

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

№3(11)
2020

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Севастопольский государственный университет»

Выходит 4 раза в год

ISSN 2658-4727

АВТОМАТИЗАЦИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ В МАШИНО- ПРИБОРОСТРОЕНИИ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Севастополь, 2020

Главный редактор

Копп В.Я., д.т.н., проф.

(г. Севастополь)

Заместитель главного

редактора

Филипович О.В., к.т.н., доц.

(г. Севастополь)

Научный редактор

Бохонский А.И., д.т.н., проф.

(г. Севастополь)

Ответственный секретарь

Майстришин М.М., к.т.н.

(г. Севастополь)

Редакционная коллегия

Пашков Е.В., д.т.н., проф.

(г. Севастополь)

Обжерин Ю.Е., д.т.н., проф.

(г. Севастополь)

Краснодубец Л.А., д.т.н.,

проф.

(г. Севастополь)

Скатков А.В., д.т.н., проф.

(г. Севастополь)

Песчанский А.И., д.т.н., проф.

(г. Севастополь)

Рзаев Р.Р., д.т.н., проф.

(г. Баку)

Прейс В.В., д.т.н., проф.

(г. Тула)

Кристалл М.Г., д.т.н., проф.

(г. Волгоград)

Дьяченко В.А., д.т.н., проф.

(г. Санкт-Петербург)

Волков А.Н., д.т.н., проф.

(г. Санкт-Петербург)

Петрешин Д.И., д.т.н., проф.

(г. Брянск)

Доронина Ю.В., д.т.н., доц.

(г. Севастополь)

Васютенко А.П., к.т.н., доц.

(г. Севастополь)

Балакин А.И., к.т.н., доц.

(г. Севастополь)

Круговой А.Н., к.т.н., доц.

(г. Севастополь)

Скидан А.А., к.т.н., доц.

(г. Севастополь)

Рапацкий Ю.Л., к.т.н., доц.

(г. Севастополь)

Заморёнов М.В., к.т.н.

(г. Севастополь)

СОДЕРЖАНИЕ

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВОМ

- Бахадиров Г.А., Цой Г.Н., Набиев А.М.** Многослойная обработка 3
волоконистых материалов
- Бохонский А.И., Майстришин М.М., Рыжков А.И.** Алгоритмы 12
реверсионного конструирования оптимальных управлений переносным
движением объектов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

- Осадченко А.Е.** Система управления скоростью электродвигателя 20
постоянного тока на основе цифрового адаптивного регулятора
- Трефилов С.А., Никитин Ю.Р., Лекомцев П.В.** Модель бесколлекторного 28
двигателя постоянного тока в пространстве состояний при векторном
управлении
- Трефилов С.А., Лекомцев П.В., Никитин Ю.Р.** Цифровой двойник 39
мехатронного устройства на основе алгоритма прогнозирования по малым
обучающим выборкам
- Бохонский А.И., Варминская Н.И.** Нетрадиционная защита объектов 50
электроники от динамических воздействий
- Вожжов, А. А., Ярохина Д. В.** Моделирование рельефа поверхности 68
деталей при точении с учетом вероятностного характера параметров микро
и макронеровностей

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

- Песчанский А.И.** Техническое обслуживание по наработке ненадежной 76
однолинейной системы обслуживания с потерями и неполной информацией
о ее параметрах

БИОМЕДИЦИНСКИЕ ПРИБОРЫ И ТЕХНОЛОГИИ

- Пашков Е.В.** Автоматическое устройство для наружного массажа сердца на 87
базе электропривода

УДК: 675.055

МНОГОСЛОЙНАЯ ОБРАБОТКА ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Бахадиров Г.А.¹, Цой Г.Н.², Набиев А.М.³

***Аннотация.** В статье приведены результаты экспериментальных исследований по определению влияния скорости пропуска, усилия прижима отжимных валов, а также количества слоев влагоотводящих волокнистых материалов на количество удаленной жидкости при отжиме мокрых кожполуфабрикатов. Получены математические зависимости количества удаленной влаги из каждого отжатого кожполуфабриката от скорости их пропуска и усилия прижима отжимных валов.*

***Ключевые слова.** Валковая пара, отжим влаги, мокрый кожполуфабрикат, волокнистый материал, экспериментальный стенд.*

Исследованиям физико-механических свойств и характеристик волокнистых материалов посвящены работы [1, 2]. Также задачам совершенствования технологических процессов и машин для отжима кож относятся работы [3, 4].

Данная работа посвящена экспериментальному определению факторов, влияющих на технологический процесс отжима излишней влаги из мокрых кожполуфабрикатов при их многослойном пакете вместе с влагоотводящими материалами посредством их вертикальной подачи на опорной плите между вращающимися отжимными валами, покрытых также влагоотводящими материалами.

Эксперимент проводился на специальном стенде, где отжимные валы установлены горизонтально, а опорная плита изготовлена из металлического листа толщиной 0,005м, шириной 0,1м и длиной 0,3м (**Рис.1**). Слой пакета составляет один кожполуфабрикат и один влагоотводящий материал – сукна марки БМ и далее аналогично.

Для эксперимента брали двойную бычину среднего развеса, после хромового дубления. Согласно Международному стандарту ИСО 2588-85 выбрано необходимое количество кожполуфабриката вычисляется по формуле $n = 0,2\sqrt{x}$, где x – число кожполуфабриката для эксперимента; из партии взяли 2500 шт., $n = 10$ шт. Из этих 10 образцов вырезали резакон полосы поперек хребтовой линии размером 0,05×0,25 м, пронумерованные полосы комплектовали в группы по 5 шт. по схеме [5].

В эксперименте на опорную плиту устанавливали моншон БМ толщиной 0,008м, а затем мокрый кожполуфабрикат толщиной 0,004м (и

так далее), суммарная толщина которых составляет 0,024 м. До и после отжима взвешивали образцы на лабораторных весах ВЛТЭ-500 дискретность 0,01 г (ИСО-9001).

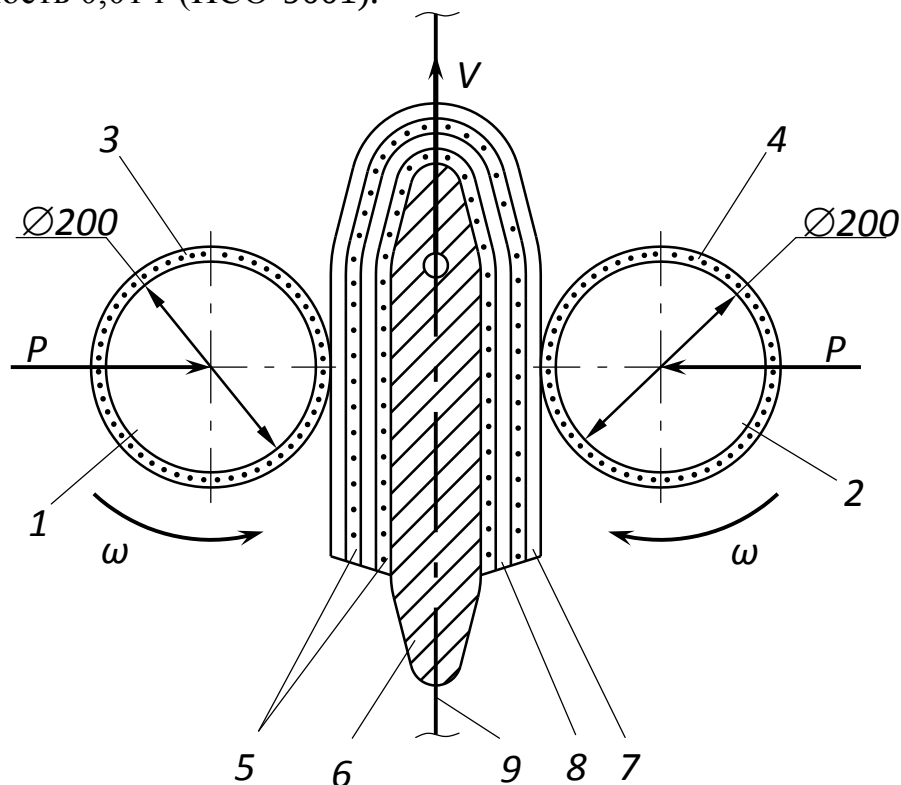


Рис.1 – Схема многослойного обезвоживания мокрых кожполуфабрикатов

1, 2 – отжимные валы, 3, 4, 5 – влагоотводящие материалы (БМ), 6 – опорная плита, 7 – первый слой кожполуфабриката, 8 – второй слой кожполуфабриката, 9 – цепь

Использовали метод D-оптимального планирования второго порядка с использованием матрицы плана К. Кано [5]. На основе априорной информации изучен процесс удаления влаги с учетом двух факторов: x_1 – интенсивность прижима P , кН/м; x_2 – скорость пропуска V , м/с; был выбран диапазон изменения давления прижима от 32 до 96 кН/м; скорость вращения отжимных валов от 0,17 до 0,34 м/с (на основе анализа различных отжимных машин); количество слоев кожполуфабриката – два.

Выбран диаметр отжимных валов 0,2 м с покрытием толщиной 0,008 м из войлочного сукна марки БМ. Перед проведением эксперимента методами математической статистики было выбрано необходимое количество измерений (число повторений), которое обеспечивало требуемую точность.

Рабочую матрицу составили по матрице плана К. Кано для двухфакторного эксперимента. Кодирование факторов осуществляли по следующей формуле

$$x_i = \frac{c_i - c_{i0}}{t_0},$$

где x_i – кодирование значения факторов; c_i, c_{i0} – натуральные значения фактора на текущем и нулевом уровнях; t_0 – натуральное значение интервала варьирования фактора.

