

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

ПАКЕТЫ ПРИКЛАДНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРОГРАММ

Учебно-методическое пособие

по выполнению контрольной работы по дисциплине
для студентов заочной формы обучения направления

11.03.01 — Радиотехника и специальности

11.05.01 — Радиоэлектронные системы и комплексы

Севастополь
СевГУ
2020

УДК 519.6 (075)
П13

Р е ц е н з е н т:

И.Л. Афонин - д. т. н., профессор

Ответственный за выпуск:

И.Л. Афонин - заведующий кафедрой «Радиоэлектроника
и телекоммуникации» д. т. н., профессор

Составитель: А.А. Щекатурин

П13 Пакеты прикладных математических программ : учебно-методическое пособие по выполнению контрольной работы по дисциплине для студентов заочной формы обучения по направлению подготовки 11.03.01 «Радиотехника» и специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» / Сост. А. А. Щекатурин ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Севастопольский государственный университет. – Севастополь : СевГУ, 2020. – 57 с. – Текст : электронный

Цель пособия: оказание помощи студентам заочной формы обучения в изучении теоретического материала и при выполнении контрольных заданий по дисциплине «Пакеты прикладных математических программ».

УДК 519.6 (075)

Учебно-методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании Учёного совета Института радиоэлектроники и информационной безопасности, протокол № 5 от 17 декабря 2019 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Задание № 1. Вычисление математических выражений в MATLAB	5
2. Задание № 2. Построение графиков функций в MATLAB	15
3. Задание № 3. Матричные операции в MATLAB.....	24
4. Задание № 4. Символьные вычисления в MATLAB. Часть 1.....	35
5. Задание № 5. Символьные вычисления в MATLAB. Часть 2.....	41
6. Задание № 6. Программирование в MATLAB	49
Библиографический список.....	56
Приложение А Образец титульного листа	57

ВВЕДЕНИЕ

При изучении дисциплины «Пакеты прикладных математических программ» для заочной формы обучения программой предусмотрено выполнение контрольной работы с целью приобретения студентами навыков работы с системой компьютерной математики MATLAB, которая является мощным и универсальным средством обработки данных и достаточно полно описана в литературе [1 — 4].

В методических рекомендациях по каждому заданию приведены сведения об операторах и модулях MATLAB, соответствующих тематике задания, а также содержатся набор индивидуальных вариантов для самостоятельного решения и вопросы для самоконтроля.

Порядок выполнения контрольной работы

Вариант определяется в соответствии с табл. 1 по последней и предпоследней цифрам зачетной книжки (ЗК).

Табл. 1 — Номер варианта

Номер варианта					Последняя цифра ЗК									
					0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Предпоследняя цифра ЗК	0	3	6	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	4	7		11	12	13	14	15	1	2	3	4	5
	2	5	8		6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Например, при последних цифрах ЗК 12 вариант будет 13, при последних цифрах ЗК 95 вариант будет 6.

Защита отчета по контрольной работе производится каждым студентом индивидуально. В процессе защиты проверяются: правильность оформления отчета, знание студентами операторов MATLAB, используемых в работе, и методики организации вычислений с их помощью, обосновать выводы по работе.

Требования к отчету по контрольной работе

Отчет по контрольной работе оформляется в соответствии с методическими указаниями по оформлению текстовых работ [5] и должен содержать:

- титульный лист;
- задания;
- тексты программы вычислений по каждому заданию;
- выводы по работе.

1. ЗАДАНИЕ № 1

ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ В MATLAB

1.1. Цель выполнения задания

Целью выполнения задания является создание математических выражений для пакета программ MATLAB.

1.2. Окно MATLAB

Название пакета программ MATLAB образовано путем сокращения слов MATrix LABoratory (матричная лаборатория). Программный пакет MATLAB разработан фирмой MathWorks, Inc. и представляет собой программную среду, которая позволяет наряду с простыми математическими действиями выполнять операции с векторами, матрицами и массивами данных, решать алгебраические и дифференциальные уравнения, строить графики и многое другое.

Для запуска программы MATLAB необходимо на рабочем столе Windows кликнуть иконку  , после чего на экране монитора появляется окно (рис. 1.1).

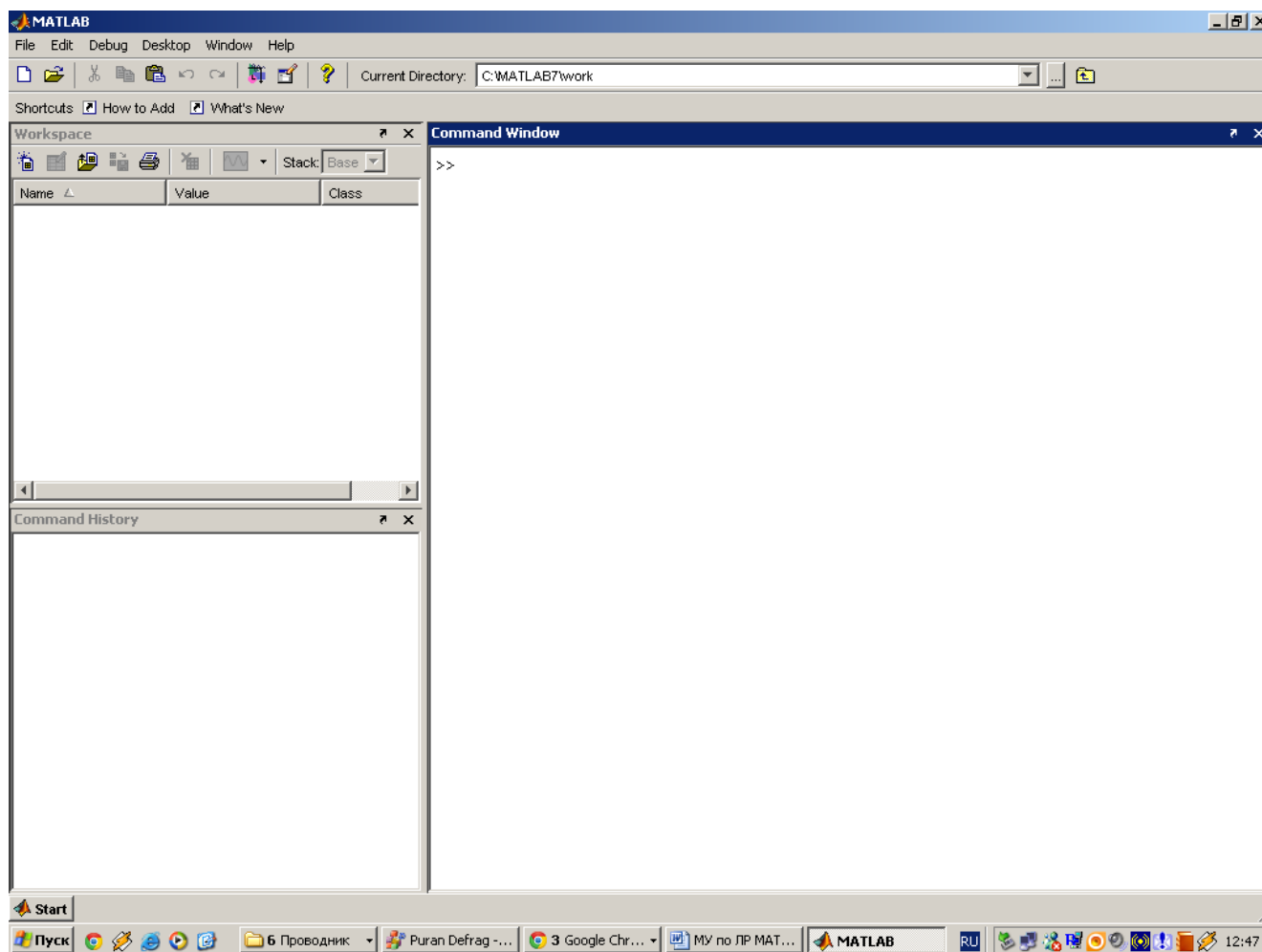


Рис. 1.1 — Окно MATLAB

В верхней части окна (рис. 1.1) расположена строка главных меню: **File**,

Edit, Debug, View, Window, Help, каждое из которых имеет свой раскрывающийся список команд. Под строкой меню располагается панель с кнопками отдельных команд.

Остальную часть окна MATLAB занимают окна: **Command Window**, **Command History** и **Workspace**. Если некоторые из названных окон, отсутствуют, то следует в меню **View** выбрать команду вызова отсутствующего окна, либо в этом же меню выбрать команду **View Layout — Default**.

Окно **Command Window**, в котором находится символ приглашения к вводу «>>» и мигающий вертикальный курсор, предназначено для ввода команд.

Окно **Command History** предназначено для хранения команд, введённых в окно **Command Window**. Для повторения команды следует найти её в окне **Command History** и дважды щелкнуть на ней левой клавишей мыши, после чего команда повторно будет выполнена в командном окне.

Окно **Workspace** предназначено для хранения результатов выполнения команд.

При работе в MATLAB содержимое окон можно удалить выборочно с помощью команд: **Clear Command Window**, **Clear Command History** и **Clear Workspace**, которые находятся в меню **Edit**. Содержимое окна **Workspace** можно также удалить, введя в окно **Command Window** команду **clear all**.

Содержимое окна **Workspace** может быть сохранено в виде файла с расширением **.mat** с помощью команды **Save Workspace as...**, которая находится в меню **File**. При этом появляется диалоговое окно **Save Workspace Variables**, в котором следует указать каталог сохранения и имя файла. По умолчанию предлагается сохранить файл в подкаталоге **Work**, встроенным в MATLAB. Для восстановления значений переменных следует открыть сохраненный файл с помощью команды **Open** из меню **File**, после чего все переменные, определенные ранее, снова становятся доступными для использования.

После выключения компьютера содержимое окна **Command Window** теряется, а содержимое окон **Command History** и **Workspace** сохраняется.

1.3. Операторы MATLAB, используемые для вычисления выражений

Оператор MATLAB — это выражение, которое обозначает выполнение определённой операции (действия) над операндами (данными). В качестве операндов могут использоваться переменные, функции и числовых константы.

Программа Matlab может работать с действительными и комплексными числами с фиксированной или плавающей запятой и имеет следующие формы представления чисел:

- целая часть числа отделяется от дробной точкой;
- порядок числа отделяется от мантиссы символом «e», который не следует путать с основанием натурального логарифма;
- мнимая единица представляется символом «i» или «j», который в случае комплексного результата вычислений программа выводится после мнимой части комплексного числа, а не перед ней, как это принято в математике.

В таблице 1.1 приведены операторы, используемые для вычисления элементарных функций, а в таблице 1.2 — специальные символы.

Таблица. 1.1 — Операторы элементарных функций

Имя	Функция	Имя	Функция
Арифметические		Тригонометрические	
+	сложение	sin	синус
—	вычитание	cos	косинус
*	умножение	tan	тангенс
/	деление слева на право	cot	котангенс
\	деление справа на лево	asin	арксинус
^	возведение в степень	acos	арккосинус
abs	модуль числа	atan	арктангенс
Логарифмические и показательные		acot	арккотангенс
exp	экспонента	Гиперболические	
log	натуральный логарифм	sinh	синус
log10	десятичный логарифм	cosh	косинус
log2	логарифм по основанию 2	tanh	тангенс
sqrt	корень квадратный	coth	котангенс

Таблица 1.2 — Специальные символы

Символ	Назначение
[]	Квадратные скобки используются для задания матриц и векторов
,	Запятая или пробел используются для разделения элементов матриц и операторов в строке ввода
;	Точка с запятой в конце команды отменяет вывод результата на экран
:	Двоеточие используется для указания диапазона изменения величины, а также для обозначения групповой операции над элементами матрицы
()	Круглые скобки применяются для задания аргументов функций, индексов матриц и повышения приоритета математической операции
.	Точка используется для отделения дробную часть числа от целой, а также в составе операций, выполняемых поэлементно (.*, .^, ./, .\)
...	Три точки и более в конце строки обозначают продолжение выражения на следующей строчке
%	Знак процента означает начало комментария
' '	Апострофы используются для задания символьной строки

В командном окне в режиме диалога проводятся вычисления. Пользователь вводит команды или запускает выполнение программных файлов, состав-

ленных на языке MATLAB. Интерпретатор обрабатывает введенные значения и выдает результаты: числовые и строковые данные, предупреждения и сообщения об ошибках. Начало строки ввода помечено знаком `>>`.

В таблице 1.3 приведены операторы функций отношения, констант, а также логических функций, используемых для составления логических выражений, принимающих значения: «0» — ложь или «1» — истина.

Таблица. 1.3 — Операторы функций отношения, некоторых констант и логических функций

Имя	Функция	Имя	Функция
Операторы отношения		Константы	
<code><</code>	меньше	<code>pi</code>	число $\pi=3,1415\dots$
<code><=</code>	меньше или равно	<code>Inf</code>	бесконечность
<code>></code>	больше	<code>-Inf</code>	минус бесконечность
<code>>=</code>	больше или равно	<code>NaN</code>	нечисленное значение
<code>==</code>	равно	Логические операторы	
<code>~=</code>	не равно	<code>&</code>	И
		<code> </code>	ИЛИ
		<code>~</code>	НЕ

В MATLAB последовательность выполнения операций зависит от их приоритета, который в порядке убывания указан в следующем списке:

- круглые скобки;
- транспонирование и возведение в степень;
- логическое НЕ;
- умножение и деление;
- сложение и вычитание;
- операции отношения;
- логическое И;
- логическое ИЛИ.

