вторых производных вычисляется при помощи функций $\text{regress}(vx, vy, n)$ или $\text{loess}(vx, vy, \text{span})$. Отличие последних функций заключается в том, что первая из них строит полином n -го порядка, а вторая, строит несколько таких полиномов, их количество определяется величиной последнего параметра span , отвечающего за размер окрестности. (Хорошим значением считается 0.75).

Например, для нашего набора точек:

```
C1 := regress(vx, vy, 2)          C2 := loess(vx, vy, 0.75)
f1(x) := interp(C1, vx, vy, x)    f2(x) := interp(C2, vx, vy, x)
i := 0..7
```

$f1(vx_i)$

$f2(vx_i)$

vy_i



vx_i

Этот же набор функций используется для построения при помощи полиномов поверхности, описывающей функцию двух переменных.

6.3. Порядок выполнения работы

1. Изучить методические указания к работе.
2. В соответствии с номером варианта задания выбрать из таблицы 1 множество точек функции. Получить коэффициенты полиномиальной регрессии и изобразить графически.

6.4. Содержание отчета

По результатам выполненной работы оформить отчет, включающий в себя следующие разделы:

- цель работы;
- постановка задачи;
- краткое описание рассматриваемых методов приближения функций;
- решение в системе MathCad указанных пунктов;
- выводы о проделанной работе.

Таблица 6.1

№	Множество точек																ΔX
1	x	1	2.2	3	4	12	6	7	8.1	9	10.1	11	12.3	13	14	1.4	13.1...13.9
	y	5.1	6.9	18.6	8.36	12.3	1.2	9.66	1.55	5	18.3	9.11	4.7	7.11	22.5	6.78	
2	x	1.87	1.12	3.5	7.99	6.99	6.□6	7.44	8.1	9.11	12	11.5	12.3	1.3	1.4	0.4	0.5...13
	y	9.1	1.9	1.6	8.5	2.3	1.22	29.6	1.5	5.7	1.3	9.11	4.7	7.11	0.5	6.7	
3	x	0.7	0.12	0.35	7.95	0.99	0.66	5.44	8.3	8.11	1.2	1.45	3.21	1.3	1.24	0.4	1.31...3.2
	y	0.1	0.9	2.6	1.5	4.3	10.2	9.6	0.5	5.7	1.3	0.19	2.7	7.11	0.5	3.71	
4	x	5	1	4	6	8	3	11	9	7	2	10	19	17	13	12	1.1...1.99
	y	54	48	87	73	21	11	36	73	69	99	97	71	26	64	34	
5	x	5.69	13	4.4	6.35	8.55	3.98	11.1	9.66	54.3	29.8	21.0	19.3	17.7	13.9	0.12	1...4
	y	54	48	87	73	21	11	36	73	69	99	97	71	26	64	34	
6	x	0.69	10	24.4	66.3	8.55	3.98	11	9.6	14.3	29.8	21.0	11.3	37.5	3.95	33.1	1...3.5
	y	54	48	87	73	21	11	36	73	69	99	97	71	26	64	34	
7	x	3	10	4.4	6.3	0.55	1.98	1	2.6	1.3	0.8	2.01	7.1	7.5	3.95	4.12	8...9.1
	y	1	2	3	3.22	0.59	0.65	4.03	8.5	2.6	3.55	7.1	2.01	8	0	0.6	
8	x	0.3	1.6	4.4	6.3	0.55	1.98	1	2.6	1.36	0.87	0.1	1.1	7.4	3.95	5.12	4.5...5.1
	y	11	2	3.6	5	5.59	9.65	3.03	8.5	2.6	4.55	7.1	2.01	8.1	9	2.6	
9	x	1.3	1.6	4.4	4.3	1.55	1.98	1	2.6	1.36	5.87	0.1	1.01	7.4	3.95	4.12	1.05...2.9
	y	1.1	2	3.6	5.25	5.59	9.65	3.3	8.5	2.6	3.55	7.1	2.01	2.1	9	2.6	
10	x	0.69	10	2.4	6.3	8.55	3.98	11.6	9.6	14.3	29.8	21.0	11.3	37.5	3.95	33.1	22...24
	y	54	48	8.7	53	21	11	36	73	69	19.9	87	71	26	24	34	

6.5. Контрольные вопросы

1. В чем цель регрессионного анализа?
2. Опишите уравнение линейной регрессии.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Регрессионный анализ и корреляционный анализ эксперимента

7.1. Цель работы

Научиться использовать возможности MS Excel для проведения корреляционного и регрессионного анализа исследовательских данных.

7.2. Краткое изложение основных теоретических и методических аспектов работы Параметрический корреляционный анализ

Одна из наиболее распространенных задач статистического исследования состоит в изучении связи между выборками (наборами числовых данных каких-либо величин). Обычно связь между выборками носит не функциональный, а вероятностный (или стохастический) характер. В этом случае нет строгой, однозначной зависимости между величинами. При изучении стохастических зависимостей различают *корреляцию* и *регрессию*.

Корреляционный анализ состоит в определении степени связи между двумя случайными величинами X и Y . В качестве меры такой связи используется коэффициент корреляции. Коэффициент корреляции оценивается по выборке объема n связанных пар наблюдений (x_i, y_i) из совместной генеральной совокупности X и Y . Существует несколько типов коэффициентов корреляции, применение которых зависит от измерения (способа шкалирования) величин X и Y .