Таблица 1. – Уровни и интервалы варьирования фактора эксперимента

Показатель	Кодированное значение факторов	Натуральные значения факторов	
		x_1 , кН/м	x_2 , м/с
Верхний уровень	+	96	0,340
Нулевой уровень	0	64	0,255
Нижний уровень	-	32	0,170
Интервал варьирования		32	0,085

Функции цели аппроксимированы полиномом

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i,j=1}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2,$$

где y – количество удаленной влаги в кодированном виде; b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} – коэффициенты регрессии.

Однородность дисперсии оценена с помощью критерия Кохрена [5] при доверительной вероятности $\alpha=0,95$. Зная общее число оценок дисперсии N и число степеней свободы $f=k-1$ вычисляем из [5, 6] находим $G_T=0,358$ при $N=9$; $f=k-1=5-1=4$, где k – число параллельных опытов;

$$S_{out}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y - \bar{y})^2}{n-1}; \quad \sum_{i=1}^N S_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (y - \bar{y})^2}{N(n-1)};$$

$$G_{P1} = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2} = \frac{29,60}{158,94} = 0,186; \quad G_{P2} = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2} = \frac{31,52}{136,57} = 0,231;$$

$$G_{P1}=0,186 < G_T=0,358; \quad G_{P2}=0,231 < G_T=0,358.$$

Следовательно, результаты исследования воспроизводимы.

После реализации рабочей матрицы получены средние арифметические значения (таблица 2).

Таблица 2. – Матрица планирования эксперимента

№	P, x_1	V, x_2	№ кож пол.	Результаты измерений, в %					
				y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	$\bar{y}$
1	0	0	1	30,4	24,8	24,7	24,3	27,6	26,9
			2	20,7	24,4	24,7	35,7	23,7	25,7
2	+	+	1	30,0	33,3	29,8	23,9	36,4	30,7
			2	31,2	27,2	25,4	33,9	30,5	29,6
3	-	+	1	26,7	16,9	24,7	20,6	21,9	22,2
			2	20,6	16,6	27,2	20,5	18,8	20,7
4	-	-	1	24,6	28,7	25,4	22,5	25,5	25,3
			2	25,2	23,0	25,7	26,9	23,8	24,9
5	+	-	1	31,2	37,8	36,8	33,5	39,1	36,7
			2	34,4	33,9	33,2	39,4	31,6	34,5
6	+	0	1	32,2	28,2	35,4	36,9	29,8	32,5
			2	28,1	25,8	29,8	23,9	36,4	31,4
7	0	+	1	24,0	24,4	21,7	35,7	26,2	26,4
			2	25,0	25,9	23,5	26,7	24,9	25,2
8	-	0	1	22,2	21,4	34,0	21,4	24,8	24,7
			2	18,2	24,6	18,0	30,7	24,5	23,2
9	0	-	1	27,8	27,0	38,7	28,0	25,1	29,3
			2	26,8	31,4	28,5	27,4	24,8	27,8

Определяем коэффициенты регрессии b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} из [6]. Для первого слоя кожполуфабриката в кодированном виде $b_0=27,43907$; $b_{11}=0,1241$; $b_1=4,93933$; $b_{22}=-0,6259$; $b_2=-1,90103$; $b_{12}=-0,975$.

Для второго слоя кожполуфабриката в кодированном виде $b_0=25,98539$; $b_{11}=-1,13781$; $b_1=4,51181$; $b_{22}=0,33781$; $b_2=-2,06479$; $b_{12}=-0,175$.

Получим следующие уравнения регрессии в кодированном виде:

Для первого слоя кожполуфабриката

$$y_1 = 27,43907 + 0,1241 x_1^2 - 0,6259 x_2^2 + 4,93933 x_1 - 1,90103 x_2 - 0,975 x_1 x_2.$$

Для второго слоя кожполуфабриката

$$y_2 = 25,98539 + 1,13781 x_1^2 + 0,33781 x_2^2 + 4,51181 x_1 - 2,06479 x_2 - 0,175 x_1 x_2.$$

Подставляя вместо $x_1 = \frac{P - 64}{32}$, где P – усилие прижима отжимных валов и $x_2 = \frac{V - 0,255}{0,085}$, где V – скорость пропуска мокрых

кожполуфабрикатов между вращающимися отжимными валами, получим в натуральном виде уравнения количества удаленной влаги из мокрых кожполуфабрикатов между вращающимися отжимными валами.

Продолжение таблицы 2. – Матрица планирования эксперимента

№	$\sum_1^n (y - \bar{y})^2$	$S_{ош}^2$	y_p	$\bar{y} - y_p$	$(\bar{y} - y_p)^2$
1	24,55	6,14	27,4	0,5	0,25
	101,85	25,46	26,0	0,3	0,09
2	86,79	21,70	29,0	1,7	2,87
	43,06	10,77	29,7	0,1	0,01
3	57,24	14,31	21,1	1,1	1,21
	62,72	15,68	16,80	0	0
4	19,94	4,99	23,9	1,4	1,96
	9,55	2,39	24,8	0,1	0,01
5	47,47	11,87	34,8	1,9	3,61
	32,88	8,22	34,24	0,3	0,09
6	53,64	13,41	32,5	0	0
	126,06	31,52	31,6	0,2	0,4
7	118,38	29,60	26,2	0,2	0,04
	5,76	1,44	24,3	0,1	0,01
8	114,53	28,63	22,6	2,1	4,41
	111,94	27,99	22,6	0,6	0,36
9	113,23	28,31	28,7	0,6	0,36
	23,61	5,90	28,4	0,6	0,36
$\Sigma 635,77$		$\Sigma 158,94$			$\Sigma 14,71$
$\Sigma 546,27$		$\Sigma 136,57$			$\Sigma 0,97$

Гипотезу об адекватности полученных уравнений проверили с помощью критерия Фишера при доверительной вероятности $\alpha=0,95$ [6]

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S^2\{y\}} < F_T,$$

где S_{ad}^2 – остаточная дисперсия, или дисперсия адекватности; $S^2\{y\}$ – дисперсия воспроизводимости.

Из таблиц 1 и 2 определим S_{ad}^2 и $S^2\{y\}$. Для первого слоя кожполуфабриката:

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_1^N n \cdot (\bar{y} - y_p)^2}{N - \frac{(k+2)(k+1)}{2}} = \frac{5 \cdot 14,71}{3} = 24,517,$$

$$S^2\{y\} = \frac{\sum_{N=1}^N \sum_{n=1}^n (y - \bar{y})^2}{N(n-1)} = \frac{635,77}{36} = 17,66.$$

Критерий Фишера об адекватности модели:

$$F_{p1} = \frac{S_{ad}^2}{S^2\{y\}} = \frac{24,527}{17,66} = 1,388 < F_T = 2,88.$$

где N – общее число опытов; k – число факторов; n – число повторений в опыте; y_i – результат отдельного наблюдения; $\bar{y}$ – средние арифметические значения результата опыта; y_p – расчетные значения критерия по уравнению регрессии.

Для второго слоя кожполуфабриката:

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{N=1}^N n \cdot (\bar{y} - y_p)^2}{N - \frac{(k+2)(k+1)}{2}} = \frac{5 \cdot 0,97}{3} = 1,617;$$

$$S^2\{y\} = \frac{\sum_{N=1}^N \sum_{n=1}^n (y - \bar{y})^2}{N(n-1)} = \frac{546,27}{36} = 15,174.$$

Критерий Фишера об адекватности модели:

$$F_{p2} = \frac{S_{ad}^2}{S^2\{y\}} = \frac{1,617}{15,174} = 0,1070 ; F_{p2} = 0,107 < F_T = 2,88.$$

Итак, уравнение регрессии можно считать пригодным с 95 %-ной доверительной вероятностью, которое в именованном виде после раскодировки имеет вид:

Для первого слоя кожполуфабриката:

$$\Delta W_1 = 17,93 + 0,00012 \cdot P^2 - 86,64 \cdot V^2 + 0,188 \cdot P + 24,834 \cdot V - 0,358 \cdot P \cdot V.$$

Для второго слоя кожполуфабриката:

$$\Delta W_2 = 29,6976 + 0,001111 \cdot P^2 + 46,7543 \cdot V^2 + 0,0152 \cdot P - 44,019 \cdot V - 0,06434 \cdot P \cdot V.$$

С помощью вычислительной программы Maple для Windows построены графики количества удаленной влаги из первого слоя кожполуфабриката ΔW_1 (а) и второго слоя кожполуфабриката ΔW_2 (б) в процентах в зависимости от скорости их одновременного пропуска V и усилий прижима отжимных валов P (Рис.2).

Результаты экспериментов показывают, что разница удаленной влаги из первого и второго слоев кожполуфабрикатов незначительная. С

уменьшением усилия прижима отжимных валов P уменьшается разница удаленной влаги ΔW между первым и вторым слоями обработанных кожполуфабрикатов.