Приоритет любой операции можно повысить, записав её в круглых скобках.

Если логарифм не является натуральным, десятичным или по основанию 2, то его можно представить в виде отношения

$$\log_3 5 = \frac{\ln 5}{\ln 3} = \frac{\lg 5}{\lg 3},$$

которое с помощью операторов MATLAB записывается в виде `log(5)/log(3)` или `log10(5)/log10(3)`.

По умолчанию для представления чисел в MATLAB используется короткий формат (**format short**) из 5 значащих десятичных цифр. Однако при необходимости может быть установлен длинный формат (**format long**) из 16 значащих десятичных цифр.

1.4. Ввод и выполнение операторов MATLAB

Ввод операторов осуществляется в окне **Command Window** построчно после знака «>>».

Для выполнения введенной команды необходимо на клавиатуре нажать клавишу **Enter**, после чего в следующей строке отобразится результат, если отсутствуют ошибки ввода. В противном случае выводится сообщение об ошибках. После нажатия клавиши **Enter** редактирование ранее введенных команд становится невозможным, что является особенностью MATLAB.

Следует иметь в виду, что MATLAB различает заглавные и прописные буквы, например, строчная буква **p** и прописная буква **P** будут разными переменными.

Простейшим оператором является оператор присваивания в виде знака равно «=», с помощью которого переменной присваивается значение или математическое выражение. Например, присвоить переменной действительное значение 142500, используя мантиссу и порядок

```
>> x=1.425e5
```

```
x =
```

```
142500
```

Присвоить переменной комплексное значение $2 + j3$

```
>> x=2+j*3
```

```
x =
```

```
2.0000 + 3.0000i
```

или

```
>> x=2+3j
```

```
x =
```

```
2.0000 + 3.0000i
```

При редактировании команд удобно использовать клавиши клавиатуры «→», «←», «↑», «↓», обеспечивающие посимвольное перемещение курсора, а также клавиши **Home** и **End** для перемещения в начало или конец строки. Если после перемещения по рабочей области командного окна пропала командная строка с мигающим курсором >>, то следует нажать **Enter**.

Если команду завершить символом в виде точки с запятой «;», то соответствующая операция выполняется, но её результат не выводится в окно.

При введении оператора функции непосредственно после имени оператора необходимо указать в круглых скобках аргумент функции (операнд), например,

```
>> x=5.024;
```

```
>> y=(2-x)/(3+2*sin(x))
```

```
y =
```

```
-2.7583
```

Если результату выполнения операции не присвоено имя, то MATLAB автоматически присваивает ему имя **ans** (сокращение от **answer** — *ответ*).

Вычислим предыдущее выражение, не присваивая ему имя,

```
>> x=5.024;
```

```
>> (2-x)/(3+2*sin(x))
ans =
-2.7583
```

Переменная с именем **ans** может быть использована в последующих расчётах, но следует иметь в виду, что, после выполнения очередного оператора без присвоения имени, значение этой переменной изменится.

Для ввода в выражение числа «**e**» (основание натурального логарифма) его можно записать в виде «**exp(1)**», что тождественно e^1 .

Вводимое выражение можно разбить на строки, используя многоточие «...» (из 3 и более точек, обрамленное пустыми интервалами), после чего следует нажать клавишу **Enter** и продолжить ввод выражения на следующей строке, например,

```
>> x=1+2+3 ...
-8*2+7
x =
-3.
```

1.3. Порядок выполнения работы

1.3.1. Выполнить следующие задания:

— при $x = 0,5$ вычислить значение арифметического выражения

$$e^{\sin^2(x)} + \sqrt{\frac{1 + \log_3 |\cos(x)|}{x^5 + e^{-x}}};$$

— при $x = \pi + e$ вычислить значение арифметического выражения

$$\cos^\pi(3^{x^2 \cos^3(1+x)}) + \log_3(\cos^2 x + 1,5 \ln 3)^{\frac{1}{3}};$$

— вычислить значение логического выражения

$$(\sin(x) > e^x \text{ И } \sqrt{x^2 + \cos^2(x)} \leq 3) \text{ ИЛИ } x \neq (5 + x^2 \cos(x))^{\frac{1}{3}};$$

1.3.2. В соответствии вариантом, выданным преподавателем, выполнить подзадания, номера которых указаны в таблице 1.4, Содержание заданий представлено в таблице 1.5.

Таблица 1.4 — Варианты и номера индивидуальных подзаданий по заданию № 1

Номер варианта	Номера подзаданий
1	1, 7, 16, 22
2	2, 8, 17, 23
3	3, 9, 18, 24
4	1, 4, 10, 19,
5	5, 11, 20, 2
6	3, 6, 12, 21
7	4, 7, 13, 22,
8	5, 8, 14, 23
9	6, 9, 24, 15
10	1, 7, 10, 16
11	2, 8, 11, 17
12	3, 9, 12, 18
13	4, 10, 13, 19
14	5, 11, 14, 20
15	6, 12, 15, 21

Таблица 1.5 — Подзадания по вычислению математических выражений

№ п/п	Выражение	Значения переменных
1	$e^{\pi+1} + \sqrt{\cos^3 x \cdot \log_4(x^{3/2} + \sin(x^2))}$	$x = 0,24$
2	$\frac{a+b}{2a-b} (a+c^2) \cdot \sin(x)$	$a = 1,5, b = 0,77,$ $c = -2,37, x = \pi/6$
3	$\left(3\sin(x) + 4\cos^2 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} \right)^2$	$x = \frac{e}{2}$
4	$\frac{a-b}{c + \frac{a}{c + \frac{b}{c-b}}}$	$a = 2,5, b = 1,25,$ $c = -4,12$

Продолжение таблицы 1.5

№ п/п	Выражение	Значения переменных
5	$3\sin(x)^2 + x^4 \cdot \left(1 + \frac{x - \frac{a}{x}}{x + \frac{a}{x}}\right) \cdot \operatorname{tg} \sqrt{x} - 1$	$x = \frac{\pi}{3}, a = 5,2$
6	$e^{-x^2 + \frac{1}{x}} - 3\sin \frac{\pi}{4}x + 7^{\exp(x-5)}$	$x = \frac{\pi}{4}$
7	$\sin^2 x-1 + \frac{1}{\operatorname{tg}(x)} \cdot \left[\cos \frac{x}{2} - \frac{x^2 + \sin^4 x}{\sqrt{ x-1 }} + \frac{3x^4 - 2}{\pi \cdot y^2}\right]$	$y = 2.14, x = 1,6453$
8	$\frac{ x^2 - 1 }{x+1} + 3,6 \cdot \left[x - (1 + \sin(x))^2 + 1 + \cos^2 x\right]$	$x = 0,845$
9	$\frac{\sin(x+y) \cdot \sqrt{\frac{x}{x^2-3}} + e^{\sqrt{\sin x}}}{\cos(x-y)}$	$x = \frac{e}{3}, x = 2,14$
10	$\frac{3\sqrt{1 + \sqrt{1+x} \cdot \left \frac{x-1}{x-2}\right }}{x-3}$	$x = \frac{\pi}{8}$
11	$\frac{23,1 \cdot 3\sqrt[3]{3\pi - \frac{\ln(54)}{16}}}{5 - \pi^4}$	
12	$e^{\sqrt{\frac{22-12,7}{44,8}}} - e^{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^6 - 2\right]}$	
13	$\frac{\sqrt{(a^2 + b^2)^3} + \sqrt{c^3 + \log(d)}}{\left(\frac{c-3d}{a-1}\right)^{-2} + 2^a + (c+d)^b} + \frac{c^{-0,01d}}{a^b}$	$a = 8,77, b = 7,66$ $c = 38,25, d = 101,87$
14	$\operatorname{tg}(a+b)^2 - \sqrt[3]{a+1,5} + ab^5 - \frac{b}{\ln(a^2)}$	$a = 1,21, b = 0,371$
15	$\cos^4\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt[5]{a+1,5} + ab^8 - \frac{b}{\ln a ^2}$	$a = -3,45, b = 349,1$

Продолжение таблицы 1.5

№ п/п	Выражение	Значения переменных
16	$\arctg(x^2) - \sqrt{x+1,43^2} + \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2a}\right)}{ x - \sqrt[5]{a} }$	$x = 0,24, a = 5,8$
17	$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} - 1\right)^2 + \sqrt[4]{3+x^2} - \ln^2(x^2 - 1)}{\arcsin \frac{x}{2} - 2,381 \cdot 10^{-1}}$	$x = 1,6453$
18	$\arccos(x^2) - a\sqrt{x} + \frac{\sin^3 \frac{\pi}{2+a}}{\ln(2x)}$	$x = 0,093, a = 0,94$
19	$\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) + x^4 \cdot \sqrt[3]{2+x^2} - \operatorname{tg}(x^2 - 1)}{\operatorname{ctg} \frac{x}{2} - \ln 17,56}$	$x = 1,5$
20	$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8} - 1\right)^2 + \sqrt[3]{3+x^2}}{\arctg \frac{x}{2} - 5,236 \cdot 10^{-2}} + \ln 3,12 - x $	$x = 0,75$
21	$\frac{1}{\operatorname{tg}^4\left(\frac{\pi}{4} - 1\right)} + \sqrt[3]{a+1,5} + (a-b)^2 - \frac{b}{\arcsin a ^2}$	$x = 0,3, b = -21,17$
22	$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8} - f\right)^2 + \sqrt[4]{3+x^2}}{2}$	$x = 2,57 \cdot 10^2,$ $f = 0,873$
23	$-\sqrt{xa^3} + \ln\left \frac{a-1,12x}{4}\right $	$x = 0,9, a = 23,55$
24	$\frac{x^2 \sin(e^2 - \pi) + \log_5(a - x)}{a\sqrt{\ln x } + \arctg^3(2ax)}$	$x = -3,1, a = 1,45$

1.4. Вопросы для самоконтроля

1.4.1. Что представляет собой оператор MATLAB?

1.4.2. Поясните, как в MATLAB вычислить логарифм числа по любому основанию.

1.4.3. Какие формы представления чисел используются в MATLAB?

1.4.4. Каким символом обозначается в MATLAB мнимая единица?

1.4.5. Как записывается в MATLAB комплексное число?

1.4.6. Назовите константы, используемые в MATLAB.

1.4.7. Перечислите операторы отношения, используемые в MATLAB.

1.4.8. Какие логические операторы используются в MATLAB?

1.4.9. Каков приоритет выполнения операций в MATLAB?

1.4.10. Различает ли MATLAB заглавные и прописные буквы в написании имен переменных?

1.4.11. С помощью какого символа можно в MATLAB запретить вывод результата выполнения команды на экран?

1.4.12. Как в MATLAB присваиваются значения переменной с именем **ans**?

2. ЗАДАНИЕ № 2

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ В MATLAB

2.1. Цель задания

Целью задания является изучение графических операторов MATLAB и приобретение практических навыков построения графиков функций в различных системах координат.

2.2. Операторы MATLAB, используемые для построения графиков

Основным оператором, используемым для построения графиков в MATLAB является оператор **plot** и ее модификации.

Типичный вариант ввода в окно **Command Window** команды построения графика функции $y = f(x)$ имеет вид

```
>> plot(x,y),
```

где **x** и **y** — массивы чисел, соответствующие значениям абсциссы и ординаты точек графика.

Вычерчивание осей, выбор масштабов и построение графика производится автоматически.

Для построения на рисунке координатной сетки, используется оператор **grid**. Название графика вводятся с помощью оператора **title**, а названия величин, откладываемых по оси абсцисс и оси ординат, — с помощью операторов **xlabel** и **ylabel**.

Любое название, вводится после соответствующего оператора в одиночных кавычках, обрамлённых круглыми скобками, например, название графика «Ток I, A» задаётся командой

```
>> title ('Ток I, A')
```

Для построения нескольких графиков в одной и той же системе координат необходимо после оператора **plot** последовательно ввести в скобках столько пар аргументов и функций, сколько графиков необходимо построить, например,

```
>> plot(x1, y1, x2, y2, ..., xn, yn)
```

где $x_1, y_1, x_2, y_2 \dots x_n, y_n$ — пары массивов аргументов и функций, каждой из которых соответствует свой график.

Задание произвольного массива числовых значений некоторой переменной осуществляется путем последовательного ввода чисел через запятую или через интервал, например, набирая в строку данные $z = 3.9 \ 0.47 \ -2 \ 8 \ 5.1 \ -6$, получаем одномерный массив (вектор-строку) **z** из шести элементов.

Формирование массива переменной в диапазоне от минимального значения x_1 до максимального x_2 с шагом Δx выполняется путём последовательного ввода указанных значений через двоеточие, например, $x=x_1:\Delta x:x_2$. Если шаг не указан, то по умолчанию он устанавливается равным 1. Например, команда $x=0:10$ задает 11 целых чисел от 0 до 10 с шагом 1, а команда $x=0:0.1:10$ задает 101 число от 0 до 10 с шагом 0,1.