Для оценки степени взаимосвязи величин X и Y , измеренных в количественных шкалах, используется коэффициент линейной корреляции (коэффициент Пирсона), предполагающий, что выборки X и Y распределены по нормальному закону.

Линейный коэффициент корреляции – параметр, который характеризует степень линейной взаимосвязи между двумя выборками, рассчитывается по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (7.1)$$

где x_i – значения, принимаемые в выборке X ,

y_i – значения, принимаемые в выборке Y ,

$\bar{x}$ – средняя по X , $\bar{y}$ – средняя по Y .

Коэффициент корреляции изменяется от -1 до 1 . Когда при расчете получается величина большая $+1$ или меньшая -1 – следовательно, произошла ошибка в вычислениях. При значении 0 линейной зависимости между двумя выборками нет.

Знак коэффициента корреляции очень важен для интерпретации полученной связи (таблица 7.1). Если знак коэффициента линейной корреляции «+», то связь между коррелирующими признаками такова, что большей величине одного признака (переменной) соответствует большая величина другого признака (другой переменной). Иными словами, если один показатель (переменная) увеличивается, то соответственно увеличивается и другой показатель (переменная). Такая зависимость носит название прямо пропорциональной зависимости.

Таблица 7.1 - Теснота связи и величина коэффициента корреляции.

Коэффициент корреляции r_{xy}	Теснота связи
$\pm(0,91 \dots 1,00)$	Очень сильная
$\pm(0,81 \dots 0,90)$	Весьма сильная
$\pm(0,65 \dots 0,80)$	Сильная
$\pm(0,45 \dots 0,64)$	Умеренная
$\pm(0,25 \dots 0,44)$	Слабая
До $\pm 0,25$	Очень слабая
«+» – прямая зависимость, «-» – обратная зависимость	

Если же получен знак «-», то большей величине одного признака соответствует меньшая величина другого. Иначе говоря, при наличии знака минус, увеличению одной переменной (признака, значения) соответствует уменьшение другой переменной. Такая зависимость носит название обратно пропорциональной зависимости.

Для того чтобы оценить наличие связи между двумя переменными, также можно использовать *t-статистику Стьюдента*, которая оценивает отношение величины линейного коэффициента корреляции к среднему квадратическому отклонению и рассчитывается по формуле:

$$t_{расч} = \frac{r_{xy} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} \quad (2)$$

Полученную величину $t_{расч}$ сравнивают с табличным значением $t_{табл}$ критерия Стьюдента с $n - 2$ степенями свободы. Если $t_{расч} > t_{табл}$, то практически невероятно, что найденное значение обусловлено только случайными совпадениями величин X и Y в выборке из генеральной совокупности, т.е. существует зависимость между X и Y . И наоборот, если $t_{расч} < t_{табл}$, то величины X и Y независимы.

Пример решения задачи «Исследование связей между двумя переменными в Excel»

Условие задачи: По 10 интернет-магазинам были определены затраты на рекламную раскрутку сайтов и количество покупателей, воспользовавшихся после ее проведения услугами каждого магазина. Определить коэффициент корреляции между исследуемыми признаками.

Ход выполнения:

1. Открываем новую книгу MS Excel и создаем таблицу согласно рисунку 7.1.
2. Рассчитываем в ячейке C12 коэффициент корреляции, используя функцию КОРРЕЛ из категории Статистические.

Синтаксис функции: КОРРЕЛ (<массив 1>;<массив 2>),

где <массив 1> – ссылка на диапазон ячеек первой выборки (X);

<массив 2> – ссылка на диапазон ячеек второй выборки (Y).

В нашей задаче формула будет иметь вид: =КОРРЕЛ(B2:B11;C2:C11) – см. рисунок 7.2.

	A	B	C	D	E	F
1	Порядковый номер магазина	Затраты на продвижение (Xi), руб.	Количество покупателей, воспользовавшихся услугами магазина (Yi)			
2	1	1500	72			
3	2	1650	75			
4	3	2100	80			
5	4	2460	82			
6	5	2820	80			
7	6	3000	88			
8	7	3360	95			
9	8	3540	87			
10	9	3840	92			
11	10	3950	98			
12						
13	Коэффициент корреляции					
14	t-статистика Стьюдента					
15	Коэффициенты уравнения регрессии			a	b	
16						
17	Уравнение регрессии					
18						

Рисунок 7.1 - Исходные данные для исследования связей между двумя переменными

СРЗНАЧ		=КОРРЕЛ(B2:B11;C2:C11)			
	A	B	КОРРЕЛ(массив1: массив2)	E	F
	Порядковый номер магазина	Затраты на продвижение (Xi), руб.	Количество покупателей, воспользовавшихся услугами магазина (Yi)		
1					
2	1	1500	72		
3	2	1650	75		
4	3	2100	80		
5	4	2460	82		
6	5	2820	80		
7	6	3000	88		
8	7	3360	95		
9	8	3540	87		
10	9	3840	92		
11	10	3950	98		
12					
13	Коэффициент корреляции	=КОРРЕЛ(B2:B11;C2:C11)			
14	t-статистика Стьюдента				
15	Коэффициенты уравнения регрессии		a	b	
16					
17	Уравнение регрессии				
18					

Рисунок 7.2 - Вычисление коэффициента корреляции

3. Сделаем вывод о тесноте связи между затратами на рекламную раскрутку сайтов и количество покупателей.