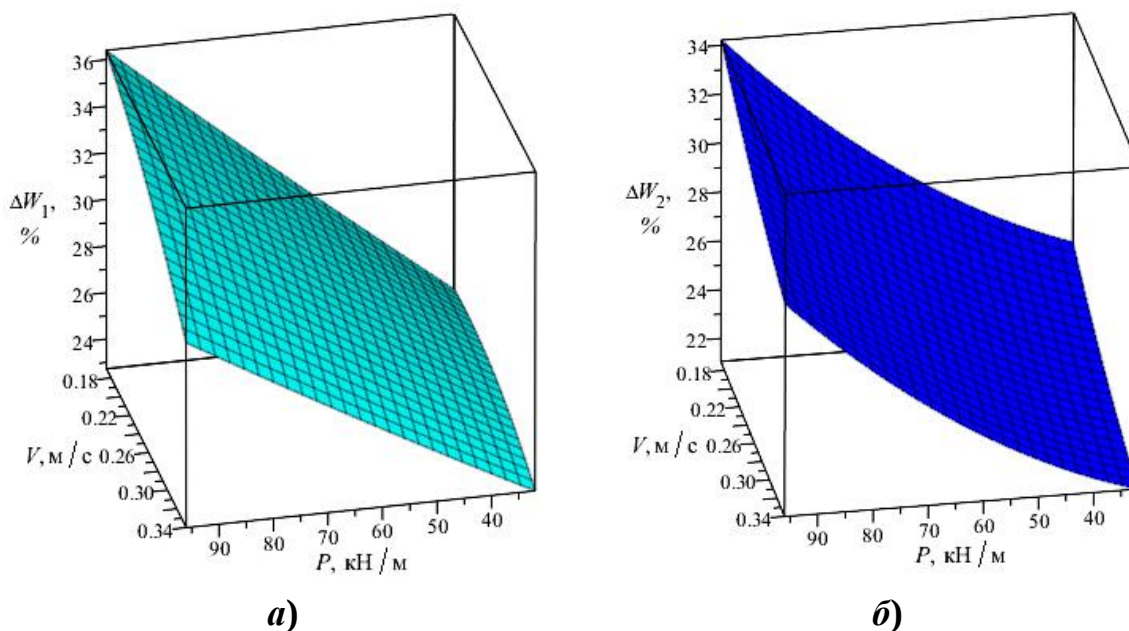


Рис.2 – Количество удаленной влаги ΔW_1 из первого слоя кожполуфабриката (а) и ΔW_2 второго слоя кожполуфабриката (б) в зависимости от скорости их пропуска V и усилия прижима отжимных валов P

В данном экспериментальном исследовании остаточная влажность должна быть в порядке 60 %. Следовательно, необходимо было удалить максимум 13% влаги при отжиге на валковой машине. При усилии прижима отжимных валов 32 кН/м минимальное удаление составило для первого слоя кожполуфабриката – 22,2 % (**Рис.2а**) и для второго слоя кожполуфабриката – 20,7 % (**Рис.2б**). При усилии отжима валов 64 кН/м минимальное давление для первого слоя кожполуфабриката составляет – 26,4 % и второго слоя кожполуфабриката составляет – 25,2 %. При этом под усилием отжимных валов 96 кН/м минимальное удаление влаги составляет для первого слоя кожполуфабриката – 30,7 % и для второго слоя кожполуфабриката составляет – 25,2 %.

Из численных результатов следует, что можно будет отжимать влагу из двух мокрых кожполуфабрикатов при скорости пропуска более 0,34 м/с и усилии прижима отжимных валов от 32 до 96 кН/м, что позволит повысить производительность технологического процесса примерно в два раза.

Библиографический список

1. Соколовский, А.Р. Развитие методов и совершенствование средств исследования физико-механических свойств волокнисто-пористых

- материалов легкой промышленности : дис. докт. техн. наук : / А.Р. Соколовский. – М. : 2010. – 287 с.
2. Amanov A.T., Bahadirov G.A., Amanov T.Y, Tsoy G.N., Nabiev A.M. Determination of Strain Properties of the Leather Semi-Finished Product and Moisture-Removing Materials of Compression Rolls. Journal Materials. Volume 12, Issue 21, November (1) 2019. ISSN: 1996-1944. Basel, Switzerland. <https://doi.org/10.3390/ma12213620>
3. Ершов, С.В. Динамическое нагружение валковой пары для интенсификации процесса отжима : дис. канд. техн. наук : / С.В. Ершов. – Иваново : 2013. – 130 с.
4. Дарда, И.В. Разработка теоретических основ совершенствования технологического оборудования кожевенно-мехового производств : дис. ... докт. техн. наук: / И.В. Дарда – М. : 2004. – 325 с.
5. Головтеева, А.А. Лабораторный практикум по химии и технологии кожи и меха / А.А. Головтеева, Д.А. Куциди, Л.Б. Санкин. – М. : Легкая и пищевая промышленность, 1982. – 309 с.
6. Тихомиров В.А. Планирование и анализ эксперимента. –М.: Легкая индустрия, 1974. – 283 с.

Bibliograficheskiy spisok

1. Sokolovskiy, A.R. Razvitiye metodov i sovershenstvovaniye sredstv issledovaniya fiziko-mekhanicheskikh svoystv voloknisto-poristyykh materialov legkoy promyshlennosti : dis. ... dokt. tekhn. nauk : / A.R. Sokolovskiy. – М. : 2010. – 287 s.
2. Amanov A.T., Bahadirov G.A., Amanov T.Y, Tsoy G.N., Nabiev A.M. Determination of Strain Properties of the Leather Semi-Finished Product and Moisture-Removing Materials of Compression Rolls. Journal Materials. Volume 12, Issue 21, November (1) 2019. ISSN: 1996-1944. Basel, Switzerland. <https://doi.org/10.3390/ma12213620>
3. Yershov, S.V. Dinamicheskoye nagruzheniye valkovoy pary dlya intensifikatsii protsessa otzhima : dis. kand. tekhn. nauk : / S.V. Yershov. – Ivanovo : 2013. – 130 s.
4. Darda, I.V. Razrabotka teoreticheskikh osnov sovershenstvovaniya tekhnologicheskogo oborudovaniya kozhevenno-mekhovogo proizvodstv : dis. dokt. tekhn. nauk: / I.V. Darda – М. : 2004. – 325 s.
5. Golovtseyeva, A.A. Laboratornyy praktikum po khimii i tekhnologii kozhi i mekha / A.A. Golovtseyeva, D.A. Kutsidi, L.B. Sankin. – М. : Legkaya i pishchevaya promyshlennost', 1982. – 309 s.
6. Tikhomirov V.A. Planirovaniye i analiz eksperimenta. –М.: Legkaya industriya, 1974. – 283 s.

¹*Бахадиров Гайрат Атаханович, д-р техн. наук, проф., главный научный сотрудник, instmech@rambler.ru, Узбекистан, Ташкент, Институт механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан.*

²*Цой Герасим Николаевич, к.т.н., старший научный сотрудник, Институт механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан.*

³*Набиев Айдер Мустафаевич, младший научный сотрудник, Узбекистан, Ташкент, Институт механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан.*

MULTILAYER PROCESSING OF FIBROUS MATERIALS

G. A. Bahadirov, G. N. Tsoy, A. M. Nabiev

The article presents the results of experimental studies to determine the effect of skipping speed, pressing force of squeeze shafts, and also the number of layers of moisture-removing fibrous materials on the amount of liquid removed during the extraction of wet leather semi-finished products. Mathematical dependences of the amount of removed moisture from each pressed leather semi-finished product on the speed of their passage and the pressing force of the squeeze shafts are obtained.

Key words: roll steam, moisture extraction, wet leather semi-finished product, fibrous material, experimental stand.

Bahadirov Gairat Atahanovich, doctor of technical sciences, professor, chief researcher, Uzbekistan, Tashkent, Institute of Mechanics and Earthquake Engineering of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.

Tsoy Gerasim Nikolaevich, candidate of technical sciences, senior researcher, Uzbekistan, Tashkent, Institute of Mechanics and Earthquake Engineering of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.

Nabiev Ayder Mustafaevich, Junior Researcher, Uzbekistan, Tashkent, Institute of Mechanics and Earthquake Engineering of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.

АЛГОРИТМЫ РЕВЕРСИОННОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ПЕРЕНОСНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ОБЪЕКТОВ

Бохонский А.И.¹, Майстришин М.М.², Рыжков А.И.³

Аннотация. *С использованием решения полной обратной задачи вариационного исчисления (от заданной аналитической функции через уравнение Эйлера к функционалу-критерию) найдены решения задач управлений (ускорений) переносным поступательным и вращательным движениями объектов как абсолютно твердых тел. Показано, что разработанный алгоритм применим при конструировании переносного движения упругих объектов.*

Ключевые слова. *Аналитическая функция, цель движения, краевых условия, условия косой симметрии, ускорение, упругий объект, переносное и относительное движение, моментные соотношения.*

Введение. Классическая теория оптимального управления и ее приложения приведены в работе [1 – 6] и других.

Методы решения задач оптимального управления движением объекта обычно предполагают использование обоснованных критериев оптимальности, составление дифференциальных уравнений движения, учет ограничений и, наконец, применение методов классической теории оптимального управления.

С использованием методов вариационного исчисления получены решения актуальных задач современной техники. Оптимальному управлению движением и колебаниями упругих систем посвящены работы А.Г. Бутковского, Ф.П. Черноусько, В.А. Троцкого, И.А. Карновского, Н.Н. Красовского [1 – 5] и других.

В развитии теории оптимального управления важной вехой явилось открытие принципа максимума Понтрягина с последующими его приложениями к решению актуальных задач техники [6].

Системы аналитических вычислений (САВ) позволили эффективно осуществлять аналитические и численные эксперименты при конструировании управляемого поступательного и вращательного движений не только объектов как абсолютно твердых, но и деформируемых систем с использованием общего алгоритма решения полной обратной задачи вариационного исчисления [7 – 11] – от задаваемой исходной функции перемещения или ускорения до восстанавливаемого функционала-критерия.

Такой путь синтеза управлений движением содержит ряд характерных особенностей и новых трудностей, требующих их преодоления с использованием систем аналитических вычислений.

Цель исследований — совершенствование алгоритмов реверсионного конструирования оптимальных управлений движением упруго деформируемых объектов.

Рассматриваются два типа алгоритмов конструирования управлений (переносных ускорений) — в виде периодических и непериодических функций.

Конструирование непериодических ускорений.