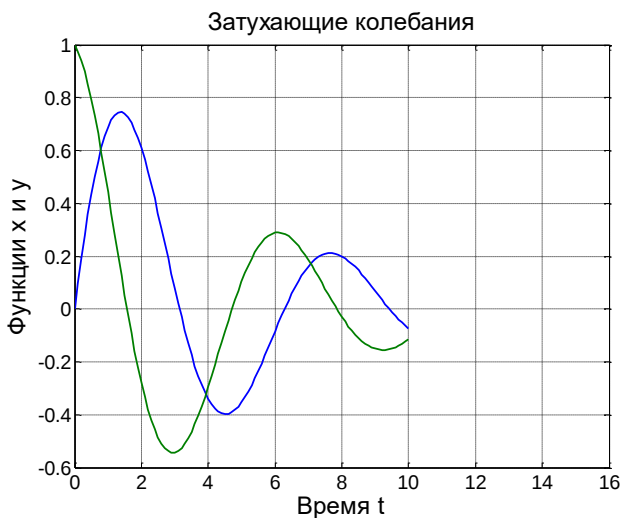
Например, построение в одной системе координат графиков двух функций

$x = e^{-0,2t} \sin t$ и $y = e^{-0,2t} \cos t$ при изменении аргумента t от 0 до 10 с шагом 0,1 выполняется путём ввода следующих команд:

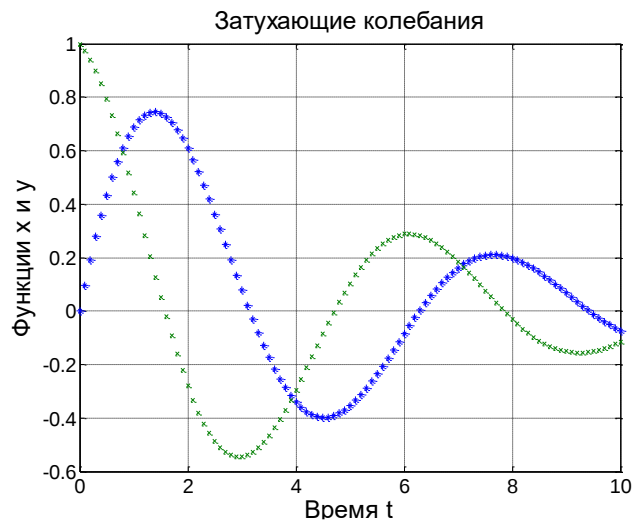
```
>> t=0:0.1:10;
>> x=exp(-0.2*t).*sin(t);
>> y=exp(-0.2*t).*cos(t);
>> plot(t,x,t,y);
>> grid;
>> title('Затухающие колебания');
>> xlabel('Время t')
>> ylabel('Функции x и y')
```

Использование точки перед знаком умножения «.*» при вычислении переменных x , y указывает на поэлементное перемножение массивов численных значений функций.

Результат построения графиков в виде непрерывных линий показан на рис. 2.1, а. Для получения прерывистых (точечных) графиков в команду добавляют в одиночных кавычках символ, используемый для изображения точки на графике. Например, если в выше приведённом примере команду **plot(t,x,t,y)** заменить командой **plot(t,x,'*',t,y,'x')**, то графики будут иметь вид, показанный на рис. 2.1, б.



а)



б)

Рис. 2.1 — Двухмерные графики функций

Цвет графика задаётся буквенным символом, например, команда **plot(t,y,'*g')** соответствует построению точечного графиков зелёного цвета. Сведения о типах линий и их цвете можно найти в MATLAB, набрав команду **help plot**.

Построение графика параметрической функции на плоскости с координатами x и y , каждая из которых является функцией параметра t , выполняется с помощью команд:

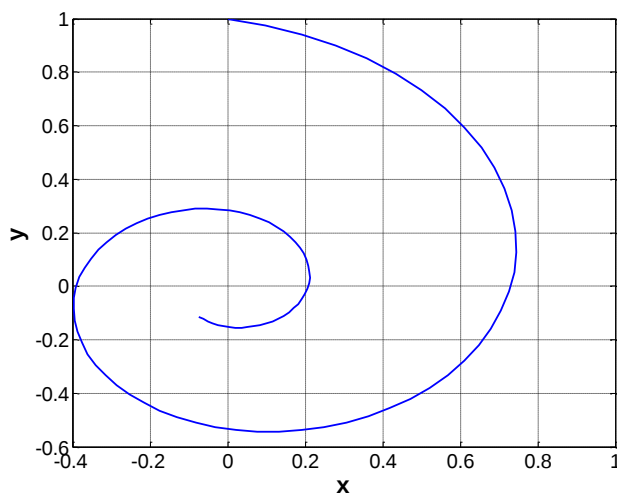
```
>> t=0:0.1:10;
>> x=exp(-0.2*t).*sin(t);
```

```
>> y=exp(-0.2*t).*cos(t);
>> plot(x,y);
>> grid;
>> xlabel('x');
>> ylabel('y')
```

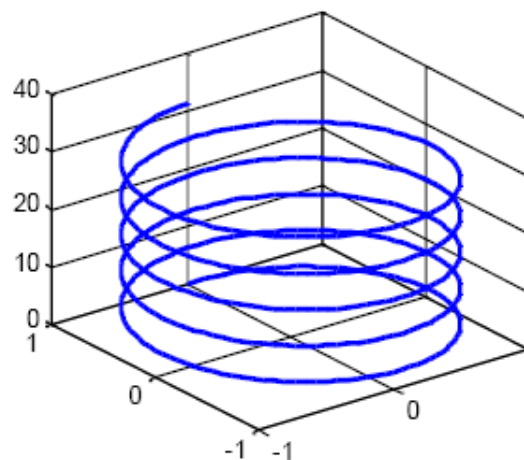
Результат построения параметрической функции показан на рис. 2.2, а.

Программа MATLAB позволяет построить график в трехмерном пространстве с помощью команды **plot3**. Например, график винтовой линии (рис. 2.2, б), заданной уравнениями $x = \sin t$, $y = \cos t$, $z = t$ при изменении t от 0,02 до 100 с шагом 0,02, может быть построен с помощью команд:

```
>>t = 0:pi/50:10*pi;
>>plot3(sin(t),cos(t),t), grid
```



а)



б)

Рис. 2.2 — Графики параметрической (а) и трёхмерной (б) функций

Для построения графика функции в полярной системе координат используются оператор **polar**. Например, построение графика функций $\sin 5t$ в полярной системе координат при изменении параметра t от 0 до 2π с шагом $\pi/50$ осуществляется с помощью следующих команд:

```
» t=0:pi/50:2*pi;
» polar(t,sin(5*t))
```

Каждая точка графика (рис. 2.3, а) соответствует положению конца вектора длиной $|r| = |\sin 5t|$, исходящего из начала координат и повернутого на угол $5t$, который изменяется от 0 до 10π радиан, что соответствует пяти оборотам вокруг начала координат. В результате, получаем спираль из пяти витков.

Для изображения поверхностей в трехмерном пространстве используются операторы: **mesh**, **meshgrid** и **surf**.

Команда **mesh(z)** используется для построения в трехмерном пространстве поверхности, заданной в виде функции $z = f(x, y)$, а также для визуализации больших матриц. Оператор **meshgrid** задаёт координатную сетку в заданной области опорной плоскости (x, y) для построения трехмерной поверхности.

Например, график поверхности функция $z = xe^{-\left(x^2+y^2\right)}$ в области изменения переменных $0 < x < 1,9$ и $-2 < y < 1,9$ может быть построен с помощью команд:

```
>> [x,y] = meshgrid(0:.1:1.9, -2:.1:1.9);
>> z = x.*exp(-x.^2-y.^2);
>> mesh(z)
```

Результат построения показан на рис. 2.3, б.

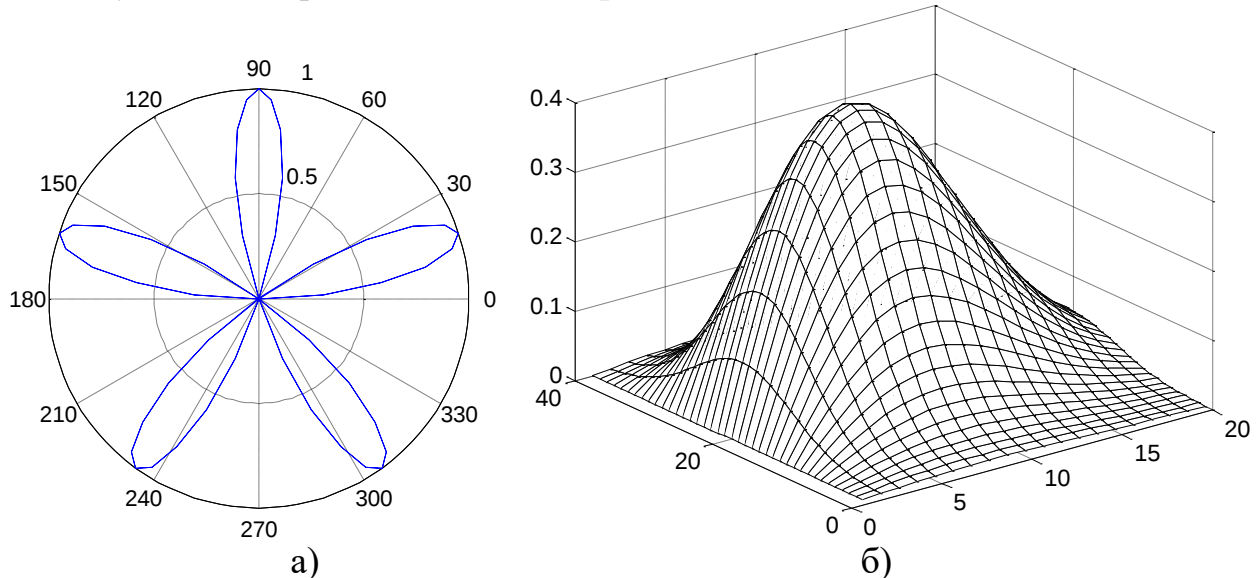


Рис. 2.3 — Графики функции $\sin 5t$ (а) в полярной системе и функции двух переменных в трёхмерной системе координат

Для построения двух и более графиков в одной и тоже полярной системе координат необходимо после ввода команды для построения первого графика ввести команду **hold** (удержать), после чего ввести команду для построения второго графика. В результате, второй график будет наложен на первый. При этом первым следует строить график, который занимает наибольший диапазон изменения длины вектора. В противном случае этот график не будет виден.

Для построения контурных линий равного уровня, соответствующих срезу трёхмерной поверхности, в MATLAB используется оператор **contour**, а для построения самих поверхностей — оператор **surf**.

Построение контурных линий функции двух переменных с использованием оператора **contour** может быть выполнено с помощью следующих команд:

```
>> A1=7; a1=2; A2=1; a2=13; b=3;
>> [Y1,X1]=meshgrid(1:.1:1.5*pi/a1,-pi:.1:0);
>> f1=A1.*sin(a1*pi.*X1).*cos(b*pi.*Y1);
>> contour(X1,Y1,f1);
>> xlabel('X1');
>> ylabel('Y1')
```

Результат построения поверхности показан на рис. 2.4, б.

Пример построения поверхности функции двух переменных с использованием оператора **surf** реализуется путём ввода следующих команд:

```
>> [X,Y]=meshgrid(-8:.5:8);
>> R=sqrt(X.^2+Y.^2)+eps;
>> Z=sin(R)./R;
>> surf(Z);
>> xlabel('X');
>> ylabel('Y');
>> zlabel('Z')
```

Результат построения поверхности показан на рис. 2.4, б. Использование оператора **eps**, который ограничивает число знаков мантиссы, позволяет избежать затруднений в вычислении значения выражения $Z=\sin(R)/R$ при $R=0$.

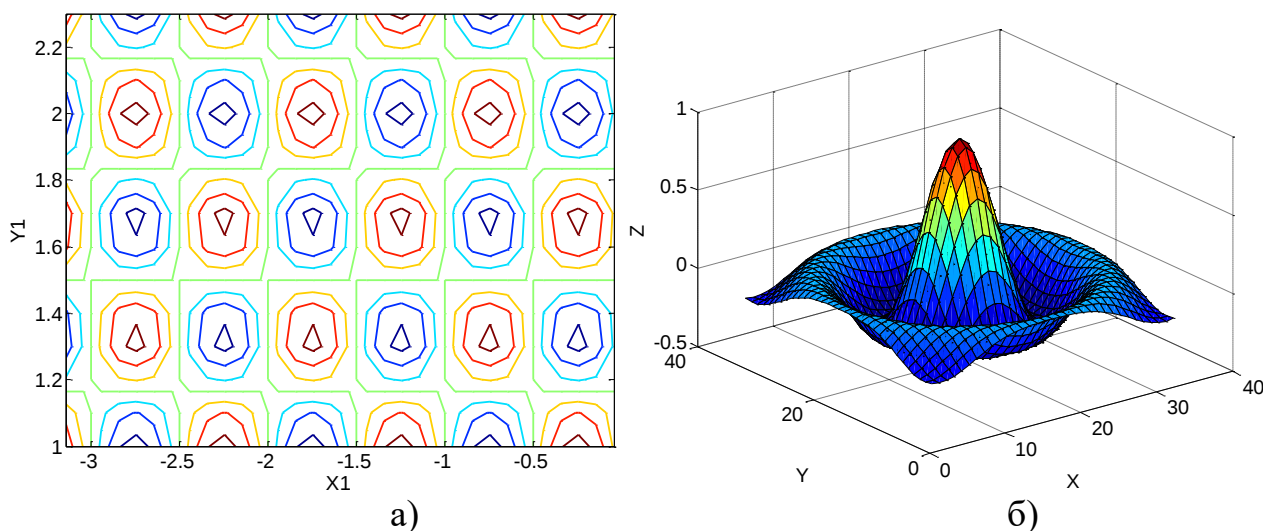


Рис. 2.4 — Контурные линии (а) и поверхность (б) трёхмерной функции

Функции округления числа:

- функция $Y = \text{ceil}(X)$ возвращает значение X к ближайшему целому, которое больше X ;
- функция $Y = \text{floor}(X)$ возвращает значение X к ближайшему целому, которое меньше X ;
- функция $Y = \text{fix}(X)$ отсекает дробную часть числа X ;
- функция $Y = \text{round}(X)$ возвращает значение X к ближайшему целому с учётом условия — дробная часть числа больше или меньше 0,5.