После ввода формулы получаем в ячейке C13 значение коэффициента корреляции равное 0,93. По таблице 7.1 делаем вывод, что связь между переменными очень сильная, т.е. имеет место линейная зависимость (прямая пропорциональность).

4. Оценим значимость коэффициента корреляции. С этой целью рассмотрим две гипотезы. Основную $H_0: r_{xy}=0$ и альтернативную $H_1: r_{xy} \neq 0$. Для проверки гипотезы H_0 рассчитаем в ячейке C14 t-статистику Стьюдента по формуле (2). В нашем случае число степеней свободы $v = n - 2 = 10 - 2 = 8$ и формула будет следующей: $=C13*КОРЕНЬ(10-2)/КОРЕНЬ(1-(C13*C13))$.

После ввода формулы получаем в ячейке C14 t-статистику Стьюдента ($t_{расч}$) равную 7,12 (рисунок 7.3).

C14		=C13*КОРЕНЬ(10-2)/КОРЕНЬ(1-(C13*C13))			
	A	B	C	D	E
	Порядковый номер магазина	Затраты на продвижение (Xi), руб.	Количество покупателей, воспользовавшихся услугами магазина (Yi)		
1					
2	1	1500	72		
3	2	1650	75		
4	3	2100	80		
5	4	2460	82		
6	5	2820	80		
7	6	3000	88		
8	7	3360	95		
9	8	3540	87		
10	9	3840	92		
11	10	3950	98		
12					
13	Коэффициент корреляции	0,93			
14	t-статистика Стьюдента	7,12			
15	Коэффициенты уравнения регрессии		a	b	
16					
17	Уравнение регрессии				
18					
19	Доверительная вероятность (α)	0,05			
20	Число степеней свободы (n)	10			
21	Табличное значение t-статистики Стьюдента	2,306			
22					

Рисунок 7.3 - Вычисление t-статистики Стьюдента ($t_{расч}$)

5. Сравним полученное значение с критическим значением $t_{v,\alpha,\text{табл}}$ распределения Стьюдента (при $v = 8$ и доверительной вероятности $\alpha = 0,05$, $t_{v,\alpha,\text{табл}} = 2,306$). $t_{v,\alpha,\text{табл}}$ можно найти либо в специальной таблице, либо воспользовавшись встроенной статистической функцией СТЬЮДРАСПОБР(вероятность;степени_свободы).
В нашем случае это будет формула: =СТЮДРАСПОБР(D19;D20-2).
6. Сделаем вывод о наличии связи между исследуемыми величинами – так как $t_{\text{расч}} > t_{v,\alpha,\text{табл}}$ ($7,12 > 2,306$), то между переменными существует зависимость и найденный коэффициент корреляции значим.

Регрессионный анализ

Цель регрессионного анализа – определить количественные связи между зависимыми случайными величинами. Одна из этих величин полагается зависимой и называется откликом, другие – независимые, называются факторами. Для установления степени зависимости между откликом и факторами используются вычисляемые величины ковариации и коэффициент корреляции. Если коэффициент корреляции по абсолютной величине близок к единице, то для построения зависимости используется линейная модель. Для других случаев используются более сложные нелинейные модели (например, полиномиальные и экспоненциальные). В данной работе изучим линейную модель.

Уравнение линейной регрессии имеет вид:

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_kX_k,$$

где $a_1, a_2, \dots, a_k$ – параметры, подлежащие определению методом наименьших квадратов (МНК).

Обычно находят первые два параметра, которые принято обозначать a и b . В этом случае уравнение линейной регрессии имеет вид $Y = a \cdot X + b$.

Коэффициенты a и b вычисляются следующим образом (формулы 3 – 4):

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad (3)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad (4)$$

где i – номер измерения, x_i и y_i – значения переменных при i -том измерении,
 n – число измерений при моделировании системы.

В среде MS Excel для нахождения модели регрессии (т.е., фактически коэффициентов a и b) можно использовать несколько способов:

- использовать встроенную функцию ЛИНЕЙН;
- графический способ – построение линии тренда на диаграмме с показом уравнения регрессии;
- инструмент Регрессия из Пакета анализа;
- использовать встроенную функцию СУММКВРАЗН и инструмент Поиск

- решения;
- использовать встроенные функции НАКЛОН (вычисляет коэффициент a) и ОТРЕЗОК (вычисляет коэффициент b).

Построение регрессионной модели средствами Excel

Рассмотрим на примере первые три из перечисленных способов нахождения модели регрессии.

1-й способ. Функция ЛИНЕЙН.

В первом способе для получения коэффициентов a и b линейного уравнения регрессии $Y = a \cdot X + b$, описывающего зависимость количества привлеченных покупателей от затрат на рекламную раскрутку сайтов, воспользуемся статистической функцией ЛИНЕЙН. Для этого выделите две ячейки D16:E16 и выполните вставку функции ЛИНЕЙН с аргументами согласно рисунку 7.4.