Реализуются этапы:

1. Формулирование цели движения.
2. Задание переносного ускорения в виде полинома, степень которого уточняется в процессе анализа цели движения объекта и ограничений.
3. Формулирование краевых условий и условий кривой симметрии управления.
4. Решение системы алгебраических уравнений (определение констант полинома), факторизация полинома, получение выражений для перемещения, скорости и ускорения управления переносного движения.
5. Восстановление уравнения Эйлера и функционала-критерия.
6. Сравнение результата конструирования с примером известного наиболее простого решения, найденного классическим вариационным методом теории оптимального управления. Численный анализ. Оценка результатов при использовании критериев: энергоемкости, принципа действия (в форме Лагранжа), нормы мощности.

Пример. *Цель движения* – из исходного состояния покоя ($S_e(0) = 0$, $V_e(0) = 0$) переместить объекты на заданное расстояние L за принимаемое фиксированное время T в новое состояние покоя ($S_e(T) = L$, $V_e(T) = 0$).

Условие кривой симметрии управлений

$$U_e(0) = a, \quad U_e(T) = -a, \\ \int_0^T U_e(t) dt + \int_{T/2}^T U_e(t) dt = 0, \quad U_e(T/2) = 0. \quad (1)$$

Усиленные условия кривой симметрии $\left. \frac{dU_e^n}{dt^n} \right|_{npi \ t=T/2} = 0$, где $n = 2 \dots 8$.

После определения констант $C_1 \dots C_{12}$, a из системы алгебраических уравнений для полинома

$$U_e(t) = \sum_{i=1}^{12} C_i t^{i-1},$$

получено:
$$U_e(t) = \frac{a(T - 2t)^{11}}{T^{11}}, \quad a = \frac{26L}{T^2}$$

Выражения для ускорения, скорости и перемещения ($U_e(t)$, $V_e(t)$, $S_e(t)$) представлены в виде графиков на **Рис.1**.

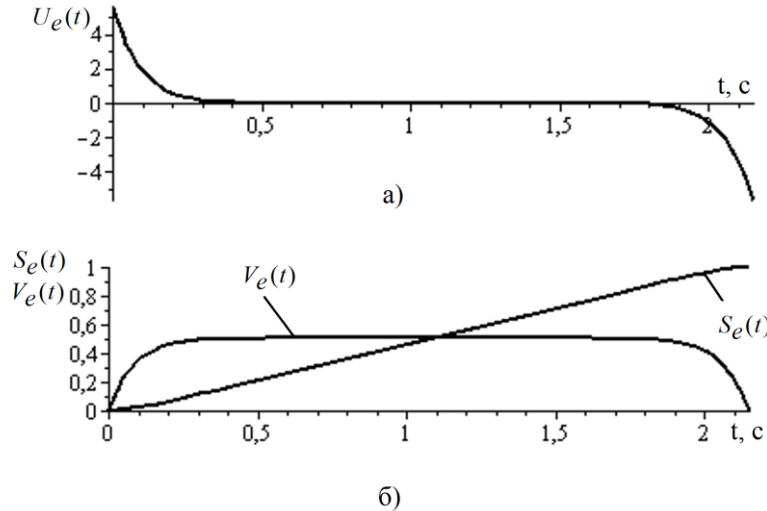


Рис.1 – Графики $U_e(t)$, $V_e(t)$ и $S_e(t)$

В известном примере [12] поиска управления вариационным методом с критерием оптимальности $J_1 = \int_0^T U_1^2(t) dt$ выражения для управления, скорости и перемещения имеют вид:

$$U_1(t) = \frac{6L(T - 2t)}{T^3}, \quad V_1(t) = \frac{6Lt(T - t)}{T^3}, \quad S_1(t) = \frac{Lt^2(3T - 2t)}{T^3} \quad (3)$$

Графики функций $U_1(t)$, $V_1(t)$, $S_1(t)$ изображены на **Рис.2**.

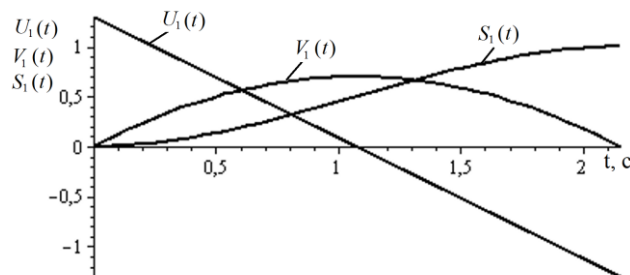


Рис.2 – Графики $U_1(t)$, $V_1(t)$ и $S_1(t)$

Для описания относительного движения (колебаний) упругой системы с одной степенью свободы использовано дифференциальное уравнение с ранее сконструированным управлением:

$$\ddot{x} + k^2 x = -\frac{a(T - 2t)^{11}}{T^{11}}, \quad (4)$$

где k – частота собственных колебаний, $a = 26L/T^2$. И при нулевых начальных условиях (движение из состояния относительного покоя, $x_r(0) = 0$, $\dot{x}_r(0) = 0$) решение уравнения весьма громоздко, поэтому здесь не приводится. Для примера принято: $k = 2\pi \text{ с}^{-1}$, $L = 1 \text{ м}$, $T = T_1 n_1$, $T_1 = 2\pi/k = 1 \text{ с}$.

Тогда из моментных соотношений в относительном движении $x_r(T) = 0$, $\dot{x}_r(T) = 0$ следует первый общий корень $n_1 = 1,088$, второй $n_2 = 2,15$. При использовании корня n_1 время движения $T = 1,088 \text{ с}$, а при использовании корня n_2 время движения $T = 2,15 \text{ с}$. (Рис.3а,б).

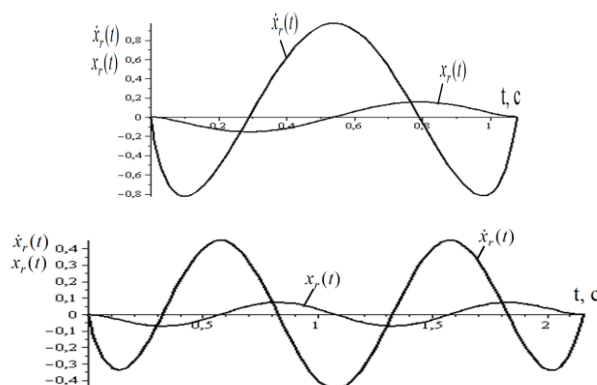


Рис.3 – Графики относительного движения

Управление (ускорение) в виде периодической функции.

В качестве управления могут использоваться гармонические функции. Примеры:

$$U_e(t) = a \sin^n(pt), \text{ где } n = 1, 3, 5, 7, \dots$$

$$U_e(t) = a \cos^n(pt), \text{ где } n = 1, 3, 5, 7, \dots$$

Возможны, например, их следующие комбинации

$$U_e(t) = a(\sin^2(pt) + \cos(pt)), \quad U_e(t) = a \cos^2(pt) \sin(pt) \quad \text{и другие.}$$

Для исключения громоздких аналитических преобразований дальше в качестве примера используем функцию переносного ускорения вида

$$U_e(t) = a \sin^3(pt), \quad (5)$$

где скорость и перемещение

$$V_e(t) = \int U_e(t) dt + C_1, \quad S_e(t) = \int V_e(t) dt + C_2.$$

В качестве краевых условий принято: $S_e(0) = 0$, $V_e(0) = 0$, $S_e(T) = L$.

После определения констант, следуют выражения

$$U_e(t) = \frac{3\pi L}{T^2} \sin^3(pt), \quad (6)$$

$$V_e(t) = \frac{L}{2T}(-3\cos(pt)T + \cos^3(pt) + 2),$$

$$S_e(t) = \frac{L}{12\pi T}(-\sin^3(pt)T - 6T \sin pt + 12\pi t).$$

Графики $U_e(t)$, $V_e(t)$ изображены на **Рис.4**.

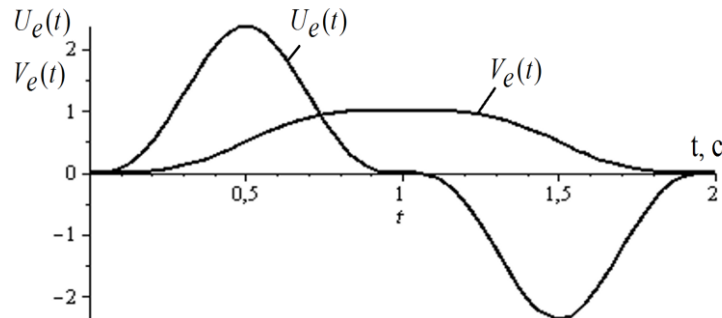


Рис.4 – Графики $U_e(t)$ и $V_e(t)$

При $t = 2$ с, $L = 1$ м $S_e(t)$ изображен на **Рис.5**.

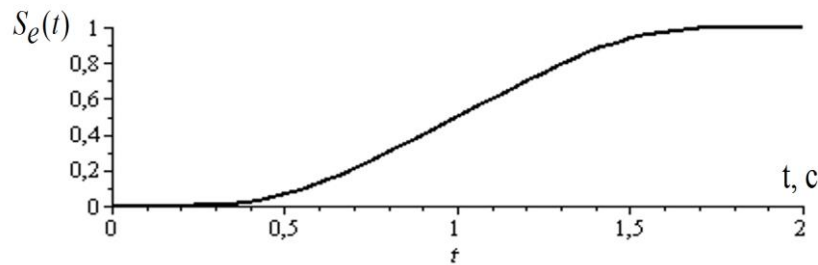


Рис.5 – Графики $S_e(t)$

Для данного случая вычислены интегральные показатели:

Энергия $J_1 = 2 \int_0^{T/2} U_e(t)V_e(t)dt = \frac{4L^2}{T^2}.$

Действие $J_2 = \int_0^T V_e^2(t)dt = \frac{1,64062L^2}{T}.$

Норма мощности $J_3 = \int_0^T U_e^2 dt = \frac{27,75L^2}{T^3}.$

Закключение. Установлено, что с ростом степени конструируемого полинома ускорения (управления) появляется практическая возможность снижения энергоемкости управления, т.к. для достижения цели движения за заданное время и на заданное расстояние нет необходимости в чрезмерном разгоне объекта с последующим его торможением.