Примеры применения функций округления к одномерным массивам действительных чисел $x = [-1,9 \ -0,2 \ 3,4 \ 5,6 \ 7]$:

<code>ceil(x)</code>	<code>ans = -1 0 4 6 7</code>	<code>fix(x)</code>	<code>ans = -1 0 3 5 7</code>
<code>floor(x)</code>	<code>ans = -2 -1 3 5 7</code>	<code>round(x)</code>	<code>ans = -2 0 3 6 7</code>

2.3. Порядок выполнения задания

В соответствии вариантом выполнить подзадания, номера которых указаны в таблице 2.1, а содержание представлено в таблицах 2.2 — 2.4.

Таблица 2.1 — Варианты и номера подзаданий по заданию № 2

Вариант	Номера подзаданий		
	График в декартовой системе координат	Параметрические графики	График в полярной системе координат
1	1	1, 17	1
2	2	2, 16	2
3	3	3, 15	3
4	4	4, 14	4
5	5	5, 13	5
6	6	6, 12	6
7	7	7, 11	7
8	8	8, 10	8
9	9	1, 9,	9
10	10	2, 10	10
11	11	3, 11	1
12	1	4, 12	2
13	2	5, 13	3
14	3	6, 14	4
15	4	7, 15	5

Таблица 2.2 — Подзадания по построению графика функции в декартовой системе координат

№ п/п	Функции	Область переменной x
1	$y = -\frac{x}{2} - 1, y = 2x + 3, y = 4x - 3$	$x \in [-4, 4]$
2	$y = 2x^2 - 8x + 5, y = -x^2 + 4, y = 4x^2 - 4x - 5$	$x \in [-4, 5]$
3	$y = 1 + \frac{3}{x}, y = 1 - \frac{2}{x-1}, y = 5 + \frac{3}{4x}$	$x \in [-3, 3]$
4	$y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x$	$x \in [-6, 6]$
5	$y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x$	$x \in [-2, 2]$
6	$y = \ln x, y = \log_2 x, y = \lg x$	$x \in [-0, 1, 5]$
7	$y = \operatorname{sh} x, y = \operatorname{ch} x, y = \operatorname{th} x$	$x \in [-2, 2]$
8	Функция округления <i>fix</i>	$x \in [-4, 4]$
9	Функция округления <i>floor</i>	$x \in [-4, 4]$
10	Функция округления <i>ceil</i>	$x \in [-4, 4]$
11	Функция округления <i>round</i>	$x \in [-4, 4]$

Таблица 2.3 — Подзадания по построению графика параметрической функции

№ п/п	Параметрическая функция	Область параметра t
1	$x = \sin(t), \quad y = \cos(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
2	$x = t \sin(t), \quad y = t \cos(t)$	$t \in [0; 5\pi]$
3	$x = 2 \cos(t) + \cos(2t), \quad y = 2 \sin(t) - \sin(2t)$	$t \in [0; 2\pi]$
4	$x = 2 \sin^3(t), \quad y = 2 \cos^3(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
5	$x = 20 \left(\cos(t) + \frac{\cos(5t)}{5} \right), \quad y = 20 \left(\sin(t) - \frac{\sin(5t)}{5} \right)$	$t \in [0; 2\pi]$
6	$x = 4,4 \left(\cos(t) + \frac{\cos(1,1t)}{1,1} \right), \quad y = 20 \left(\sin(t) - \frac{\sin(5t)}{5} \right)$	$t \in [0; 20\pi]$
7	$x = 4,4 \left(\cos(t) + \frac{\cos(1,1t)}{1,1} \right), \quad y = 4,4 \left(\sin(t) - \frac{\sin(1,1t)}{1,1} \right)$	$t \in [0; 10\pi]$
8	$x = (1 + \cos(t)) \cos(t), \quad y = (1 + \cos(t)) \sin(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
9	$x = 6 \cos(t) - 4 \cos^3(t), \quad y = 4 \sin^3(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
10	$x = 8 \left(\cos(t) - \frac{\cos(4t)}{4} \right), \quad y = 8 \left(\sin(t) - \frac{\sin(4t)}{4} \right)$	$t \in [0; 2\pi]$
11	$x = 6,2 \left(\cos(t) - \frac{\cos(3,1t)}{3,1} \right),$ $y = 6,2 \left(\sin(t) - \frac{\sin(3,1t)}{3,1} \right)$	$t \in [0; 20\pi]$
12	$x = 13 \left(\cos(t) - \frac{\cos(6,5t)}{6,5} \right), \quad y = 13 \left(\sin(t) - \frac{\sin(6,5t)}{6,5} \right)$	$t \in [0; 4\pi]$
13	$x = \sin(t) \left(e^{\cos(t)} - 2 \cos(4t) + \sin^5 \left(\frac{1}{12} t \right) \right)$ $y = \cos(t) \left(e^{\cos(t)} - 2 \cos(4t) + \sin^5 \left(\frac{1}{12} t \right) \right)$	$t \in [0; 2\pi]$
14	$x(t) = \sin \left(t + \frac{\pi}{2} \right), \quad y(t) = \sin(2t)$	$t \in [0; 2\pi]$
15	$x(t) = \sin \left(3t + \frac{\pi}{2} \right), \quad y(t) = \sin(2t)$	$t \in [0; 2\pi]$
16	$x(t) = \sin \left(5t + \frac{\pi}{2} \right), \quad y(t) = \sin(6t)$	$t \in [0; 2\pi]$
17	$x(t) = 16 \sin^3(t)$ $y(t) = 13 \cos(t) - 5 \cos(2t) - 2 \cos(3t) - \cos(4t)$	$t \in [0; 2\pi]$

Таблица 2.4 — Подзадания по построению графика функции в полярной системе координат

№ п/п	Функция модуля r радиуса вектора	Область угла t поворота вектора
1	$r(t) = 1, r(t) = 2,$	$t \in [0; 2\pi]$
2	$r(t) = 2t,$	$t \in [0; 8\pi]$
3	$r(t) = 1 - \sin(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
4	$r(t) = 2 - 4 \sin(t),$	$t \in [0; 2\pi]$
5	$r(t) = \frac{1}{1 - \cos(t)}$	$t \in [0; 2\pi]$
6	$r(t) = \sin(6t)$	$t \in [0; 2\pi]$
7	$r(t) = \sin\left(\frac{7}{4}t\right), \quad t \in [0; 8\pi]$	$t \in [0; 8\pi]$
8	$r(t) = \sin\left(\frac{3}{4}t\right)$	$t \in [0; 8\pi]$
9	$r(t) = e^{\sin(t)} - 2 \cos(4t) + \sin^5\left(\frac{2t - \pi}{24}\right)$	$t \in [-8\pi; 8\pi]$
10	$r(t) = 2 - 2 \sin(t) + \sin(t) \frac{\sqrt{ \cos(t) }}{\sin(t) + 1,4}$	$t \in [0, 2\pi]$
11	$r(t) = 2 \cos t - 2 \sin^2 \pi t + \exp\left(-\frac{t}{2\pi}\right)$	$t \in [0, 2\pi]$

2.4. Вопросы для самоконтроля

2.4.1. Какие типы графиков можно построить в MATLAB?

2.4.2. Какой оператор MATLAB используется для построения графика в прямоугольной системе координат, и какие аргументы при этом используются?

2.4.3. С помощью какой команды можно в MATLAB построить на рисунке координатную сетку?

2.4.4. С помощью каких операторов в MATLAB можно ввести в рисунок названия графика и осей координат?

2.4.5. Как в MATLAB задать цвет графика?

2.4.6. Как, используя оператор **plot**, построить нескольких графиков в одной и той же системе координат?

2.4.7. Как в MATLAB построить график параметрической функции?

2.4.8. Какой оператор используется в MATLAB для построения графика функции в полярной системе координат, и какие аргументы при этом исполь-

зуются?

2.4.9. Как построить два и более графиков в одной и тоже системе координат, независимо от её вида?

2.4.10. Как построить линии равного уровня функции двух переменных в прямоугольной системе координат?

2.4.11. Как построить в трехмерном пространстве поверхность, заданную в виде функции двух переменных $z = f(x, y)$?

2.4.12. Какие операторы используются в MATLAB для округления значения чисел?

3. ЗАДАНИЕ № 3

МАТРИЧНЫЕ ОПЕРАЦИИ В MATLAB

3.1. Цель задания

Целью задания является изучение операций с матрицами в MATLAB и приобретение практических навыков их выполнения.

3.2. Операции с матрицами в MATLAB

Задание матрицы в MATLAB осуществляется путем последовательного ввода её элементов в квадратные скобки. Матрица строка задается путем последовательного ввода элементов строки через запятую или пробел, например, $y = [-3, 4, 2]$ или $y = [-3 \ 4 \ 2]$, а матрица столбец — путём ввода элементов столбца через точку с запятой, например, $b = [-3; 4; 2]$. Матрица, состоящая из одной строки, называется вектор-строкой, а матрица, состоящая из одного столбца, — вектор-столбцом. Такие матрицы часто называют просто вектором.

Сложная матрица задается путем последовательного ввода строк разделённых точкой с запятой, например, матрица, состоящая из трёх строк и двух столбцов (размерностью 2×3), задается следующим образом:

```
>> x=[2.5, 0.2; 1.4,-20; 0.8, 3]
```

```
x =
```

```
2.5000  0.2000
1.4000 -20.0000
0.8000  3.0000
```

Для выделения элемента матрицы необходимо после её имени последовательно ввести в круглых скобках через запятую индексы, первый из которых является номером строки, а второй — номером столбца, соответствующих расположению выделяемого элемента.

Например, пусть задана матрица размерностью (4×3) :

```
>> A=[1, 2, 3, 4; 5, 6, 7, 8; -1, -2, -3, -4]
```

```
A =
```

```
1  2  3  4
5  6  7  8
-1 -2 -3 -4
```

Выделение элемента, расположенного в третьей строке четвёртого столбца, выполняется с помощью команды:

```
>> B=A(3,4)
```

```
B =
```

```
-4
```

Для выделения строки матрицы следует ввести её номер, а номер столбца заменить двоеточием, например, выделим вторую строку матрицы A

```
>> C= A(2,:)
```

```
C =
```

```
5  6  7  8
```

Для выделения столбца следует номера строки заменить двоеточием и ука-

зять только номер столбца, например, выделим третий столбец матрицы A

```
>> D= A(:,3)
```

```
D =
```

```
3
```

```
7
```

```
-3
```

Для выделения группы элементов матрицы необходимо сначала ввести через двоеточие номера строк, соответствующих расположению элементов, а затем — номера столбцов. Например, выделим в матрице A элементы, расположенные с первой строки по третью и со второго столбца по четвёртый:

```
>> F=A(1:3,2:4)
```

```
F =
```

```
2 3 4
```

```
6 7 8
```

```
-2 -3 -4
```

Главная диагональ квадратной матрицы A размером $(n \times n)$ — массив элементов $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$, расположенных вдоль линии, проведённой из верхнего левого угла в нижний правый угол, а побочная диагональ — массив элементов $a_{1n}, a_{2(n-1)}, \dots, a_{n1}$, расположенных вдоль линии, проведённой из верхнего правого угла в нижний левый угол.

Для преобразования главной диагонали матрицы в вектор-столбец служит оператор **diag**, например, преобразуем главную диагональ предыдущей матрицы F в вектор-столбец:

```
>> B=diag(F)
```

```
B =
```

```
2
```

```
7
```

```
-4
```

Квадратная матрица, у которой элементы вне главной диагонали равны нулю, называется диагональной. Для преобразования вектора-строки или вектора-столбца в диагональную матрицу служит оператор **diag**, например, преобразуем вектор-строку $y=[3,-5,8]$ в диагональную матрицу:

```
>> C=diag(y)
```

```
C =
```

```
3 0 0
```

```
0 -5 0
```

```
0 0 8
```

Перестановка столбцов матрицы A симметрично относительно вертикальной оси выполняется с помощью команды **fliplr(A)**. Перестановка строк относительно горизонтальной оси выполняется с помощью команды **flipud(A)**. При этом, если матрица A имеет нечетное число столбцов (строк), то положение среднего столбца (строки) не изменяется.

Для преобразования побочной диагонали матрицы A в вектор-столбец сначала необходимо матрицу повернуть относительно вертикальной оси с помо-

щью команды **fliplr(A)**, а затем преобразовать в вектор столбец с помощью команды **diag(fliplr(A))**.

Нулевой матрицей называется квадратная матрица, все элементы которой равны нулю. Такая матрица создается с помощью оператора **zeros**, например, создадим нулевую квадратную матрицу размером (2x2):

```
>> D=zeros(2)
D =
    0    0
    0    0
```

Команда **C = zeros(1,4)** задаёт матрицу в виде строки, состоящей из четырёх нулей, а команда **D = zeros(4,1)** — в виде столбца из четырёх нулей.