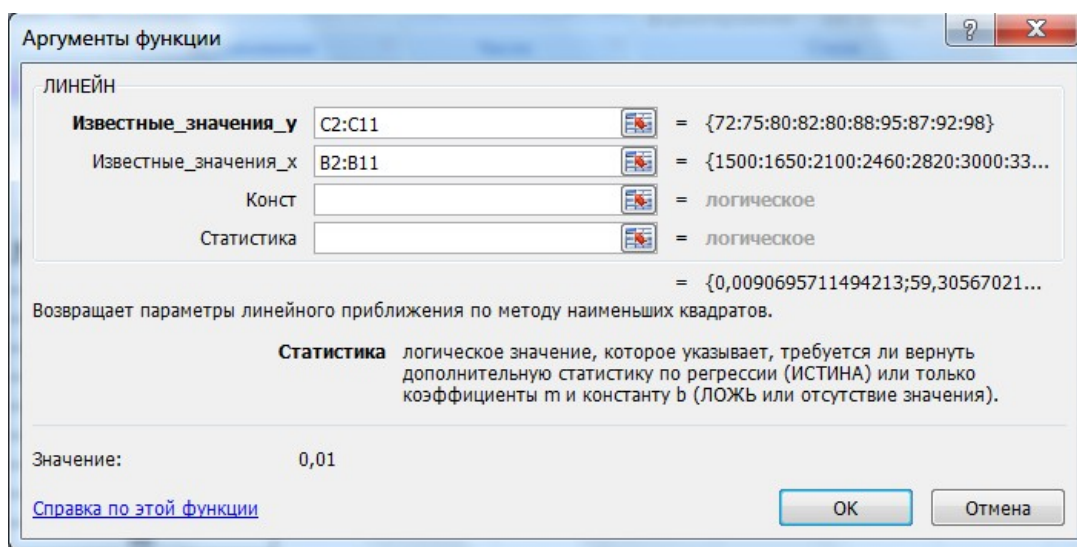


Рисунок 7.4 - Аргументы функции ЛИНЕЙН

Здесь «Известные_значения_y» диапазон значений «Количество покупателей», «Известные_значения_x» диапазон значений «Затраты на продвижение». Нажмите комбинацию клавиш SHIFT+CTRL+ENTER.

Получаем следующие значения коэффициентов регрессии – $a = 0,01$ (ячейка D16), $b = 59,32$ (ячейка E16). В ячейку D17 введем уравнение $Y = 0,01 \cdot X + 59,31$, чтобы продемонстрировать уравнение регрессии:

15	Коэффициенты уравнения регрессии			a	b
16				0,01	59,31
17	Уравнение регрессии	$Y=0,01 \cdot X+59,31$			

2-й способ (графический). Построение линии тренда

1. Для получения уравнения регрессии построим корреляционное поле переменных X (затраты на продвижение) и Y (количество покупателей).
2. Выделим диапазон ячеек B2:C11, запустим мастер диаграмм и выберем тип диаграммы – Точечная (в Excel 2007 выберем на панели инструментов «Вставка» кнопку «Точечная» и выберем подтип «Точечная с маркерами», после этого диаграмма будет создана и помещена на текущий лист, после чего ее можно будет дооформить).

Задаем для диаграммы имя – «Корреляционное поле», название оси X – «Затраты на продвижение, руб.», оси Y – «Количество покупателей» (в Excel

2007 данные действия выполняются на вкладке «Макет» после выделения диаграммы – команды «Название диаграммы» и «Названия осей»). На последнем шаге мастера указываем место расположения – текущий лист.

3. Добавим линию тренда на точечный график (рисунок 7.5). Для этого необходимо выделить диаграмму и выполнить команду меню «Диаграмма/Добавить линию тренда» (в Excel 2007 на вкладке «Макет» выберите команду «Анализ» и далее «Линия тренда» и «Линейное приближение»), либо выполнить данную команду из контекстного меню «Добавить линию тренда...», щелкнув по любой точке графика правой кнопкой мыши. Линия тренда – графическое представление направления изменения ряда данных.
4. Выбираем тип тренда «Линейный», который используется для аппроксимации данных по методу наименьших квадратов в соответствии с уравнением: $Y = a \cdot X + b$, где a – угол наклона (в радианах) и b – координата пересечения оси абсцисс (оси Y).

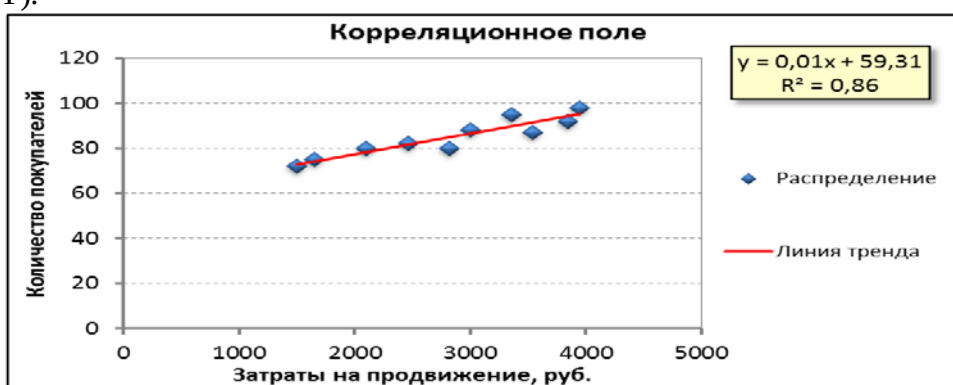


Рисунок 7.5 – Диаграмма с линией и уравнением тренда

5. На вкладке Параметры устанавливаем флажки «Показать уравнение на диаграмме» и «Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2 ». Щелкаем по кнопке ОК. Далее можно отформатировать эти уравнения, выделив их и в контекстном меню выбрав «Формат подписи линии тренда». R^2 – это число от 0 до 1, которое отражает близость линии тренда к фактическим данным. Линия тренда наиболее соответствует действительности, когда значение близко к 1.
6. Сравниваем уравнение регрессии, полученное графическим методом, с уравнением, рассчитанным с помощью функции ЛИНЕЙН. Как видим, эти уравнения одинаковые.