Алгоритм конструирования оптимального управления (переносного ускорения) проиллюстрирован на характерных примерах двух типов

функций ускорений - непериодической и периодической. В случае упругого объекта за приемлемое время, которое согласовано с периодом собственных колебаний объекта, найденного из моментных соотношений, достигается абсолютный покой.

Библиографический список

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением / Н.Н. Красовский. – М.: Наука, 1968. – 476с.
2. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
3. Карновский И.А. Методы оптимального управления колебаниями деформируемых систем / И.А. Карновский, Ю.М. Почтман. – К.: Высш. школа, 1982. – 116 с.
4. Троицкий В.А. Оптимальные процессы колебаний механических систем / В.А. Троицкий. – Л.: Машиностроение, 1976. – 236 с.
5. Черноусько Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, П.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
6. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкредидзе. – М.: Наука, 1983. – 391 с.
7. Бохонский А.И. Экстремум реверсионно восстановленного функционала оптимального перемещения объекта / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Механика, автоматика и робототехника: матер. междунар. науч.-практич. конф. – Новокузнецк: НИЦ МС, 2019. – С. 44 – 48.
8. Бохонский А.И. Энергоемкость управления перемещением объектов / А.И. Бохонский // Фундаментальные основы механики: матер. междунар. науч.-практич. конф. – Новокузнецк: НИЦ МС, 2017. – С. 38 – 41.
9. Бохонский А.И., Варминская Н.И., Мозолевский М.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения. Под общ. ред. А.И. Бохонского. – Севастополь: Изд-во Сев ГТУ, 2007. – 296 с.
10. Bokhonsky A.I. Modelling and analysis of elastic system in motion / A.I. Bokhonsky, S.Y. Zolkiewski. – Gliwice.: Wydawnictwo Politechniki, 2011. – 171 p.
11. Бохонский А.И. Реверсионный принцип оптимальности / А.И. Бохонский. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2016. – 174 с.

Bibliograficheskiy spisok

1. Krasovskij N.N. Teoriya upravleniya dvizheniem / N.N. Krasovskij. – М.: Nauka, 1968. – 476s.
2. Krut'ko P.D. Obratnye zadachi dinamiki upravlyaemyh sistem: linejnye modeli. – М.: Nauka, 1987. – 304 s.
3. Karnovskij I.A. Metody optimal'nogo upravleniya kolebaniyami

- deformiruemyh sistem / I.A. Karnovskij, YU.M. Pochtman. – K.: Vyssh. shkola, 1982. – 116 s.
4. Troickij V.A. Optimal'nye processy kolebanij mekhanicheskikh sistem / V.A. Troickij. – L.: Mashinostroenie, 1976. – 236 s.
 5. CHernous'ko F.L. Upravlenie kolebaniyami / F.L. CHernous'ko, P.D. Akulenko, B.N. Sokolov. – M.: Nauka, 1980. – 384 s.
 6. Pontryagin L.S. Matematicheskaya teoriya optimal'nyh processov / L.S. Pontryagin, V.G. Boltyanskij, R.V. Gamkrelidze. – M.: Nauka, 1983. – 391 s.
 7. Bohonskij A.I. Ekstremum reversionno vosstanovlennogo funkcionala optimal'nogo peremeshcheniya ob"ekta / A.I. Bohonskij, N.I. Varminskaya // Mekhanika, avtomatika i robototekhnika: mater. mezhdunar. nauch.-praktich. konf. – Novokuzneck: NIC MS, 2019. – S. 44 – 48.
 8. Bohonskij A.I. Energoemkost' upravleniya peremeshcheniem ob"ektov / A.I. Bohonskij // Fundamental'nye osnovy mekhaniki: mater. mezhdunar. nauch.-praktich. konf. – Novokuzneck: NIC MS, 2017. – S. 38 – 41.
 9. Bohonskij A.I., Varminskaya N.I., Mozolevskij M.I. Optimal'noe upravlenie perenosnym dvizheniem deformiruemyh ob"ektov: teoriya i tekhnicheskie prilozheniya. Pod obshch. red. A.I. Bohonskogo. – Sevastopol': Izd-vo Sev GTU, 2007. – 296 s.
 10. Bokhonsky A.I. Modelling and analysis of elastic system in motion / A.I. Bokhonsky, S.Y. Zolkiewski. – Cliwice.: Wydawnictwo Politechniki, 2011. – 171 r.
 11. Bohonskij A.I. Reversionnyj princip optimal'nosti / A.I. Bohonskij. – M.: Vuzovskij uchebnik: INFRA-M, 2016. – 174 s.

¹*Бохонский Александр Иванович, д-р техн. наук, проф.,
bohon.alex@mail.ru, Россия, Севастополь, Севастопольский
государственный университет,*

²*Майстришин Михаил Михайлович, канд. техн. наук, доц.,
mihail.maistrishin@gmail.com, Россия, Севастополь, Севастопольский
государственный университет,*

³*Рыжков Александр Игоревич, аспирант, Севастополь,
Севастопольский государственный университет.*

ALGORITHMS FOR THE REVERSE DESIGN OF OPTIMAL CONTROLS FOR THE PORTABLE MOTION OF OBJECTS

A.I. Bokhonsky, M.M Maistrishin., A.I.Ryzhkov

Using the solution of the complete inverse problem of the calculus of variations (from the analytic function through the Euler equation to the criterion-functional), solutions are found for the problems of finding the controls (accelerations) of the translational and rotational movements of objects as

absolutely rigid bodies. It is shown that the developed algorithm is applicable to the design of the translational motion of elastic objects.

Keywords: analytical function, purpose of motion, boundary conditions, conditions of oblique symmetry, acceleration, elastic object, translational and relative motion, moment relations.

Bokhonsky Alexander Ivanovich, doctor of technical sciences, professor, bohon.alex@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University,

Maystrishin Mikhail Mikhailovich, candidate of technical sciences, mihail.maystrishin@gmail.com Russia, Sevastopol, Sevastopol State University.

Ryzhkov Aleksandr Igorevich, graduate student, e-mail: ryzhkov2206@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University.

.

УДК 681.51

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ОСНОВЕ ЦИФРОВОГО АДАПТИВНОГО РЕГУЛЯТОРА

Осадченко А. Е.¹

Аннотация. *Исследуется возможность использования методики конструирования непрерывных адаптивных регуляторов для цифровых систем управления скоростью электродвигателя постоянного тока. Учитываются концепции обратных задач динамики в сочетании с оптимизацией по локальным квадратическим критериям, имеющим физический смысл механической энергии. На специально изготовленном стенде, произведены испытания сконструированной системы адаптивного управления скоростью электродвигателя постоянного тока. Сделан вывод о возможности использования данной методики при условии, что период дискретизации цифровой системы управления скоростью не превышает 1/100 электромеханической постоянной системы.*

Ключевые слова. *Двигатель постоянного тока, обратная задача динамики, адаптивный регулятор, показатели качества, моделирование.*

В современных мобильных роботах широко применяются автоматизированные электроприводы на основе двигателей постоянного тока (ДПТ), что объясняется простотой управления и удовлетворительными энергетическими характеристиками. Однако ДПТ обладают недостатками. Необходимо, например, учитывать возможность изменения их параметров в процессе эксплуатации под воздействием температурных факторов, которые могут влиять как на электрическое сопротивление обмоток, так и на параметры смазочных материалов. При использовании ДПТ в системах создания тяги могут меняться динамические характеристики при изменении параметров окружающей среды.

Применение концепций обратных задач динамики в сочетании с оптимизацией по локальным квадратическим критериям, имеющим физический смысл механической энергии, позволяет аналитическим путем сконструировать закон управления электроприводом в форме с обратными связями [1] на основе минимизации кинетической энергии или энергии ускорения.

При этом система управления будет обладать адаптивными и робастными свойствами [2], что позволит минимизировать влияние изменения параметров ДПТ в процессе эксплуатации на качество его управления.

Системы управления с таким регулятором имеют информационно-измерительный канал, поставляющий данные о текущем состоянии объекта управления; они используются для оптимизации в реальном масштабе времени управляющей функции при помощи минимизации локальных критериев, содержащих разность энергий эталонной модели и объекта управления, что делает систему управления адаптивной, придавая ей робастные свойства.

Использование эталонной модели позволяет устанавливать необходимые показатели качества системы управления – времени переходной характеристики и перерегулирования [3].

Исследуется возможность применения технологии конструирования алгоритмического обеспечения управления движением ДПТ[1] для цифрового адаптивного регулятора скорости электропривода постоянного тока.

Для описания процессов в ДПТ использованы уравнения, вида [4]:

$$\left. \begin{aligned} u_a &= R_a (T_a \frac{di_a}{dt} + i_a) + e_a \\ J \frac{d\omega_m}{dt} &= M - M_H, \\ \omega_m &= \frac{d\theta_m}{dt}, \\ e_a &= k_E \omega_m, M = k_M i_a, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где u_a, i_a, e_a – напряжение, ток и противодействующая ЭДС якоря; L_a, R_a, T_a – индуктивность, сопротивление, постоянная времени цепи якоря; $\omega_m, M, M_H, \theta_m$ – угловая скорость вращения ротора, электромагнитный момент, момент нагрузки, угол поворота ротора; J, k_E, k_M – момент инерции ротора и конструктивные постоянные.

Исходные данные для адаптивного регулятора – требуемое время переходной характеристики и величина перерегулирования.