Команды с оператором **ones** предназначена для создания матриц, элементы которых равны единице, например, создадим квадратную матрицу размером (2x2), состоящую из единиц:

```
>> L=ones(2)
L =
    1    1
    1    1
```

Единичной матрицей называется квадратная матрица, у которой элементы главной диагонали равны единице, а остальные элементы равны нулю. Для создания такой матрицы используется оператор **eye**. Единичной матрице обычно присваивают имя **I**. Например, создадим единичную матрицу размером (3x3):

```
>> I=eye(3)
I =
    1    0    0
    0    1    0
    0    0    1
```

Команда **eye(size(A))** создает фрагмент единичной матрица, размер которой равен размеру матрицы **A**, например, создадим единичную матрицу, которая по размеру соответствует матрице **A=[1,2,3;4,5,6]**:

```
>> B=eye(size(A))
B =
    1    0    0
    0    1    0
```

Такой же фрагмент единичной матрицы можно задать с помощью команды **G=eye(2,3)**.

При выполнении алгебраических вычислений используются специальные квадратные матрицы размером (**n**x**n**): магическая матрица (магический квадрат), которая задается командой **magic(n)**, матрица Паскаля — **pascal(n)**, матрица Гильберта — **hilb(n)** и др.

Основными операциями с матрицами являются: сложение, вычитание, умножение, возведение в степень, которые выполняются с помощью операторов, используемых в арифметических вычислениях: **+**, **-**, *****, **^** (см. таблицу 1.1).

Сложение и вычитание матриц возможно только в случае, когда эти матрицы имеют одинаковый размеры, например, сложив матрицы **A** и **B**, получим

матрицу $C = A + B$.

При умножении матриц различают умножение матричное и поэлементное. Матричное умножение матриц A и B задается командой $C=A*B$ и возможно только в случае, если число столбцов матрицы A (первого множителя), равно числу строк матрицы B (второго множителя). Поэлементное умножение задается командой, содержащей точку перед символом умножения и возможно только в случае, когда матрицы имеют одинаковый размер. Например, поэлементное произведение матриц $A=[4,6;1,2]$ и $B=[2,1;0.5,4]$ задается командой

```
>> C=A.*B
C =
    8.0000    6.0000
    0.5000    8.0000
```

Аналогичным образом для одномерных матриц задаются поэлементное деление с помощью оператора «./» и поэлементное возведение в степень с помощью оператора «.^».

Поэлементно можно вычислять выражения, в которых переменные являются матрицами, например, вычислим поэлементно выражение $a^b c$, где $a=[-0,8 \ 1,56]$, $b=[-0,629 \ 2,9]$, $c=[-0,65 \ -1]$ — матрицы:

```
>> [-0.8,1.56].^[-0.629,2.9].*[-0.65,-1]
ans =
    0.2949+0.6874i   -3.6313
```

Обращением матрицы A называется вычисление обратной матрицы, произведение которой на исходную матрицу равно единичной матрице. Обращение матрицы возможно, если она является квадратной и её определитель не равен нулю. Обращение выполняется с помощью команды $Y=\text{inv}(A)$ или $Y=(A^{-1})$. Обратная матрица используется для решения системы линейных алгебраических уравнений. В матричной форме такая система имеет вид $AX=B$, где A — квадратная матрица, составленная из коэффициентов левой части уравнений, X — вектор-столбец, составленный из переменных, B — вектор-столбец, составленный из значений правой части уравнений. Решение системы уравнений сводится к определению вектора-столбца X с помощью команд $X=\text{inv}(A)*B$ или $X=A \setminus B$, которые эквивалентны.

Например, решим систему трех уравнений с тремя неизвестным

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2; \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 2; \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

В данном случае матрицы A , B и X имеют вид:

$A=[1,1,1;2,2,1;1,2,2]$; $B=[2,2,5]$; $X=[X_1, X_2, X_3]$.

Решение системы уравнений может быть найдено с помощью одной из следующих команд:

```
>> X=inv(A)*B
X =
    -1
```

1
2

или

```
>> X=A\B
X =
-1
1
2
```

В обоих случаях корни системы уравнений имеют одни и те же значения:
 $x_1 = -1$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$.

Обработка элементов матрицы выполняется с помощью операторов:

- **max** — определение максимального значения;
- **min** — определение минимального значения;
- **sort** — сортировка значений в порядке возрастания;
- **sum** — вычисление суммы значений;
- **prod** — вычисление произведения значений и др.

При применении операторов **max**, **min**, **sort**, **sum**, **prod** к матрицам, операции выполняются с элементами столбцов матрицы. Например, применив к матрице $Y = [1, 2, 6, 2; 8, -4, -3, 10; 5, 7, 3, 0]$ операторы **max** и **min**, получим:

```
>> A=max (Y)
A=
8 7 6 10
>> B= min (Y)
B =
1 -4 -3 0
```

Используя N матриц $A_1, A_2, \dots, A_N$, имеющих одинаковое число строк, можно составить матрицу большей размерности в виде строки из матриц с помощью команды $A = [A_1, A_2, \dots, A_N]$. Аналогичным образом можно из N матриц, имеющих одинаковое число столбцов, составить матрицу в виде столбца из матриц с помощью команды $A = [A_1; A_2; \dots; A_N]$.

3.3. Порядок выполнения задания

3.3.1. Выполнить следующие два подзадания:

- вычислить поэлементное произведение матриц: $A = [-0,8087, 15,662]$, $B = [-0,6239, 9,9682]$, $C = [-0,6567, 1,3533]$;
- вычислить матричное произведение матриц

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\log_{\pi}(x) + \sin^4\left(x^{\frac{3}{2}}\right)\right) & 1 \\ \log_2(\cos^e(x)) & 31 + \sqrt{1 + \sin^2(x)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi^{x \cdot e} \\ \operatorname{tg}(x + 3) \end{bmatrix}$$

3.3.2. В соответствии вариантом выполнить подзадания, номера которых указаны в таблице 3.1. Содержание заданий представлено в таблицах 3.2 — 3.4.

Таблица 3.1 — Варианты и номера подзаданий по заданию № 3

Вариант	Номера подзаданий		
	Операции с диагоналями матриц	Операции с частями матриц	Решение системы линейных уравнений матричным методом
1	6	1	5
2	7	2	6
3	3	3	7
4	4	4	8
5	5	5	1
6	6	6	2
7	7	7	3
8	8	8	4
9	9	9	5
10	1	5	6
11	2	6	7
12	3	7	8
13	4	8	9
14	5	9	1
15	6	1	2

Таблица 3.2 — Подзадания по выполнению операций с диагоналями квадратных матриц размером (6х6)

№ п/п	Подзадание
1	В матрице $\mathbf{I}+\mathbf{M}\cdot\mathbf{P}^{-1}$ выполнить сортировку элементов главной и побочной диагоналей.
2	В матрице $\mathbf{M}$ поменять местами главную и побочную диагонали.
3	Поменять местами главные диагонали матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{P}$.
4	Вычислить сумму элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{M}^2+\mathbf{1}$.
5	Вычислить положения максимального и минимального элементов $\mathbf{M}$ и поменять их местами.
6	В матрице $\mathbf{M}$ расположить по главной диагонали числа: 5, 6, 0, 1, -3, 9.
7	Поменять местами главные диагонали матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{P}$.
8	Поменять местами побочные диагонали матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{P}$.
9	Найти сумму элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P}$.

Примечание. В таблице использованы следующие обозначения: $\mathbf{M}$ — магическая матрица, $\mathbf{P}$ — матрица Паскаля, $\mathbf{I}$ — единичная матрица.

Таблица 3.3 — Подзадания по операциям с частями матриц

№ п/п	Подзадание
1	Создать матрицу размером (8x8) путем объединения 4-х матриц размером (4x4): матрицы Magic, нулевой матрицы, матрицы Паскаля и матрицы, состоящей из единиц, расположив их в соответствии с рисунком.
2	В матрице Паскаля размером (10x10) выделить матрицы A и B и найти матрицу, определяемую выражением $A \cdot B^{-1}$.
3	В матрице Magic(11x11) выделить матрицу A размером (5x5) в центре и матрицу B размером (5x5) в правом нижнем углу исходной матрицы и найти матрицу, определяемую выражением $A \cdot B$.

Продолжение таблицы 3.3

№ п/п	Подзадание
4	В левом нижнем углу матрицы Magic(11x11) выделить матрицу A размером (5x5) и найти сумму всех элементов выделенной матрицы. The diagram shows a large square representing an 11x11 matrix. A dashed vertical line and a dashed horizontal line divide the matrix into four quadrants. The bottom-left quadrant, which is 5 rows high and 5 columns wide, is labeled 'A(5x5)'.
5	В правом нижнем углу матрицы Magic размером (13x13) выделить матрицу A размером (6x6) и найти максимальный и минимальный элементы выделенной матрицы. The diagram shows a large square representing a 13x13 matrix. A dashed vertical line and a dashed horizontal line divide the matrix into four quadrants. The bottom-right quadrant, which is 6 rows high and 6 columns wide, is labeled 'A(6x6)'.
6	В матрице Magic размером (10x10) выделить матрицы A, B, C, D размером (5x5) и найти матрицу, определяемую выражением $A \cdot D + B \cdot C^{-1}$. The diagram shows a large square representing a 10x10 matrix. A dashed vertical line and a dashed horizontal line divide the matrix into four equal quadrants, each 5 rows high and 5 columns wide. The top-left quadrant is labeled 'A', the top-right is labeled 'B', the bottom-left is labeled 'C', and the bottom-right is labeled 'D'.

Продолжение таблицы 3.3

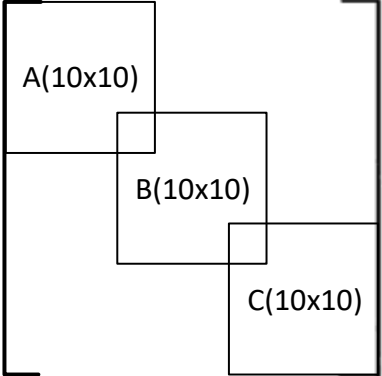
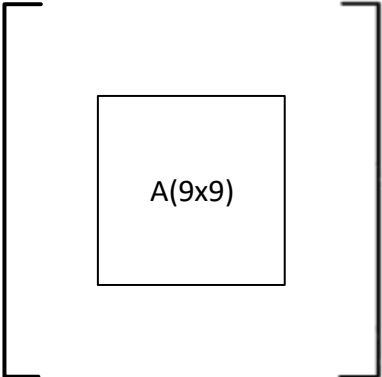
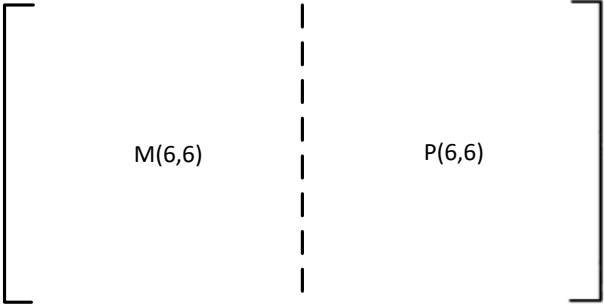
№ п/п	Подзадание
7	В матрице Magic размером (16x16) выделить матрицы A, B и C размером (10x10) и найти матрицу, определяемую выражением $A+B \cdot C$. 
8	В центре матрицы Magic (13x13) выделить матрицу A размером (9x9) и найти максимальный и минимальный элементы выделенной матрицы. 
9	Объединить матрицы Magic размером (6,6) и Pascal размером (6,6) в одну матрицу размером (6x12). 

Таблица 3.4 — Подзадания по решению системы линейных уравнений матричным методом

№ п/п	Система линейных уравнений
1	$3x_2 + x_1 + 9 = 0$ $5x_1 + 2x_3 = 0$ $6x_3 + 9x_1 + x_2 = 9$
2	$110x_1 + 21x_2 - 13x_3 = -3$ $61x_2 + 3x_1 = -6$ $12x_1 + x_3 + 18x_2 = 0$
3	$5 - 9x_1 + 6x_2 + 21 = 0$ $6x_1 + x_3 = 5$ $23 + 14x_1 + x_2 - x_3 = 9$
4	$17x_1 + 9x_2 + 15 + x_3 = 0$ $25x_3 + 21x_2 = -3$ $14x_1 + x_2 - x_3 = -9$
5	$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4$ $15x_3 + 21x_1 = -3$ $6 + 9x_3 + 8x_2 + x_1 = 9$
6	$15x_1 + x_2 + x_3 = -7$ $55x_3 + x_2 - 9x_1 = 5$ $16x_1 + 3x_2 = -3$
7	$25x_1 + x_2 + x_3 = 9$ $x_3 + 2x_1 = -117$ $36 + 14x_1 + 3x_3 = 2$
8	$22x_2 + x_3 + x_1 + 15 = 0$ $14 + 17x_1 + 25x_3 = 9$ $16x_1 + 22x_3 + 15x_2 = 14$
9	$55x_1 + x_3 + 17x_2 + 37 = 0$ $15x_2 + 16x_1 = x_3$ $25 = x_2 + x_3 + x_1$

3.4. Вопросы для самоконтроля

3.4.1. Как в MATLAB задать матрицу с помощью квадратных скобок?

3.4.2. Как в MATLAB выделить элемент матрицы с помощью круглых скобок?

3.4.3. Как в MATLAB выделить строку матрицы?

3.4.4. Как в MATLAB выделить массив элементов матрицы, образующих прямоугольную область?