3-й способ. Инструмент анализа Регрессия.

1. Прежде чем мы начнем использовать этот инструмент, нужно убедиться, что был активизирован Пакет анализа (меню «Сервис» есть команда «Анализ данных»). Если нет, то выполните команду «Сервис/Надстройки». В диалоговом окне «Надстройки» установите флажок «Пакет анализа» и щелкните по кнопке ОК (в Excel 2007 этот инструмент находится на вкладке «Данные» – «Анализ данных»).
2. Далее выполните команду «Сервис/Анализ данных». Выберите инструмент анализа «Регрессия» из списка «Инструменты анализа». Щелкните по кнопке ОК.
3. На экране появится диалоговое окно «Регрессия» (рисунок 7.6):
 - в текстовом поле «Входной интервал Y» введите диапазон со значениями

зависимой переменной \$C\$2:\$C\$211.

- в текстовом поле «Входной интервал X» введите диапазон со значениями независимых переменных \$B\$2:\$B\$11.
- Убедитесь, что в поле Уровень надежности введено 95% и переключатель «Параметры вывода» установлен в положении «Новый рабочий лист».
- Щелкните по кнопке ОК.

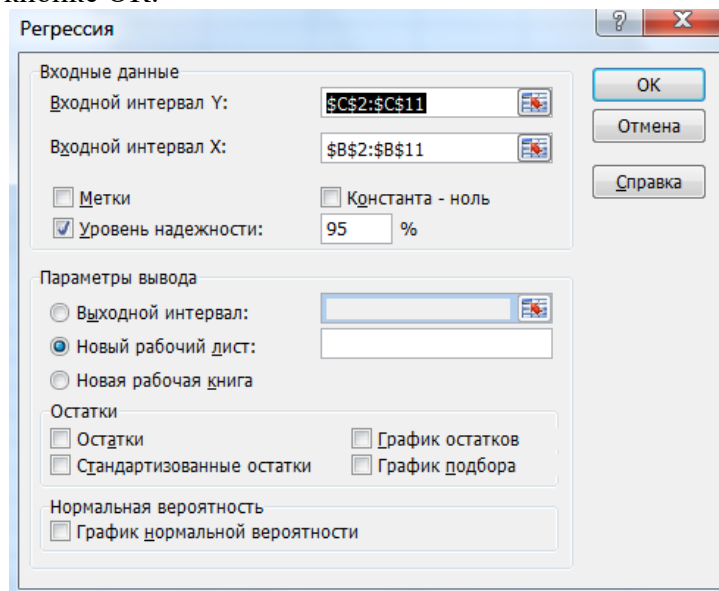


Рисунок 7.6 – Диалоговое окно инструмента анализа «Регрессия»

- В результате на новом листе будут отображены результаты использования инструмента «Регрессия» (рисунок 7.7).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	<i>Регрессионная статистика</i>								
4	Множественный R	0,93							
5	R-квадрат	0,86							
6	Нормированный R-квадрат	0,85							
7	Стандартная ошибка	3,35							
8	Наблюдения	10							
9									
10	<i>Дисперсионный анализ</i>								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значим ость F</i>			
12	Регрессия	1	569,1337	569,1337	50,7214	0,0001			
13	Остаток	8	89,7663	11,2208					
14	Итого	9	658,9000						
15									
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандарт ная ошибка</i>	<i>t- статис тика</i>	<i>P- Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
17	Y-пересечение	59,31	3,747	15,829	0,000	50,666	67,945	50,666	67,945
18	Переменная X 1	0,01	0,001	7,122	0,000	0,006	0,012	0,006	0,012

Рисунок 7.7 – Вывод итогов инструмента «Регрессия»

- Среди полученных результатов после применения инструмента Регрессия есть столбец «Коэффициенты», содержащий значение b в строке «Y-пересечение», a – в строке «Переменная X1».
- Сравним полученные результаты с ранее рассчитанными коэффициентами a и b – результаты полностью совпадают.

7. Следует обратить также внимание на следующие показатели:

а) Столбец «df» – число степеней свободы (используется при проверке адекватности модели по статистическим таблицам):

- в строке «Регрессия» находится k_1 – количество коэффициентов уравнения, не считая свободного члена b ;
- в строке «Остаток» находится $k_2 = n - k_1 - 1$, где n – количество исходных данных.

б) Столбец «SS» (сумма квадратов):

- в строке Регрессия: $SS_{reg} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$, где $\hat{Y}_i$ – модельные значения Y , полученные путем подстановки значений X в построенную модель; $\bar{Y}$ – среднее значение Y ;
- в строке Остаток: $SS_{resid} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2$.