Для проектирования адаптивного регулятора используется метод, изложенный в [1]. Уравнения для ДПТ с независимым возбуждением в форме дифференциального уравнения при сохранении обозначений, принятых в [4], примут вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\omega} + a_1 \dot{\omega} + a_0 \omega &= b_0 u_a, \\ t &= 0, \\ \omega(0) = \omega_0, \dot{\omega}(0) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где ω – угловая скорость вращения вала ДПТ; u_a – напряжение в якорной цепи;

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{k_1 k_2 k_E}{T_a}, a_1 = \frac{1}{T_a}, \\ b_0 &= \frac{k_1 k_2}{T_a}, \\ k_1 &= \frac{1}{R_a}, k_2 = \frac{k_M}{J}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Эталонную модель, соответствующую объекту управления (2), примем в виде

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\omega}^* + \alpha_1 \dot{\omega}^* + \alpha_0 \omega^* &= \alpha_0 \bar{\omega}; \\ \alpha_0 &= \text{const} > 0, \\ \alpha_1 &= \text{const} > 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Следуя методу [1], найдём закон управления $u(\omega, \dot{\omega}, t)$ в форме обратной связи, который обеспечит перевод объекта управления из начального состояния (2) в заданное стационарное состояние равновесия $\omega(t) = \bar{\omega}$; $\dot{\omega}(t) = 0$. При этом требуется, чтобы процессы $\omega(t) \rightarrow \bar{\omega}$; $\dot{\omega}(t) \rightarrow 0$ в замкнутой системе управления $\ddot{\omega}(t) + a_1 \dot{\omega}(t) + a_0 \omega(t) = b_0 u(\omega, \dot{\omega}, t)$ проходили в малой окрестности эталонных процессов $\omega^*(t) \rightarrow \bar{\omega}$; $\dot{\omega}^*(t) \rightarrow 0$, формируемых эталонной моделью (4), определяющей желаемые динамические и статические свойства проектируемой системы, а степень приближения этих процессов оценивалась в ходе функционирования системы автоматического управления целевой функцией

$$G(u) = \frac{1}{2} [\ddot{\omega}^*(t) - \ddot{\omega}(t, u)]^2, t \geq 0. \quad (5)$$

Искомый закон управления в таком случае, как показано в [1], принимает вид

$$u = K \left[\alpha_0 \int_0^t (\bar{\omega} - \omega) dt - \alpha_1 \omega - \dot{\omega} \right], \quad (6)$$

где $K = \text{const}$ – параметр, характеризующий скорость приближения к экстремуму (минимуму) целевой функции (5), влияющий на качество процесса адаптации. Схема моделирования цифрового адаптивного регулятора, для закона управления (6) в среде Simulink пакета MATLAB приведена на **Рис.1**. Блоки Quantizer и Zero-Order Hold служат для моделирования АЦП заданной разрядности с периодом дискретизации T .

Для проверки спроектированной системы адаптивного управления скоростью ДПТ изготовлен стенд, блок-схема которого приведена на **Рис.2**.

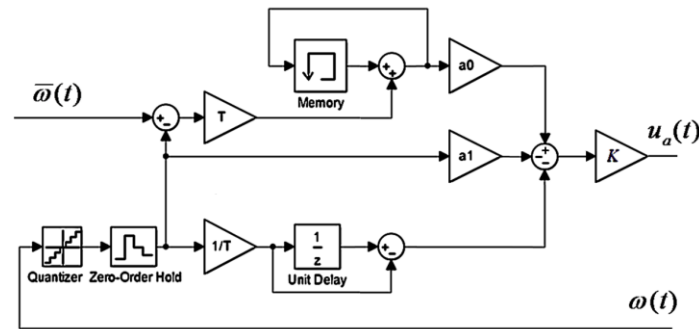


Рис.1 – Схема моделирования цифрового адаптивного регулятора

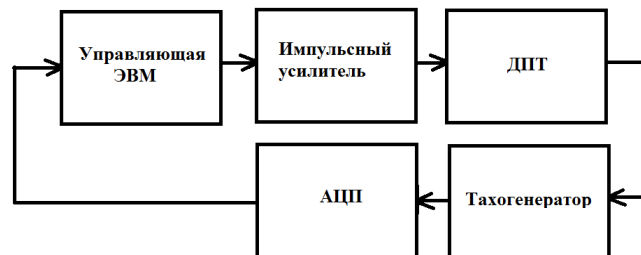


Рис.2 – Блок-схема стенда для исследования цифрового адаптивного регулятора

Блок «Управляющая ЭВМ» служит для формирования управляющих временных рядов, реализации алгоритма цифрового адаптивного регулятора, формирования управляющих сигналов для блока «Импульсный усилитель», приема данных о скорости ДПТ от блока АЦП. Также блок «Управляющая ЭВМ» программно реализует широтно-импульсную модуляцию (ШИМ). Разрядность ШИМ – 10 бит, тактовая частота 1024 кГц, период дискретизации ШИМ – 0,001 с. Для формирования сигналов ШИМ используется параллельный порт IEEE 1284. В качестве управляющей ЭВМ использован ПК на процессоре Intel P4-2GHz, RAM 1 GB, HDD 40 GB, работающий под управлением ОС FreeDOS, которая распространяется на условиях GNU General Public License[5]. Управляющие программы написаны на языке программирования Object Pascal и скомпилированы при помощи свободно распространяемого компилятора Free Pascal Compiler[6].

Блок «Импульсный усилитель» представляет собой двухполярный транзисторный ключ с собственным блоком питания, преобразующий импульсные сигналы логического уровня порта IEEE 1284 блока «управляющая ЭВМ» в импульсы амплитудой ± 70 В, при максимальной силе тока 10 А. Блок «ДПТ» представляет собой электродвигатель фирмы Lenze (тип 13.120.45) со следующими параметрами: $k_1 = 0,0365 / \text{Ом}$, $k_2 = 3951 / \text{Амс}^2$, $k_M = 0,407 \text{ Нм} / \text{А}$, $k_E = 0,498 \text{ Вс}$, $T_a = 0,0019 \text{ с}$. На валу ДПТ закреплен управляемый тормоз для моделирования внешнего возмущающего воздействия. Электромеханическая постоянная времени

системы равна 0,1 с. Блок «Тахогенератор» преобразует информацию о скорости вращения ДПТ в напряжение с коэффициентом $0,064B \cdot \text{рад/с}$. Блок «АЦП» построен на ИМС МСР3201, которая представляет собой 12-битный АЦП [7] с временем преобразования не более 10 мкс. Для согласования с блоком «Тахогенератор» используется делитель напряжения на резисторах, коэффициент передачи которого обеспечивает установление максимального кода АЦП при скорости ДПТ $15,708 \text{ рад/с}$. Передача информации в блок «Управляющая ЭВМ» осуществляется через порт IEEE 1284 ПК.

Моделирование на стенде замкнутых систем управления скоростью ДПТ, построенных на основе цифрового адаптивного регулятора проводилось в два этапа. На первом этапе решалась задача синтеза параметров адаптивного регулятора. Для моделирования были выбраны требуемые параметры переходного процесса: длительность 1 с, при значении перерегулирования не более 1%.

При помощи методики предложенной в [1], по заданным характеристикам требуемого переходного процесса были найдены коэффициенты α_0, α_1 , которые получили значения: $\alpha_0 = 196, \alpha_1 = 23.13$.

Для обеспечения устойчивости замкнутой системы, коэффициент передачи K выбирался таким, чтобы произведение коэффициентов передач блоков «Импульсный усилитель», «ДПТ», «Тахогенератор», «АЦП» и K было не более 1.

На втором этапе производилось моделирование системы управления скоростью ДПТ с цифровым адаптивным регулятором при различных периодах дискретизации. Результаты моделирования при воздействии скачка амплитудой 10 рад/с на вход замкнутой системы управления скоростью ДПТ при различных периодах дискретизации приведены на рис. 3.

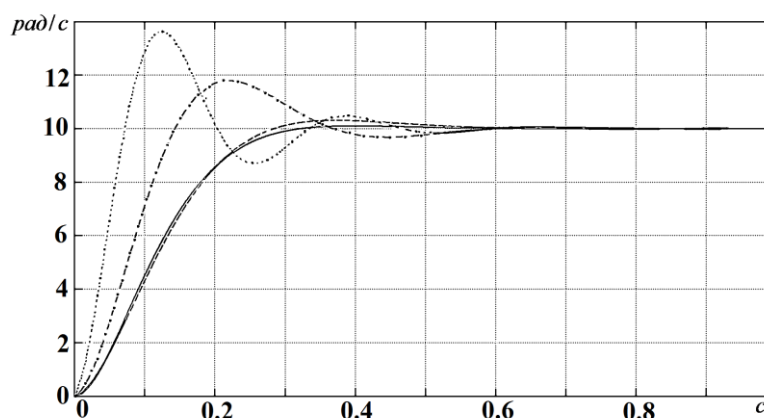


Рис. 3 – Результаты моделирования замкнутой системы управления скоростью ДПТ при различных периодах дискретизации

Непрерывная линия (**Рис.3**) показывает требуемый переходный процесс, штриховая линия – переходный процесс в замкнутой системе с периодом дискретизации 1 мс, штрихпунктирная линия – переходный процесс в замкнутой системе с периодом дискретизации 2 мс, пунктирная линия – переходный процесс в замкнутой системе с периодом дискретизации 5 мс. При периодах дискретизации более 5 мс замкнутая система становилась неустойчивой.

Отклонение переходного процесса от заданного, при периоде дискретизации 1 мс, не превышает 5%.