3.4.5. С помощью какого оператора можно в MATLAB преобразовать главную диагональ матрицы в вектор-столбец?

3.4.6. С помощью какого оператора можно в MATLAB преобразовать вектор-строку или вектор-столбец в диагональную матрицу?

3.4.7. Как выполнить в MATLAB перестановку столбцов матрицы расположенных симметричных относительно вертикальной оси?

3.4.8. Как выполнить в MATLAB перестановку строк матрицы, расположенных симметричных относительно горизонтальной оси?

3.4.9. Как в MATLAB преобразовать побочную диагональ матрицы в вектор-столбец?

3.4.10. Какая матрица называется нулевой и с помощью какого оператора можно её создать в MATLAB?

3.4.11. Как создать в MATLAB матрицу, все элементы которой равны единице?

3.4.12. Какая матрица называется единичной и с помощью какого оператора можно её создать в MATLAB?

3.4.13. Чем отличаются матричное умножение матриц от поэлементного и как в MATLAB задаются эти два вида умножения?

3.4.14. Какой оператор используется в MATLAB для преобразования заданной матрицы в обратную ей матрицу?

3.4.15. С помощью какого оператора можно в MATLAB найти максимальный и минимальный элементы матрицы?

3.4.16. С помощью какого оператора можно в MATLAB решить систему алгебраических уравнений?

4. ЗАДАНИЕ № 4

СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB. ЧАСТЬ 1

4.1. Цель задания

Целью задания является изучение символьных способов дифференцирования, интегрирования и вычисления пределов.

4.2. Объявление символьных переменных и констант

Используя символьные переменные и константы можно составлять математические выражения и выполнять в общем виде различные вычисления: алгебраические преобразования, дифференцирование, интегрирование, определение пределов и пр.

Для объявления символьных переменных в MATLAB используется оператор **syms**, после которого вводятся через пробел переменные, например, объявим переменные x , b , c символьными

```
>> syms x b c
```

Для объявления символьных констант используется оператор **sym**, после которого вводятся в круглых скобках и одинарных кавычках константа. В качестве константы может быть использовано число или математическое выражение, например, $a = \text{sym}('pi')$ или $b = \text{sym}('3/\log 6 + 0.2 * \exp(5)')$.

Например, составим в символьном виде выражение $\pi x^3 + \frac{y 2 \operatorname{tg}(\pi/3)}{z^{2\sqrt{5}}}$

```
>> syms x y z;
>> a=sym('pi');
>> b=sym('2*tg(pi/3)');
>> c=sym('2*sqrt(5)');
>> f=a*x^3+y*b/z^c
f =
pi*x^3+2*y*tg(1/3*pi)/(z^(2*5^(1/2)))
```

Дифференцирование (вычисление производной) символьных выражений выполняется с помощью оператора **diff**, например, продифференцируем по переменной x выражение $x^5 + 4(x^3 - 2x)$

```
>> syms x;
>> B=diff(x^5+4*(x^3-2*x))
B =
5*x^4+12*x^2
```

Вычисление неопределённого и определённого интегралов от символьных выражений выполняется с помощью оператора **int**, например, вычислим в символьном виде неопределённый интеграл от функции $\sin^3(x)$

```
>> syms x;
>> int(sin(x)^3)
ans =
```

$$-1/3*\sin(x)^2*\cos(x)-2/3*\cos(x)$$

С помощью оператора **int** можно проверить правильность выполнения дифференцирования, поскольку команда интегрирования восстанавливает выражение, которое было до дифференцирования, с точностью до постоянной величины. Используя аналогичным образом оператора **diff** можно проверить правильность вычисления неопределённого интеграла.

Для вычисления определённого интеграла необходимо в команде интегрирования после интегрируемой функции ввести последовательно через запятую нижний, а затем верхний пределы интегрирования, например, вычислим определённый интеграл от функции $(x^2 - 2)/(x^3 - 1)$ на интервале $x \in [2, 5]$:

```
>> syms x;
>> int((x^2-2)/(x^3-1),2,5)
ans =
23/6-17/27*log(2)-17/27*log(7)+17/27*log(5)
>> double(ans)
ans =
3.1851
```

Оператор **double** преобразует элементы массива результата вычисления, который в последнем примере имеет имя **ans**, в число.

Для прямого вычисления предела функции используется оператор **limit**, после которого вводится непосредственно функция или её имя, а затем через запятую численное значение, к которому стремится переменная. Для вычисления одностороннего предела функции необходимо после численного значения, к которому стремится переменная, ввести через запятую в одинарных кавычках оператор **'left'** (слева) или **'right'** (справа), который определяют направление стремления переменной к предельному значению.

```
limit(f(x),x,x0,'right')
```

Например, вычислим предел функции $\sin(x)/x$ при стремлении x к нулю

```
>> syms x;
>> F=sin(x)/x;
>> A=limit(F, 0)
A =
1
```

Для обозначения бесконечности в MATLAB используется имя **inf**.

4.3. Порядок выполнения задания

В соответствии вариантом выполнить подзадания, номера которых указаны в таблице 4.1. Содержание подзаданий представлено в таблицах 4.2 — 4.4.

Таблица 4.1 — Варианты и номера подзаданий по заданию № 4

Вариант	Вычисление производной	Вычисление интеграла	Вычисление предела
1	1, 11, 7	6, 3, 12	4, 1, 10
2	2, 12, 8	7, 4, 13	5, 2, 14
3	3, 13, 9	8, 5, 14	6, 3, 12
4	4, 1, 10	9, 6, 1	7, 4, 13
5	5, 2, 11	10, 7, 2	8, 5, 1
6	6, 3, 12	11, 8, 3	9, 6, 2
7	7, 4, 13	12, 9, 4	1, 11, 7
8	8, 5, 14	13, 10, 5	2, 12, 8
9	9, 6, 2	14, 11, 6	3, 13, 10
10	10, 7, 3	1, 12, 7	12, 9, 5
11	11, 8, 4	2, 13, 8	13, 10, 6
12	12, 9, 5	3, 14, 9	10, 7, 3
13	13, 10, 6	4, 1, 10	11, 8, 4
14	14, 11, 8	5, 2, 11	14, 9, 12

Таблица 4.2 — Подзадания по вычислению производных от функции

№ п/п	Функции	№ п/п	Функции
1	$\arcsin(x), \quad x^2 e^x$	8	$\operatorname{ctg}(x), \quad \cos^2(x)$
2	$\arccos(x), \quad x^3 \operatorname{arctg}(x)$	9	$\sqrt{x}, \quad \sin(2x + 3)$
3	$\operatorname{arctg}(x), \quad x\sqrt{x}(3\ln(x) - 2)$	10	$a^x, \quad \operatorname{tg}(\ln(x))$
4	$\operatorname{arcctg}(x), \quad \frac{\arcsin(x)}{x}$	11	$\operatorname{cth}(x), \quad \sin^3\left(\frac{x}{3}\right)$
5	$\operatorname{sh}(x), \quad \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin(x) + \cos(x)}$	12	$\log_a(x), \quad \ln(x^2 + 5)$
6	$\operatorname{ch}(x), \quad (2x^3 + 5)^4$	13	$\operatorname{tg}(x), \quad \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)\right)$
7	$\operatorname{tg}(x), \quad \operatorname{tg}^6(x)$	14	$\ln(2x), \quad \operatorname{th}(x)$

Таблица 4.3 — Подзадания по вычислению интегралов

№ п/п	Интеграл	№ п/п	Интеграл
1	$\int \frac{dx}{\sin^2(x)},$ $\int_0^1 \frac{dx}{1+x+x^3}$	8	$\int \frac{\cos(x)}{1-\cos(x)} dx,$ $\int_0^\pi (1+\sin^2(2x)) dx$
2	$\int \frac{x dx}{\sin^2(x)},$ $\int_0^1 \frac{dx}{1-x+x^3}$	9	$\int \frac{\sin(x)}{1-\sin^2(x)} dx,$ $\int_0^\pi (\sin^2(x)-1) dx$
3	$\int \frac{dx}{\sin^3(x)},$ $\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$	10	$\int \frac{dx}{\cos^2(x)},$ $\int_0^\pi \sin^2(2x) dx$
4	$\int \frac{dx}{\sin^4(x)},$ $\int_0^\infty \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x} \right) \frac{dx}{x}$	11	$\int x^2 \sin(x) dx,$ $\int_0^{2\pi} \cos^2(x) dx$
5	$\int \frac{dx}{1+\sin(x)},$ $\int_0^\infty \frac{dx}{4x^4+2bx^2+1}$	12	$\int \cos^2(x) dx,$ $\int_0^\pi \frac{dx}{1+2\cos(x)}$
6	$\int \frac{dx}{1-\sin(x)},$ $\int_0^{\pi/2} \sin^2(x) dx$	13	$\int \frac{dx}{1+\cos(x)},$ $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1+2\sin(x)}$
7	$\int \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)} dx,$ $\int_0^{\pi/2} \cos^2(x) dx$	14	$\int \frac{dx}{\cos^2(x)},$ $\int_1^3 \frac{dx}{1+x^2+x^4}$

Таблица 4.4 — Подзадания по вычислению пределов

№ п/п	Пределы функций	
1	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x+2}{2x+3},$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-6x+8}{x^2-8x+12}$
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{2x+7},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{1-x+x^3}}{x^2-x}$
3	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-3x},$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$
4	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x^2-x+1}{x^3+x^2-x-1},$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-3x+2}$
5	$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^3-1000}{x^3-20x^2+100x},$	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(a+2h)-2\sin(a+h)+\sin(a)}{h^2}$
6	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(mx)}{\sin(nx)}$
7	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{(1+x)^3}-1}{x},$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\operatorname{tg}(x)-\operatorname{tg}(x_0)}{x-x_0}$
8	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(mx)}{x},$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-8x+12}$
9	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(5x)}{x^2},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(5x)}{1-\cos(3x)}$
10	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x^2+3x+4}{4x^3+3x^2+2x+1},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x)-\sin(x)}{x^3}$
11	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-2}{\sqrt{x^8+3x+4}},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg(1+mx)}{x}$
12	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+8x+3} + \sqrt{x^2+4x+3} \right),$	$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$
13	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+5x+4}{x^2-3x+7} \right)^x,$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-5^x}{1-e^x}$
14	$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{3x}}{\log(1-x)}$

4.4. Вопросы для самоконтроля

4.4.1. С какой целью в MATLAB вводятся символьные переменные?

4.4.2. Как в MATLAB объявить символьные переменные?

4.4.3. Как в MATLAB объявить символьные константы?

4.4.4. Как можно в MATLAB вычислить в общем виде производную от функции?

4.4.5. С можно в MATLAB вычислить неопределённый интеграл от функции?

4.4.6. Как в MATLAB вычислить определённый интеграл от функции?

4.4.7. С помощью какого оператора можно в MATLAB преобразовать результат вычислений в виде массива чисел в одно число?

4.4.8. С помощью какого оператора можно в MATLAB вычислить предел функции?

4.4.9. Как в MATLAB вычислить односторонний предел функции, и какие операторы используются для задания направления, в котором переменная стремится к своему предельному значению?

4.4.10. Какой символ используется в MATLAB для обозначения бесконечности?

5. ЗАДАНИЕ № 5

СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB. ЧАСТЬ 2

5.1. Цель задания

Целью задания является изучение символьных операций с функциями, содержащими параметры.

5.2. Теоретические сведения

Параметром называется величина, числовое значение которой позволяют выделить определенную функцию из множества функций одного и того же вида. При решении задачи параметр отличается от переменной только тем, что его значение рассматривается как постоянная величина. Например, функция $y = ax + b$ при фиксированных значениях a и b представляет собой уравнение прямой линии относительно переменной x .

Для выполнения символьных операций с выражениями, содержащими параметры, необходимо переменные и параметры объявить символьными, после чего выражения можно преобразовывать с помощью различных операторов.

Оператор **expand** обеспечивает разложение выражения в виде суммы по степеням переменной, например, разложим выражение $(y + 2) \cdot (y + 3)$:

```
>> syms y
>> D=expand((y+2)*(y+3))
D =
y^2+5*y+6
```

Оператор **factor** выполняет преобразование выражения, имеющее вид сложного многочлена, в произведения более простых многочленов, например, разложим выражение $x^3 - 2x^2 - 3x + 10$:

```
>> syms s;
>> P=factor(s^3 - 2*s^2 - 3*s + 10)
P =
(s+2)*(s^2-4*s+5)
```

Оператор **simplify** позволяет упростить выражение, например, упростим выражение $(x^3 - 2x^2 - 3x + 10)/(x^2 + 5)$:

```
>> syms x;
>> H = simplify((x^3+2*x^2+5*x+10)/(x^2+5))
H =
x+2
```

Оператор **symsum** определяет суммы ряда, например, сумму ряда

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 5n + 6}$ можно определить с помощью следующих команд:

```
>> syms n
>> S=symsum(3/(n^2+5*n+6),n,0,inf)
S =
```

3/2

Оператор **taylor** выполняет разложение заданного выражения в ряд Тейлора в окрестности значения переменной $x = 0$, например, разложим в ряд Тейлора функцию $\cos(x)$:

```
>> syms x
>> taylor(cos(x))
ans = 1-1/2*x^2+1/24*x^4
```

Оператор **solve** позволяет решить алгебраическое или трансцендентное уравнение, например, найдём корни уравнения $s^2 + 6s + 9 = 0$:

```
>> syms s;
>> s = solve(s^2 + 6*s + 9)
s =
-3
-3
```

5.2. Порядок выполнения задания

В соответствии с индивидуальным вариантом, выданным преподавателем, выполнить задания, номера которых указаны в таблице 5.1. Содержание подзаданий представлено в таблицах 5.2 — 5.7.