в) Столбец «MS» – вспомогательные величины:

- в строке Регрессия: $S^2_r = \frac{SS_{reg}}{k_1}$;
- в строке Остаток: $S^2_b = \frac{SS_{resid}}{k_2}$.

г) Столбец «F» – критерий Фишера. Используется для проверки адекватности модели: $F = \frac{S^2_r}{S^2_b}$

д) Столбец «Значимость F» – оценка адекватности построенной модели. Находится по значениям F, и с помощью функции ФРАСП. Если значимость F меньше 0,05, то модель может считаться адекватной с вероятностью 0,95.

е) «Стандартная ошибка», «t-статистика» – это вспомогательные величины, используемые для проверки значимости коэффициентов модели.

ж) «P-Значение» – оценка значимости коэффициентов модели. Если «P-Значение» меньше 0,05, то с вероятностью 0,95 можно считать, что соответствующий коэффициент модели значим (т.е. его нельзя считать равным нулю и Y значимо зависит от соответствующего X).

и) Нижние и верхние 95% – доверительные интервалы для коэффициентов модели.

7.3. Порядок выполнения задания

1. Перед выполнением задания_1 изучить теоретическую часть практикума и ответить на контрольные вопросы.
2. Открыть новую книгу Excel и сохранить под именем «Статфункции.xls».
3. В книге выполнить задание со следующими условиями: Имеются данные по двум экономическим показателям X и Y :

Цена (X)	995	983	1001	1012	1011	1017	978	997	1010	989
Спрос (Y)	122	144	114	100	100	90	150	130	95	155

Необходимо:

- вычислить коэффициент корреляции;
 - построить корреляционное поле (диаграмму) на отдельном листе;
 - построить регрессионную модель (с использованием функции ЛИНЕЙН);
- Все действия (в том числе форматирование таблицы) необходимо выполнять, опираясь на образец.

4. На диаграмме разместить линию тренда с уравнением регрессии и оформить их

как показано в образце. Дополнить диаграмму спрогнозированными данными (кроме последнего значения цены 5000).

5. Используя инструмент «Регрессия» на отдельном листе построить регрессионную модель с учетом новых спрогнозированных значений. Записать на листе уравнение регрессии на основании данных из «Вывода итогов».
6. Оформить отчет по работе, содержащий: цель работы, описание действий, выводы по работе.

7.4. Контрольные вопросы

1. В чем цель корреляционного анализа?
2. Что такое коэффициент корреляции?
3. Для чего используется t-статистика Стьюдента?
4. Какими способами можно определить коэффициент корреляции в MS Excel?
5. В чем цель регрессионного анализа?
6. Опишите уравнение линейной регрессии.
7. Какими способами можно найти модель регрессии в MS Excel? Коротко опишите эти способы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

Использование пакета LabVIEW для моделирования физических процессов и проведения экспериментов

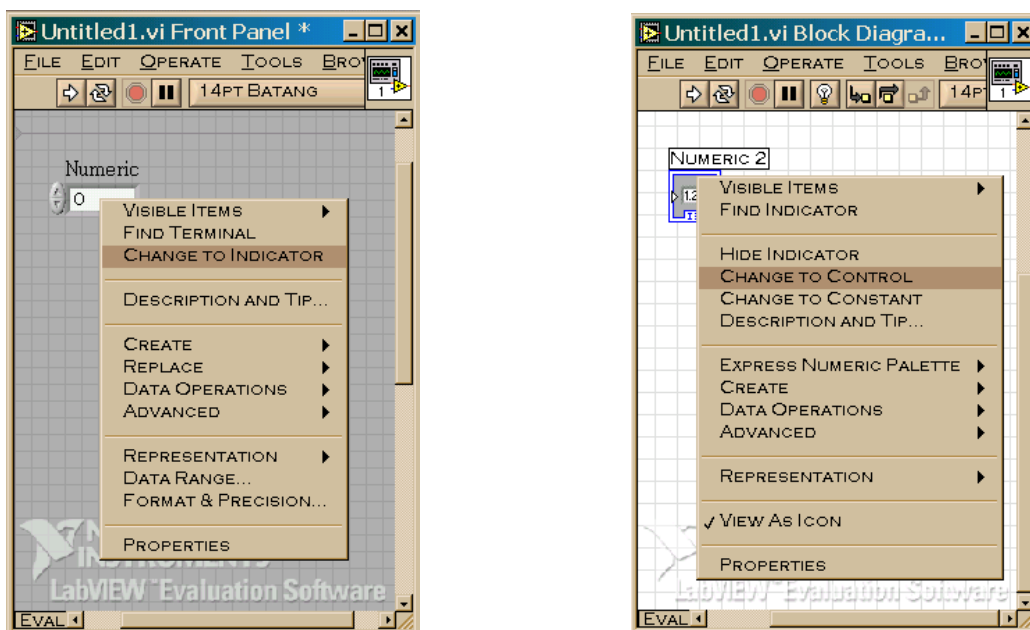
8.1. Цель работы

Получить представление о среде разработки LabVIEW. Ознакомиться с опциями Главного меню, режимами работы. Изучить назначение управляющих клавиш панелей.