Заключение. Полученные результаты позволяют сделать вывод о возможности использования методики синтеза параметров непрерывных адаптивных регуляторов, предложенной в [1], для цифровых адаптивных регуляторов. При разрядности ШИМ 10 бит переходный процесс в замкнутой системе управления скоростью ДПТ близок к заданному. Период дискретизации для сохранения устойчивости замкнутой системы с цифровым адаптивным регулятором не должен превышать $1/20$ электромеханической постоянной системы, а для хорошего приближения переходного процесса к требуемому, должен быть не более $1/100$ электромеханической постоянной системы.

Библиографический список

1. Краснодубец Л.А. Аналитическое конструирование адаптивных регуляторов на основе концепций обратных задач динамики и локальной оптимизации / Л.А. Краснодубец // Вісник СевНТУ, 2010. – № 108. – С. 5 – 9.
2. Краснодубец Л.А. Применение новых адаптивных регуляторов в системах стабилизации скорости двигателей постоянного тока /Л.А. Краснодубец, В.А. Крамарь, Э.О. Балаканов// Вісник СевНТУ, 2012. – № 125. – С.213 – 217.
3. Краснодубец Л. А. Система стабилизации скорости электропривода постоянного тока на основе адаптивного регулятора/ Л. А. Краснодубец, А. Е. Осадченко// «Проблемы повышения эффективности электромеханических преобразователей в электроэнергетических системах», Междунар. научн.-техн. конф. Севастополь, 2015. – С. 141 – 147.
4. Герман – Галкин С.Г. Matlab & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК / С.Г. Герман – Галкин. – СПб.: КОРОНА-Век, 2008. – 368 с.
5. Ресурсы для FreeDOS [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.freedos.org/>, свободный – Загр. с экрана. Яз. англ.
6. Ресурсы для Free Pascal Compiler [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://freepascal.org/>, свободный – Загр. с экрана. Яз. англ.
7. Ресурсы для MCP3201 [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

<https://www.microchip.com/wwwproducts/en/MCP3201>, свободный – Загр. с экрана. Яз. англ.

Bibliograficheskiy spisok

1. Krasnodubets L.A. Analiticheskoe konstruirovaniye adaptivnykh regulyatorov na osnove kontseptsii obratnykh zadach dinamiki i lokal'noi optimizatsii / L.A. Krasnodubets // Visnik SevNTU, 2010. – № 108. – S. 5 – 9.
2. Krasnodubets L.A. Primeneniye novykh adaptivnykh regulyatorov v sistemakh stabilizatsii skorosti dvigatelya postoyannogo toka /L.A. Krasnodubets, V.A. Kramar', E.O. Balakanov// Visnik SevNTU, 2012. – № 125. – S. 213 – 217.
3. Krasnodubets L. A. Sistema stabilizatsii skorosti elektroprivoda postoyannogo toka na osnove adaptivnogo regulyatora/ L. A. Krasnodubets, A. E. Osadchenko// «Problemy povysheniya effektivnosti elektromekhanicheskikh preobrazovatelei v elektroenergeticheskikh sistemakh», Mezhdunar. nauchn.-tekhn. konf. Sevastopol', 2015. – S. 141 – 147.
4. German – Galkin S.G. Matlab & Simulink. Proektirovaniye mekhatronnykh sistem na PK / S.G. German – Galkin. – SPb.: KORONA-Vek, 2008. – 368 s.
5. Resursy dlya FreeDOS [Elektronnyi resurs]. – Rezhim dostupa: <https://www.freedos.org/>, svobodnyi – Zagr. s ekrana. Yaz. angl.
6. Resursy dlya Free Pascal Compiler [Elektronnyi resurs]. – Rezhim dostupa: <https://freepascal.org/>, svobodnyi – Zagr. s ekrana. Yaz. angl.
7. Resursy dlya MCP3201 [Elektronnyi resurs]. – Rezhim dostupa: <https://www.microchip.com/wwwproducts/en/MCP3201>, svobodnyi – Zagr. s ekrana. Yaz. angl.

¹Осадченко Александр Евгеньевич, канд. техн. наук, aeosadchenko@rambler.ru, Россия, Севастополь, Севастопольский государственный университет.

SYSTEM OF DC ELECTRIC MOTOR BASED ON THE DIGITAL ADAPTIVE REGULATOR

A.E. Osadchenko

The possibility of using the methodology for designing continuous adaptive controllers for digital speed control systems of a DC motor is investigated. The concepts of inverse problems of dynamics are taken into account in combination with optimization according to local quadratic criteria, which have the physical meaning of mechanical energy. On a specially made stand, tests were carried out of the designed adaptive control system for the speed of the DC motor. It is concluded that this technique can be used provided that the sampling period of

the digital speed control system does not exceed 1/100 of the electromechanical constant system.

Key words: DC motor, inverse dynamics problem, adaptive controller, quality indicators, modeling.

Osadchenko Alexander Evgenevich, candidate of technical sciences, aeosadchenko@rambler.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University.

МОДЕЛЬ БЕСКОЛЛЕКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ ПРИ ВЕКТОРНОМ УПРАВЛЕНИИ

Трефилов С.А.¹, Никитин Ю.Р.², Лекомцев П.В.³

Аннотация. Разработана нелинейная дискретная модель бесколлекторного двигателя постоянного тока (БДПТ) во вращающейся системе координат с векторным управлением. Новизна модели состоит в том, что на каждом шаге моделирования уточняется вращающий момент. Выполнен синтез оптимального управления в пространстве состояний с использованием уравнения Риккати. Для практических задач управления БДПТ найдены максимальные значения напряжений и токов при сохранении идентифицируемости модели. Проведено исследование влияния момента сопротивления БДПТ на идентифицируемость модели управления. Выполнено исследование изменения определителей матриц состояния БДПТ при увеличении момента сопротивления.

Ключевые слова. Дискретная модель, двигатель, оптимальное управление, идентифицируемость.

Теоретической основой векторного управления электрическими приводами являются теория двух реакций Блонделя-Парка, координатные преобразования дифференциальных уравнений Парка, теория электромеханических преобразователей, развитая в трудах R. Doherty, С. Nickle, Г. Крона, Ч. Конкордия, Е. Кларка, Е.Я. Казовского, А.А. Горева, Р. Рюденберга, Б.А. Адкинса, К.П. Ковача, И. Раца, Д. Уайта, Г. Вудсона, И.П. Копылова, А.В. Иванова-Смоленского и других.

Научные труды Г.Б. Онищенко, В.И. Ключева, В.А. Шубенко, О.В. Слежановского, Н.Л. Архангельского, И.И. Эпштейна, А.Д. Поздеева, А.Е. Козярука, В.А. Дартау, В.В. Рудакова, В.В. Слепцова, Н.И. Мищенко, А.Б. Виноградова и других способствовали развитию векторного управления электрическими приводами.

Известны критерии управляемости, наблюдаемости и идентифицируемости, которые рассмотрены в классических трудах [1–9]. По управлению электрическими приводами роботов, в том числе на базе бесколлекторного двигателя постоянного тока (БДПТ), опубликованы статьи и монографии [10–19], в которых рассматривается частотное и векторное управление на основе непрерывных и дискретных моделей приводов.

Целью работы является повышение качественных характеристик электропривода на базе БДПТ за счет синтеза оптимального управления в пространстве состояний с использованием уравнения Риккати.

Для достижения цели разработана нелинейная дискретная модель БДПТ с векторным управлением в пространстве состояний, отличием которой является наличие переменного момента нагрузки в матрице состояния. Для синтеза систем управления, оптимальных по квадратичному критерию качества, применялось матричное алгебраическое уравнение Риккати. Предложена методика оценки влияния момента сопротивления нагрузки на идентифицируемость модели управления БДПТ с учетом ограничений по максимальным значениям по току и напряжению. В результате имитационного моделирования БДПТ JK42BLS01 найден максимальный момент сопротивления нагрузки, при превышении которого модель становится не идентифицируемой.

Разработка математической модели БДПТ.

Модель БДПТ необходима для идентификации привода в режиме реального времени для различных желаемых угловых перемещений, скоростей и ускорений в пространстве состояний при векторном управлении и расчета максимальных значений электрического тока и напряжения в динамических условиях эксплуатации.

Модель БДПТ в пространстве состояний представлена в виде:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (1)$$

где $\dot{\mathbf{x}}$ – производная по времени от вектора состояния БДПТ; $\mathbf{A}$ – матрица состояния БДПТ; $\mathbf{x}$ – вектор состояния БДПТ; $\mathbf{B}$ – матрица управления (входа) БДПТ; $\mathbf{u}$ – вектор управления БДПТ.

В общем виде, когда хотя бы одна из матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ зависима от времени задача является нелинейной и имеет только частные решения. Для нахождения уравнения состояния представим уравнения (1) в дискретном виде, причем время дискретизации T стремится к нулю, а траектория на каждом дискретном участке линейна.

Запишем решение для нелинейной задачи в дискретном виде, когда матрицы $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$ постоянны в моменты времени k , $k=0,1,2,3, \dots$

$$\frac{\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k}{T} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k, \quad (2)$$

или

$$\mathbf{x}_{k+1} = \tilde{\mathbf{A}}_k \mathbf{x}_k + \tilde{\mathbf{B}}_k \mathbf{u}_k, \quad (3)$$

где $\tilde{\mathbf{A}}_k = T\mathbf{A}_k + \mathbf{E}$, $\tilde{\mathbf{B}}_k = T\mathbf{B}_k$.

Данное уравнение связывает переход системы из состояния $\mathbf{x}_k$ в состояние $\mathbf{x}_{k+1}$. На участке T примем значения матриц $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$ постоянными. Для удобства в последующих записях уберем знак «волнистая черта».