Таблица 5.1 — Варианты подзаданий по заданию № 5

Вариант	Задания					
	Проинтегрировать функцию	Вычислить сумму ряда	Разложить выражение на множители	Разложить функцию в ряд Тейлора	Решить символьное уравнение	Упростить выражение
1	1	1, 15	1	1	1, 15	1
2	2	2, 16	2	2	2, 16	2
3	3	3, 17	3	3	3, 17	3
4	4	4, 18	4	4	4, 18	4
5	5	5, 19	5	5	5, 19	5
6	6	6, 20	6	6	6, 20	6
7	7	7, 21	7	7	7, 21	7
8	8	8, 22	8	8	8, 22	8
9	9	9, 23	9	9	9, 23	9
10	10	10, 24	10	10	10, 24	10
11	11	11, 25	11	11	11, 25	11
12	12	12, 26	12	12	12, 26	12
13	13	13, 27	12	13	13, 27	13
14	14	14, 28	14	14	14, 28	14

Таблица 5.2 — Подзадания по интегрированию функции, содержащей параметр

№ п/п	Интеграл	№ п/п	Интеграл
1	$\int \frac{x^3}{(x^4 + a^4)^2} dx$	8	$\int \frac{1}{a + b\cos(x) + c\sin(x)} dx$
2	$\int \frac{1}{x(x^4 + a^4)^2} dx$	9	$\int \frac{\arcsin(x)}{(ax + b)^2} dx$
3	$\int \frac{x}{ax^4 + bx^2 + c} dx$	10	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{(x^2 - 1)(x^2 - a^2)}} dx$
4	$\int \frac{x^2}{(x^4 - a^4)^2} dx$	11	$\int \frac{a}{bx \cdot \ln(\ln x)} dx$
5	$\int \frac{1}{(x + b)\sqrt{a^2 - x^2}} dx$	12	$\int \frac{1 + a\sqrt{x}}{bx^2 + 2x} dx$
6	$\int \cos(ax)\sin(bx)\sin(cx) dx$	13	$\int (ax + \ln^3 x) dx$
7	$\int (bx^2 + \ln(ax)) dx$	14	$\int (e^{ax} - bx) dx$

Таблица 5.3 — Подзадания по вычислению суммы ряда

№ п/п	Ряд	№ п/п	Ряд
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{24}{9n^2 - 12n - 5}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 6n - 8}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 21n - 8}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 28n - 45}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 3n - 2}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 14n - 48}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{36n^2 - 24n - 5}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 84n - 13}$

Продолжение таблицы 5.3

№ п/п	Ряд	№ п/п	Ряд
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 + 4n - 3}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 + 35n - 6}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 3n - 20}$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 42n - 40}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2 - 8n - 15}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 21n - 10}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 + 5n - 6}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{4n^2 - 9}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 35n - 6}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$
12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{36n^2 + 12n - 35}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{24}{49n^2 + 21n - 10}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 - 5n - 6}$
14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2 + 8n - 15}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 56n - 33}$

Таблица 5.4 — Подзадания по преобразованию выражение в произведение со множителей

№ п/п	Выражение	№ п/п	Выражение
1	$x^3 + 6x^2 + 11x - 6$	8	$x^3 - 6x^2 + 21x - 52$
2	$x^3 - 9x^2 + 26x - 24$	9	$x^3 - 2x^2 - x + 2$
3	$x^3 + 2x^2 - x - 2$	10	$x^3 + 9x^2 + 26x + 24$
4	$x^3 + x^2 - 14x - 24$	11	$x^3 + 5x^2 - 2x - 24$
5	$a^2 - 2ab + b^2$	12	$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
6	$a^2 + 7a + 10$	13	$x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
7	$a^2 + 2ab + b^2$	14	$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

Таблица 5.5 — Подзадания по разложению функции в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 0$

№ п/п	Функция	№ п/п	Функция
1	$\frac{9}{20 - x - x^2}$	8	$\frac{x^2}{\sqrt{4 - 5x}}$
2	$\ln(1 - x - 6x^2)$	9	$2x \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - x$
3	$\frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2$	10	$1 + \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$
4	$\frac{x}{\sqrt[3]{27 - 2x}}$	11	$\ln(1 + x - 6x^2)$
5	$(x - 1)\sin 5x$	12	$\frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2}$
6	$\frac{\arcsin x}{x} - 1$	13	$\frac{1}{\sqrt[4]{16 - 3x}}$
7	$\ln(1 - x - 12x^2)$	14	$(3 + e^{-x})^2$

Таблица 5.6 — Задания по решению уравнения

№ п/п	Уравнение	№ п/п	Уравнение
1	$\frac{x^2 + 1}{x - 4} - \frac{x^2 - 1}{x + 3} = 23$	15.	$3x^3 - 8x^2 + 2x + 2 = 0$
2	$\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0$	16.	$x^4 - 4x^3 - 19x^2 - 26x = -1$
3	$x^4 - \frac{50}{2x^4 - 7} = 14$	17.	$x^2 + x + x^{-1} + x^{-2} = 4$
4	$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$	18.	$x^4 - 8x^3 - 10x^2 - 40x = -4$
5	$\frac{x-3}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+6}{x+2} + \frac{x-6}{x-2}$	19	$8x^4 + x^3 + 64x + 8 = 0$
6	$\frac{1}{x^3 + 2} - \frac{1}{x^3 + 3} = \frac{1}{12}$	20	$(x+3)^3 - (x+1)^3 = 56$
7	$\frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{x-4}{x-3} + \frac{x+4}{x+3} - \frac{28}{15}$	21	$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$

Продолжение таблицы 5.6

№ п/п	Уравнение	№ п/п	Уравнение
8	$\frac{x+2}{x+1} + \frac{x+6}{x+3} + \frac{x+10}{x+5} = 6$	22	$2x^3 + 35x - 12 = 0$
9	$3\left(x + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$	23	$x^2 \sqrt{x+1} = 1$
10	$\frac{4}{x^2+4} + \frac{5}{x^2+5} = 2$	24	$\sqrt{5+\sqrt[3]{x}} + \sqrt{5-\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x}$
11	$\frac{7(x-2)(x-3)(x-4)}{(2x-7)(x+2)(x-6)} = -2$	25	$x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 10x = 1$
12	$\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9$	26	$x^4 + 5x^2 + 6x = 20$
13	$\frac{21}{x^2-4x+10} - x^2 + 4x = 6$	27	$(x+1)(x^2+2) + (x+2)(x^2+1) = 2$
14	$\left(\frac{x^2+6}{x^2-4}\right)^2 = \left(\frac{5x}{4-x^2}\right)^2$	28	$10x^3 - 3x^2 - 2x + 0,5 = 0$

Таблица 5.7 — Подзадания по упрощению выражений

№ п/п	Выражение
1	$\frac{3a^2 + 2ax - x^2}{(3x+a)(a+x)} - 2 + 10 \frac{ax - 3x^2}{a^2 - 9x^2}$
2	$\left(\frac{\frac{x}{2} + 1}{x^3 - 1} + \frac{1}{2 - 2x} + \frac{1}{x^2 + x + 1} \right) \frac{x^3 + x^2 + x}{x - 1}$
3	$\frac{\frac{x^2}{x+y} - \frac{x^3}{x^2 + 2xy + y^2}}{\left(\frac{x}{x+y} - \frac{x^2}{x^2 - y^2} \right)}$
4	$\left[\left(\frac{m-1}{m+1} \right)^{-2} + 3 \right] + \left[\left(\frac{m+1}{m-1} \right)^{-2} + 3 \right] + \frac{1+m^{-2}}{1-m^{-3}} - 2m(m-1)^{-1}$

Продолжение таблицы 5.7

№ п/п	Выражение
5	$\left(\frac{xy^{-1} - yx^{-1}}{x + y} \right)^{-1} + \left(\frac{x - x^{-1}y^2}{1 - yx^{-1}} + \frac{x^2y^{-1} + y}{xy^{-1} - 1} \right)$
6	$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 2\frac{1}{a+b} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right) + (a^2 + b^2 + 2ab) \frac{1}{ab}$
7	$81a^{0,75}x^{0,7}3^{-5}a^{\frac{1}{4}}xa^{1,5}\sqrt{9x^{0,6}}$
8	$\left(\frac{1 - \frac{1+ab}{1+\sqrt[3]{ab}}}{\sqrt{ab}(1-\sqrt[3]{ab}) - \frac{(1-ab)(\sqrt[3]{ab}-1)}{1+\sqrt{ab}}} \right)^3 - ab$
9	$\frac{1 + \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x}$
10	$\frac{1-b}{(1-\sqrt{b})^2} \sqrt{b} - 2 \frac{\sqrt{b}}{1-\sqrt{b}} + \sqrt{b}$
11	$\frac{1 + \left(a + \frac{1}{a-1} \right)^{-1}}{1 - \left(a + \frac{1}{a-1} \right)^{-1}} \left(1 - \frac{1 - a^2 - \left(\frac{1}{a-1} \right)^2}{2a \frac{1}{a-1}} \right)$
12	$\left(a^2 b^{-\frac{3}{2}} - a^2 b^{-\frac{3}{2}} (a^2 + b^2) + b^{\frac{1}{2}} \right) b^{\frac{1}{3}} a^{-\frac{4}{3}}$
13	$\frac{x^4 - 8x^2 - 9}{(x^2 + 1)(x + 3)(x^2 - 9)}$
14	$\cos^5 x + \sin^4 x + 2\cos^2 x - 2\sin^2 x - \cos 2x$

5.4. Вопросы для самоконтроля

5.4.1. С помощью каких операторов можно в MATLAB вычислить неопределённый интеграл от функции, содержащей параметр?

5.4.2. Какой оператор используется в MATLAB для вычисления суммы ряда в символьном виде?

5.4.3. С помощью какого оператора можно в MATLAB преобразовать в общем виде сложный многочлен, в произведение более простых многочленов?

5.4.4. Как можно в MATLAB разложить в общем виде заданную функцию в ряд Тейлора?

5.4.5. С помощью какого оператора можно в MATLAB найти корни алгебраического и трансцендентного уравнения?

5.4.6. С помощью каких операторов можно в MATLAB упростить в общем виде математическое выражение?

6. ЗАДАНИЕ № 6 ПРОГРАММИРОВАНИЕ В MATLAB

6.1. Цель задания

Целью задания является изучение средств программирования в MATLAB.

6.2. Создания М-файлов

Недостатком программ, создаваемых непосредственно в окне **Command Window**, является невозможность изменить команды или исправить ошибки после нажатия клавиши **Enter**. Свободными от указанного недостатка являются программы в виде М-файла.

Для создания программы в виде М-файла необходимо в основном окне MATLAB (рис. 1.1) в меню **File** выбрать команду **M-File** по пути **File — New — M-File**, либо кликнуть пиктограмму в виде белой странички с загнутым уголком, которая расположена под пиктограммой меню **File**. В результате, открывается окно **Editor** (рис. 6.1), в которое вводится текст программы.

Для введения текстового комментария, поясняющего, например, выполняемую команду, следует в любую строку программы ввести символ **%**, а затем требуемый текст. На рис. 6.1 показана программа, в первую строку которой введён комментарий **program1**, используемый в качестве имени программы.

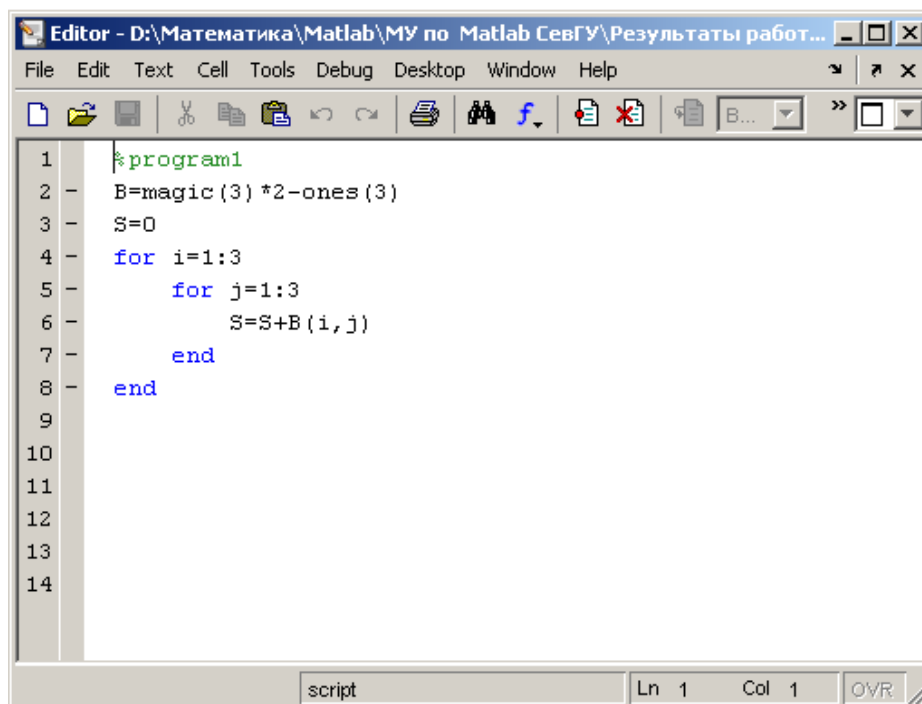


Рис. 6.1 — Окно **Editor** для создания М-файлов

Для сохранения М-файла необходимо в окне **Editor** (рис 6.1) в меню **File** выбрать команду **Save as**. В открывшемся затем окне **Save file as** выбрать команду **Save**. По умолчанию М-файл с расширением **m** будет иметь имя **Untitled** (безымянный) и сохранён в каталоге **Work**, встроенном в MATLAB. Чтобы присвоить М-файлу другое имя и выбрать другой каталог сохранения, необхо-

можно указать их в окне **Save file as**. После сохранения М-файл готов для выполнения записанной в нём программы.