8.2. Основные сведения о работе в LabVIEW

LabVIEW является мощным и гибким программным пакетом для получения, обработки и анализа данных. Для создания программ, называемых виртуальными приборами (ВП), в LabVIEW применяется язык графического программирования. Пользователь взаимодействует с программой через лицевую панель. Каждой лицевой панели соответствует блок-диаграмма, которая является исходным кодом виртуального прибора. LabVIEW имеет много встроенных функций для облегчения процесса программирования; компоненты связываются между собой проводниками, определяющими пути потока данных в пределах блок-диаграммы. Файл LabVIEW, созданный пользователем, называют виртуальным инструментом (ВИ) или прибором (ВП). По замыслу разработчиков в состав ВП входят две панели. Первая из этих панелей имитирует переднюю панель реального прибора. На этой панели располагаются органы управления и контролирующие приборы. Поэтому эту панель называют управляющей панелью (Controls). Вторая панель имитирует внутреннее содержание реального прибора, обеспечивающего функциональные возможности прибора. Поэтому вторую панель называют функциональной панелью (Functions). Для работы в LabVIEW необходимо знать принципы теоретических основ электротехники и радиоэлектроники. Пользователь должен уметь определить тип любого соединяемого элемента в создаваемом им виртуальном приборе на любом этапе сборки схемы. Тип приборов, вызываемых из опции Control панели управления, можно определить следующим образом. На рис. 1, а приведено меню цифрового прибора-источника, а на рис. 1, б приведено меню прибора-приёмника. В меню самого прибора панели управления (рис. 1, а) вывод прибора называют Terminal, а сам прибор в меню его вывода на функциональной панели (рис. 1, б) в зависимости от типа называют: управляющим элементом (Control), если

он является источником данных, или управляемым элементом (Indicator), если он является приёмником данных. С помощью команды Change to ... меню любого прибора панели управления можно изменить тип прибора с источника на приёмник и наоборот. Отметим, что по смыслу этой команды меню самого прибора или его вывода можно определить тип прибора панели управления (источник он или приёмник).



а) Меню цифрового источника

б) Меню цифрового приёмника

Рис. 8.1 - Меню прибора панели управления (а) и его вывода (б).

Тип прибора панели управления можно установить по внешнему виду его вывода на функциональной панели: вывод прибора-источника выделен рамкой с жирной линией и является выходом, вывод прибора-приёмника выделения не имеет и является входом. Для цифровых приборов имеется свой способ определения их типа. Цифровой источник внешне отличается от цифрового приёмника: он имеет слева две клавиши со стрелками. Наличие этих клавиш со стрелками позволяет сразу же отличить цифровой источник от не имеющего клавиш цифрового приёмника. Программа LabVIEW позволяет соединить элементы на функциональной панели, если пользователь выполнил два необходимых условия. В любом канале передачи данных все подключенные к каналу выводы объектов должны быть согласованы: 1. по типу самих выводов, 2. по типу передаваемых и принимаемых данных.

Инструменты LabVIEW соединяются между собой на функциональной панели путём соединения соответствующих выводов инструментов с помощью «соединительного провода». Основные принципы соединения приборов в LabVIEW:

1. соединение инструментов, представленных иконками, осуществляется на функциональной панели в режиме «Катушка». В этом режиме указатель мыши приобретает форму катушки. Активным элементом катушки является кончик провода катушки.

2. участки соединительных проводов на функциональной панели могут располагаться только горизонтально или вертикально.

3. во время прокладки пользователем трассы провода программа LabVIEW обозначает её пунктирной линией. Если соединение выполнено правильно, то программа преобразует пунктирную линию в сплошную линию определённого цвета. Неправильное соединение остаётся обозначенным пунктирной линией. Оно требует устранения ошибки, точнее, согласования подключаемых элементов.

4. сложное соединение нескольких элементов образуется совокупностью простых соединений его двух элементов.

5. порядок соединения элементов никак не связан с направлением передачи сигналов в соединительных проводах и может выполняться в общем случае, как и в электрической цепи, в произвольной последовательности. Поэтому, выполняя разветвлённое правильное соединение, на начальном этапе можно допускать наличие его «неправильной» части (она будет обозначена пунктирной линией). Например, можно начать разветвлённое соединение с соединения двух приёмников. После завершения разветвлённого соединения все пунктирные линии преобразуются в сплошные провода, свидетельствующие, что в итоге соединение выполнено правильно.

6. провода могут перекрещиваться без соединения, могут пересекать иконки инструментов (при этом иконки находятся на переднем плане, закрывая провода).

7. трасса соединительного провода выбирается пользователем и может быть любой.

8. любой провод может быть удалён.

Главное меню. Панель управления. Функциональная панель.