Различают два вида М-файлов: М-файл-программа и М-файл-функция.

М-файл-программа, называемая также сценарием (**script**), представляет собой самостоятельную программу. Для запуска такой программы достаточно в окне **Editor** (рис 6.1) открыть меню **Debug** и выбрать команду **Run** (выполнить), после чего результат вычислений отображаются в окне **Command Window**. При этом переменные, используемые в программе, сохраняются в окне **Workspace**. При обнаружении в программе ошибки MATLAB выводит в окне **Command Window** сообщение с указанием номера строки, в которой допущена ошибка, и характера ошибки. В этом случае следует в окне **Editor** исправить ошибку, сохранить исправленный М-файл и повторить запуск программы. Текст М-файла допускает неограниченное число исправлений. Перед очередным выполнением программы целесообразно очистить командное окно.

Файл-функция представляет собой программу вычисления функции, которая отсутствует в библиотеке MATLAB. Значения переменных такой функции задаются внешними командами. Программа вычисления функции начинается с ключевого слова **function**, например:

```
function y=F1(x,d)
y=d^3*cot(x).*sqrt(sin(x)*4-cos(x)^4)
end
```

где **y** — имя выходной переменной; **F1** — имя, которое необходимо присвоить файлу-функции при его сохранении; **x**, **d** — входные переменные.

После сохранения М-файла-функции в каталоге **work**, встроенном в MATLAB, оператор **F1** можно использовать в вычислениях наравне с другими операторами MATLAB. Например, вычислим в окне **Command Window** значение функции **F1(x,d)** при $x=0,1$ и $d=0,2$:

```
>> y1=F1(0.1,0.2)
y1 =
    0 + 0.0608i
```

6.3. Операторы условного перехода и операторы цикла

Операторы условного перехода используются для разветвления вычислительного процесса. При достижении программой такого оператора осуществляется проверка заданного условия с целью определения направления дальнейших вычислений.

Наиболее простым является условный переход с использованием оператора **if** (если):

```
if <условие перехода>
<команды>
end
```

где **end** — команда, указывающая на окончание действия условного оператора.

Если условие перехода верно, то выполняются команды, введенные между операторами **if** и **end**, а если условие не верно, то происходит переход к выполнению команд, введенных после команды **end**.

Для организации только одного разветвления программы используют оператор **else**. Для организации одного и более разветвлений используется оператор **elseif** столько раз, каково число этих разветвлений.

Для выполнения повторяющихся (циклических) математических вычислений с фиксированным числом повторений используются операторы цикла — арифметический **for** и условный **while**.

Команда для выполнения цикла с оператором **for** записывается в виде:

for <счётчик циклов> <операторы> <end>.

Программа с использованием оператора **for** выполняются до тех пор, пока не произойдёт переполнение счётчика циклов.

Например, сумма элементов побочной диагонали матрицы **magic(5)** может быть вычислена с помощью программы, содержащей оператор цикла **for**,

```
M=magic(5);
s=0;
for i=1:5
    s=s+M(i,6-i);
end
```

s

Результат вычислений получим в окне **Command Window**:

S =

65

Выражение **i=1:5** представляет собой счётчиком циклов, в котором в качестве переменной используется номер строки **i** матрицы. С учётом этого номера составлено выражение для суммы элементов побочной диагонали, которые при изменении **i** от 1 до 5 будут иметь индексы: 1,5; 2,4; 3,3; 4,2; 5,1.

Команда для выполнения цикла с оператором **while** записывается в виде:

while <логическое условие> <операторы> <end>

Циклическая программа с оператором **while** выполняются до тех пор, пока выполняется заданное логическое условие.

Для создания в окне **Command Window** комментариев, поясняющих полученные результаты, используется оператор **disp**, после которого комментарий вводится в скобках и одинарных кавычках.

В качестве примера далее приведена программа, которая преобразует главную и побочную диагонали матрицы **magic(5)** в диагональные матрицы.

```
disp('Матрица magic размером 5x5')
M=magic(5)
i=1; %объявление начального значения счётчика цикла
while i<=5 %объявление условия, налагаемого на переменную i
    for j=5:-1:1 % объявление счётчика цикла переменной j
        glav(i)=M(i,i); %преобразование главной диагонали в вектор
        poboch(i)=M(i,j); %преобразование побочной диагонали в вектор
    end
    i=i+1;
end
disp('Диагональная матрица, полученная из вектора glav')
```

```
A=diag(glav)
```

```
disp('Диагональная матрица, полученная из вектора poboch')
```

```
B=diag(poboch)
```

В данной программе в счётчиках цикла в качестве переменных используются номер строки **i**, и номер столбца **j** преобразуемой матрицы

Результаты выполнения программы приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 — Результаты выполнения программы

Матрица magic размером 5x5	Диагональная матрица, полученная из вектора glav	Диагональная матрица, полученная из вектора poboch
M =	A =	B =
17 24 1 8 15	17 0 0 0 0	15 0 0 0 0
23 5 7 14 16	0 5 0 0 0	0 14 0 0 0
4 6 13 20 22	0 0 13 0 0	0 0 13 0 0
10 12 19 21 3	0 0 0 21 0	0 0 0 12 0
11 18 25 2 9	0 0 0 0 9	0 0 0 0 11

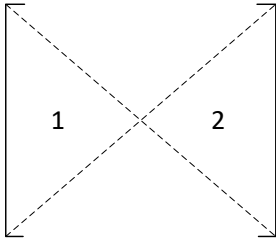
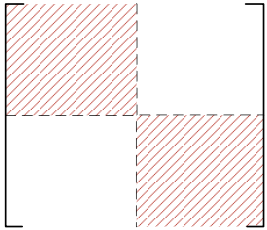
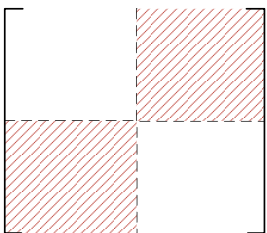
6.4. Порядок выполнения задания

В соответствии вариантом выполнить подзадания, номера которых указаны в таблице 6.2, Содержание подзаданий представлено в таблице 6.3. Решение каждого подзадания должно быть выполнено путём составления программы в виде М-файла. При этом должны использоваться либо операторы условного перехода **if**, **else** и **elseif**, либо операторы цикла **for** и **while**, либо и те и другие операторы.

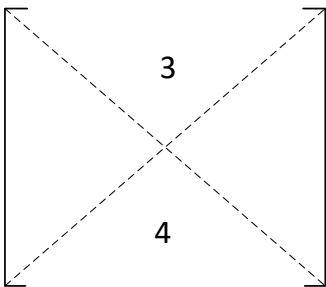
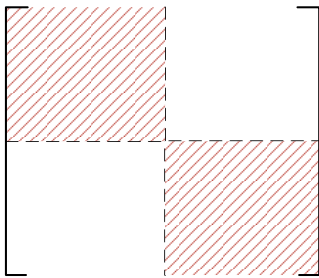
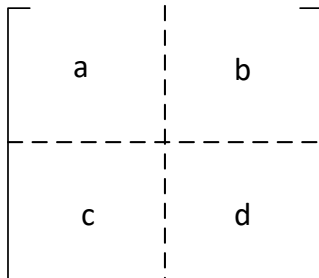
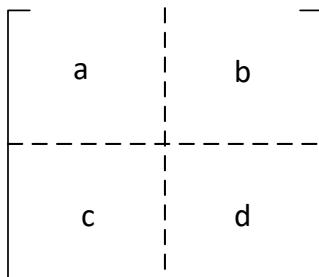
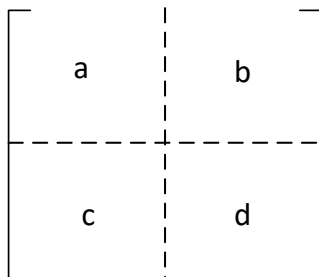
Таблица 6.2 — Номера вариантов заданий и подзаданий

Номер варианта задания	Номера подзаданий
1	1, 8, 6
2	2, 9, 7
3	3, 10, 8
4	4, 11, 9
5	5, 12, 10
6	6, 13, 11
7	7, 14, 12
8	8, 15, 13
9	9, 16, 8
10	10, 1, 14
11	11, 2, 15
12	12, 3, 16
13	13, 4, 2
14	14, 5, 6

Таблица 6.3 — Номера подзаданий и их содержание

№ п/п	Задание
1	В матрице Magic размером 11x11 заполнить нулями центральную часть размером 5x5.
2	В матрице Magic размером 13x13 заполнить левую часть единицами, а правую часть двойками. 
3	В матрице Magic размером 16x16 найти сумму элементов заштрихованных областей 
4	В матрице Magic размером 17x17 найти сумму элементов главной и побочной диагоналей
5	В матрице Magic размером 15x15 поменять местами левый и правый столбцы.
6	В матрице Magic размером 13x13 поменять местами элементы главной и побочной диагоналей.
7	В матрице Magic размером 18x18 найти произведение элементов заштрихованной области 
8	В матрице Magic размером 15x15 отобразить все элементы матрицы симметрично относительно главной диагонали.
9	В матрице Magic размером 21x21 поменять местами верхнюю и нижнюю строки.
10	В матрице Magic размером 10x10 заполнить единицами левую нижнюю четверть.
11	Создать матрицу размером 11x11, в которой численное значение каждого элемента a_{ij} определяется по формуле i^2+j , где i — номер строки, j — номер столбца, соответствующих расположению элемента.

Продолжение таблицы 6.3

12	В матрице Magic размером 11x11 заполнить тройками верхнюю часть, а нижнюю часть – четверками. 
13	В матрице Magic размером 14x14 в выделенных областях найти минимальный элемент. 
14	В матрице Magic размером 12x12 переместить по часовой стрелке области a, b, c, d. 
15	Для матрицы Magic размером 14x14 вычислить $\mathbf{a}^2 * \mathbf{b} + \mathbf{c}^{-1} * \mathbf{d}$. 
16	В матрице Magic размером 16x16 поменять местами область a на область d и область c на область b. 

6.4. Вопросы для самоконтроля

6.4.1. Каковы преимущества программ, создаваемых в MATLAB в виде М-файла, по сравнению с программами, создаваемыми в командном окне?

6.4.2. В каком окне MATLAB создается программа в виде М-файла, и как вызвать появление этого окна на экране монитора?

6.4.3. Какова структура программы в виде М-файла-скрипт?

6.4.4. Какова структура программы в виде М-файла-функции?

6.4.5. Чем отличается программы в виде М-файла-скрипт, от программы в виде М-файла-функции?

6.4.6. Как в MATLAB сохранить программу в виде М-файла, а затем запустить её к исполнению?

6.4.7. В каком окне MATLAB выводятся результаты выполнения программы в виде М-файла?

6.4.8. Какие операторы используются в MATLAB для записи команд организации программных циклов, и что входит в состав таких команд?

6.4.9. Что представляет собой программный счётчик циклов, и чем отличаются друг от друга арифметический от условного циклы?

6.4.10. Какой оператор используется в программах MATLAB для организации только одного условного перехода?

6.4.11. Какой оператор используется в программах MATLAB для организации одного и более условных переходов?

6.4.12. Какие величины используют в качестве переменных в счётчиках циклов в программах MATLAB, предназначенных для преобразования матриц?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Половко, А. М. MATLAB для студентов / А. М. Половко, П.Н. Бутусов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005 — 320 с.
2. Мироновский, Л. А. Введение в MATLAB: учебное пособие. / Л. А. Мироновский, Петрова К. Ю. — СПб. ГУАП. СПб., 2005. — 122 с.
3. Ануфриев, И. Е. MATLAB 7. / И. Е. Ануфриев, А. Б. Смирнов, Е. Н. Смирнова/ — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 1104 с.
4. Потемкин, В. Г. MATLAB 6: среда проектирования инженерных приложений / В. Г. Потёмкин. — М.: Диалог-МИФИ, 2003. — 448 с.
5. Оформление текстовых работ: методические указания / СевГУ; сост. В. Г. Слёзкин, П. П. Ермолов. — Севастополь: Изд-во СевГУ, 2015. — 19 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ОБРАЗЕЦ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт радиоэлектроники и информационной безопасности
Кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

Контрольная работа
по дисциплине
“Пакеты прикладных математических программ”
Вариант № ____

Выполнил студент гр. _____

(фамилия, инициалы)

Отметка о защите _____

Преподаватель _____
(фамилия, инициалы)

Севастополь
20__

Учебное издание

**ПАКЕТЫ ПРИКЛАДНЫХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРОГРАММ**

*Учебно-методическое пособие
по выполнению контрольной работы*

Составитель: Щекатурин Андрей Алексеевич

В авторской редакции

Изд. № 212/2020. Объем 3,75 п.л.
РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»