1. Запустить программу LabVIEW двойным щелчком на пиктограмме LabVIEW, расположенной на рабочем столе. 2. Расположить обе панели рядом с помощью клавиш Ctrl+T. 3. Войти в Главное меню панели управления и вызвать управляющие и контролируемые приборы. Например, цифровые: Controls \ Numeric. Выбрать любой прибор. Удалите его. 4. Аналогичным способом ознакомиться с управляющими элементами Boolean, строчными элементами для размещения в них текста и таблиц String & Table, массивами и кластерами Array & Cluster, графическими индикаторами различного назначения Graph и т.д. 5. Вызвать виртуальный прибор (ВП) функциональной панели: Functions \ Analysis \ Measurement \ имя прибора (координаты в массиве) 6. Описанным в п. 5 способом вызвать многослойные структуры, структуры для организации циклов в программе, формульный узел для вычислений, математические и физические константы Structs & Constans; сумматоры, умножители и т.д. Arithmetic; тригонометрические и логарифмические функции Trig & Log; генераторы сигналов различной формы, анализаторы спектра, фильтры, приборы преобразования Фурье и линейной алгебры Analysis и др. 7. Осуществить маркировку ВП. Это можно сделать двумя способами: меткой и надписью. а. Маркировка меткой. Вызвать прибор с панели управления. Вместе с прибором откроется текстовое окно для метки (Label). Не переходя в режим «А» и не двигая мышь, наберите с клавиатуры имя прибора. Если имя не было записано сразу, к данному способу внесения метки можно вернуться на любом этапе сборки схемы. Для этого нужно расположить указатель мыши на приборе или его выводе на функциональной панели и ПКМ вызвать команду из меню прибора Show \ Label и с клавиатуры записать имя прибора. б. Маркировка надписью. Войти в режим «А». В любом месте нажать ЛКМ, откроется текстовое окно, в которое можно с клавиатуры вносить любые символы. 8. Удалить метку. Для этого необходимо предварительно стереть её имя, т.к. без прибора одну метку, имеющую имя, удалить нельзя. Метку также можно «спрятать» с возможностью при необходимости восстановить: ПКМ вызвать меню прибора, Show \ Label (с галочкой), снять галочку.

Работа с объектами

9. Перемещение объектов осуществляется в режиме «Стрелка». Выделить объект, ЛКМ щелкнув на объекте. После этого объект можно переместить в любое место. Отменить выделение, щелкнув ЛКМ за пределами выделенного объекта. Для перемещения группы объектов нужно заключить эти объекты в прямоугольную рамку, затем переместить в запланированное место.

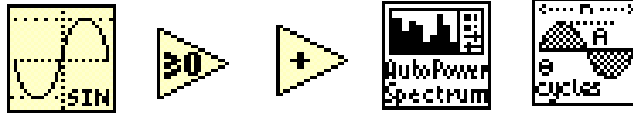
10. Для удаления объекта на панели управления или функциональной панели необходимо выделить его и нажать на клавиатуре клавишу Backspace или Delete.

11. Определить тип прибора: является прибор источником или индикатором? Прибор выбирается по заданию преподавателя.

12. Найти вывод прибора (по заданию преподавателя). Щелкнув на приборе ЛКМ, вызвать меню прибора на управляющей панели. Выбрать команду Find Terminal. Вывод прибора выделится бегущей линией.

13. Найти прибор по его выводу на функциональной панели: меню прибора \ Find Indicator (для прибора-приёмника) или Find Control (для прибора-источника). Данная команда выделяет прибор на панели управления.

14. Из меню функциональной панели выбрать следующие пять видов приборов:



Определить количество выводов для каждого инструмента: войти в меню инструмента \ Show Terminals. Выход инструмента выделяется жирной линией.

15. Определить назначение каждого вывода. Назначение вывода может раскрыть его название. Его можно узнать двумя способами: выбрать опцию Help в Главном меню функциональной панели, вызвать окно помощи командой Show Help. открыть фронтальную панель инструмента, вызвать меню инструмента и выбрать команду Open Front Panel.

16. Осуществить соединение синусоидального генератора с цифровым задатчиком DBL. Перейти в режим «Катушка», щелчком ЛКМ закрепить реперную точку на задатчике и, не отпуская клавишу мыши переместить мышь в направлении от DBL к синусоидальному генератору, щелчком ЛКМ поставить вторую реперную точку на синусоидальном генераторе.

17. Переместить провода соединения: выделить провод стрелкой мыши в запланированное место. Для более точного перемещения использовать четыре клавиши с клавиатуры с четырьмя направляющими по горизонтали и вертикали. 18. Удалить соединение. Войти в режим «Стрелка». Двойным щелчком ЛКМ выделить провод. Удалить его можно несколькими способами: на клавиатуре нажать клавишу Delete или Backspace или Ctrl+B войти в Главное меню \ Edit \ Remove Bad Wires вызвать всплывающее меню, выбрать команду Delete Wire Branch. 19. Собрать следующую схему:

8.3. Задание.

Получить модели детерминированных сигналов заданных видов.

Примечание к выполнению задания.

Студенты, последний номер зачетной книжки которых - четный генерируют сигналы 1,3, в противном случае необходимо сгенерировать сигналы 2,4. При выполнении задания для выбора типа сигнала **ОБЯЗАТЕЛЬНО** использовать структуру "кольцо" (за консультацией обращаться к преподавателю), а также кассетную структуру (см. л.р. № 2). Также необходимо использовать петлю "по условию" с временной задержкой (50ms) и выходом при нажатии кнопки "СТОП".

8.4. Содержание отчета.

1. Название и цель работы.
2. Основные понятия, связанные с термином "сигнал".
3. Задание.
4. Блок-диаграмма собранных виртуальных инструментов.
5. Осциллограмма сигналов.
6. Выводы по работе.

ТЕОРИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

*Методические указания
к выполнению лабораторных работ*

Составители: **Заморёнова** Дарья Викторовна,
Копп Вадим Яковлевич, **Заморёнов** Михаил Вадимович

В авторской редакции