Оптимальное решение для (3) будет равно [5,6]:

$$\mathbf{u}_k = -\mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{B}_k^T \mathbf{K}_k \mathbf{x}_k, \quad (4)$$

где $\mathbf{G}_k$ – положительно произвольно определённая матрица, $\mathbf{K}_k$ – матрица

Коши, которую можно найти, решая уравнение Риккати:

$$-\dot{\mathbf{K}} = \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T \mathbf{K} + \mathbf{K}^T \mathbf{T} - \mathbf{K} \mathbf{B} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K}, \quad (5)$$

Критерий качества, минимизирующий энергию управления и перемещения, в этом случае есть квадратичная форма:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{G} \mathbf{u}) dt, \mathbf{Q} \geq 0, \mathbf{G} > 0, \quad (6)$$

где $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{G}$ – положительные произвольно определённые матрицы. Матрицы $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{G}$ выбираются положительно определёнными, т.к. влияют только на масштаб решения. Будем выбрать эти матрицы подбором или имитационным моделированием [5,6].

Разработана модель БДПТ на основе дифференциальных уравнений. На основе 2-го закона Кирхгофа составлено уравнение, описывающее электрическую часть БДПТ в координатной системе d, q, вращающейся со скоростью ротора ω :

$$\mathbf{u} = \mathbf{i}R + L \frac{d\mathbf{i}}{dt} + j\omega L \mathbf{i} + j\omega \Phi_0, \quad (7)$$

где $\mathbf{u}$ – результирующий вектор напряжения на статорной обмотке; $\mathbf{i}$ – вектор тока; R, L – активное сопротивление и полная индуктивность фазы статора; Φ_0 – вектор потока БДПТ.

Электрическая часть модели БДПТ с постоянным магнитом описывается системой уравнений связанных с ротором:

$$\frac{d}{dt} I_d = \frac{1}{L_d} U_d - \frac{R}{L_d} I_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega I_q, \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} I_q = \frac{1}{L_q} U_q - \frac{R}{L_q} I_q + \frac{L_d}{L_q} p \omega I_d - \frac{\psi}{L_q} p \omega, \quad (9)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p \psi I_q - (L_d - L_q) p I_d I_q, \quad (10)$$

где L_q, L_d - индуктивности статора по осям q и d; R - активное сопротивление обмотки статора; i_q, i_d - проекции тока статора на оси q и d; U_q, U_d - проекции напряжения статора на оси q и d; ω - угловая скорость ротора; ψ - магнитный поток, наводимый постоянными магнитами в обмотке статора; p - число пар полюсов; M_e - электромагнитный момент БДПТ.

При условии $L_q = L_d$

$$\frac{d}{dt} I_d = \frac{1}{L_d} U_d - \frac{R}{L_d} I_d + p \omega I_q, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} I_q = \frac{1}{L_q} U_q - \frac{R}{L_q} I_q + p \omega I_d - \frac{\psi}{L_q} p \omega, \quad (12)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p \psi I_q, \quad (13)$$

Механическая часть модели БДПТ с постоянным магнитом описывается системой уравнений:

$$\frac{d}{dt}\omega = \frac{1}{J}(M_e - F\omega - M_L), \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt}\theta = \omega, \quad (15)$$

где ω - угловая скорость ротора БДПТ; J - суммарный момент инерции ротора и нагрузки; F - коэффициент вязкого трения ротора и нагрузки; θ - угол положения ротора БДПТ; M_e - электромагнитный момент БДПТ; M_L - момент сопротивления.

Разработана дискретная модель БДПТ, где в матрице состояния присутствует переменный момент нагрузки:

$$\begin{bmatrix} I_d(k+1) \\ I_q(k+1) \\ \omega(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-T\frac{R}{L_d} & T\omega(k) & 0 & 0 \\ -T\omega(k) & 1-T\frac{R}{L_q} & -T\frac{p\psi}{L_q} & 0 \\ 0 & T\frac{3p\psi}{2J} & 1-T\frac{F}{J}-T\frac{M(k)}{J\omega(k)} & 0 \\ 0 & 0 & T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d(k) \\ I_q(k) \\ \omega(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{T}{L_q} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где $I_d(k+1)$ – проекция тока статора на ось d в момент времени $k+1$; $I_q(k+1)$ – проекция тока статора на ось q в момент времени $k+1$; $\omega(k+1)$ – угловая скорость БДПТ в момент времени $k+1$; $\theta(k+1)$ – угловое перемещение БДПТ в момент времени $k+1$; T – интервал дискретизации, время между $k+1$ и k отсчетами; R_s – активное сопротивление обмотки статора БДПТ; L_q, L_d – индуктивности статора БДПТ по осям q и d ; p – число пар полюсов БДПТ; ψ – магнитный поток, наводимый постоянными магнитами в обмотке статора; F – коэффициент вязкого трения в опорах БДПТ; J – момент инерции; $M(k)$ – электромагнитный момент БДПТ; $I_d(k)$ – проекция тока статора на ось d в момент времени k ; $I_q(k)$ – проекция тока статора на ось q в момент времени k ; $\omega(k)$ – угловая скорость БДПТ в момент времени k ; $\theta(k)$ – угловое перемещение БДПТ в момент времени k ; U_q, U_d – проекции напряжения статора на оси q и d .

Электромагнитный вращающий момент БДПТ вычисляется по формуле

$$M(k) = \varepsilon(k)J = \frac{\omega(k+1) - \omega(k)}{T} J. \quad (17)$$

$$\omega(k) = \frac{\theta(k) - \theta(k-1)}{T}. \quad (18)$$

Частота вращения $\omega(k+1)$ в (17) обозначает целевую точку на траектории, что позволяет на каждом шаге управления рассчитывать необходимый вращающий момент по формуле (17), который подставляем в матрицу состояния (16).

Проведены исследование влияния момента сопротивления БДПТ на идентифицируемость модели управления. Критерием идентифицируемости модели БДПТ является ранг расширенной матрицы, который определяет идентифицируемость в теоретическом смысле

$$\min \det[\mathbf{C}_k^T : \mathbf{A}_k^T \mathbf{C}_k^T : (\mathbf{A}_k^T)^2 \mathbf{C}_k^T : (\mathbf{A}_k^T)^3 \mathbf{C}_k^T] > \gamma, \quad (19)$$

где $\mathbf{C}_k^T$ – транспортированная матрица измерений, учитывающая класс точности датчиков; γ – пороговое значение определителей, определяемое объектом идентификации и близкое к нулю.

Векторный регулятор тока строится во вращающейся системе координат dq и состоит из регуляторов d и q проекций. С помощью q -составляющей тока обеспечивается, в соответствии с формулой (10), необходимый момент, а d -составляющая поддерживается равной нулю, что обеспечивает нужную ориентацию вектора тока. В качестве обратной связи регулятор использует измеренный и преобразованный в систему dq реальный вектор тока статора.

Оптимальный вектор напряжения статора рассчитывается на базе уравнения Риккати (4). Затем с помощью координатных преобразований вектор напряжения статора переводится в неподвижную систему координат, связанную со статором, где он и реализуется с помощью широтно-импульсной модуляции.

С повышением угловой скорости амплитуда тока статора БДПТ ограничивается ростом генерируемой ротором противо-ЭДС. Следовательно, с ростом угловой скорости ограничивается и предельно достижимый двигателем момент.

Максимально возможная амплитуда вектора напряжения статора ограничена возможностями силового преобразователя, который обеспечивает $U_{\max}$.

Максимальное предельно возможное значение момента БДПТ в зависимости от угловой скорости [19].

$$U_{\max}^2 = I_q^2 \omega^2 L_q^2 + (E + I_q R)^2. \quad (20)$$

Решив уравнение (20) относительно тока I_q , получим максимальное значение $I_{q\max}$.

Момент ограничивают на уровне некоторого перегрузочного момента, который выбирается исходя из требуемой динамики БДПТ и допустимого тока $I_{q\max}$ силового преобразователя и двигателя:

$$M_e = \frac{3}{2} p \psi I_{q\max}, \quad (21)$$

Имитационное моделирование БДПТ.

Проведено моделирование БДПТ с параметрами, указанными в таблице 1. Решение уравнения Риккати получено в программе MatLab с помощью функции dlqr – Linear-quadratic (LQ) state-feedback regulator for

discrete-time state-space system (линейно-квадратический регулятор с обратной связью для дискретной системы в пространстве состояний).

Таблица 1. – Технические характеристики БДПТ JK42BLS01

Технические характеристики БДПТ	Значение параметра
Напряжение питания, В	24
Сопротивление обмотки, Ом	1.9
Индуктивность обмотки, Гн	0.0018
Скорость холостого хода, об/мин	7400
Ток холостого хода, А	0,05
Ток номинальный, А	1.8
Номинальный момент, Н·м	0.0625
Момент инерции, кг·м ²	0.0000024
Постоянный коэффициент момента	0.039
Постоянный коэффициент противо-ЭДС, В/(об/мин.)	0.0041
Номинальная угловая скорость, об/мин.	4000
Количество полюсов	8
Магнитный поток, Вб	0.001

Выполнено моделирование оптимального дискретного управления БДПТ с матрицей состояния A_k , $k=3$, с увеличением момента до перегрузочного момента в пределах допустимого тока и возможного ускорения. Результатом моделирования является оптимальное напряжение (4). На каждом этапе перебора момента для фиксированной угловой скорости вращения вала и для максимального момента получим значения U_q и U_d , по которым вычисляем функцию минимальных детерминантов расширенной матрицы (19):

$$f(U_q, U_d / M, \omega) = \min \det [C_k^T : A_k^T C_k^T : (A_k^T)^2 C_k^T : (A_k^T)^3 C_k^T] > \gamma. \quad (22)$$

Дискретная модель БДПТ для расчета определителей матриц состояния построена в программном комплексе «Среда для динамического моделирования технических систем SimInTech» (№ 2379 в Едином реестре российских программ), разработанном ООО «ЗВ Сервис». Результаты моделирования изменения определителей расширенной матрицы состояния показаны на **Рис.1**.

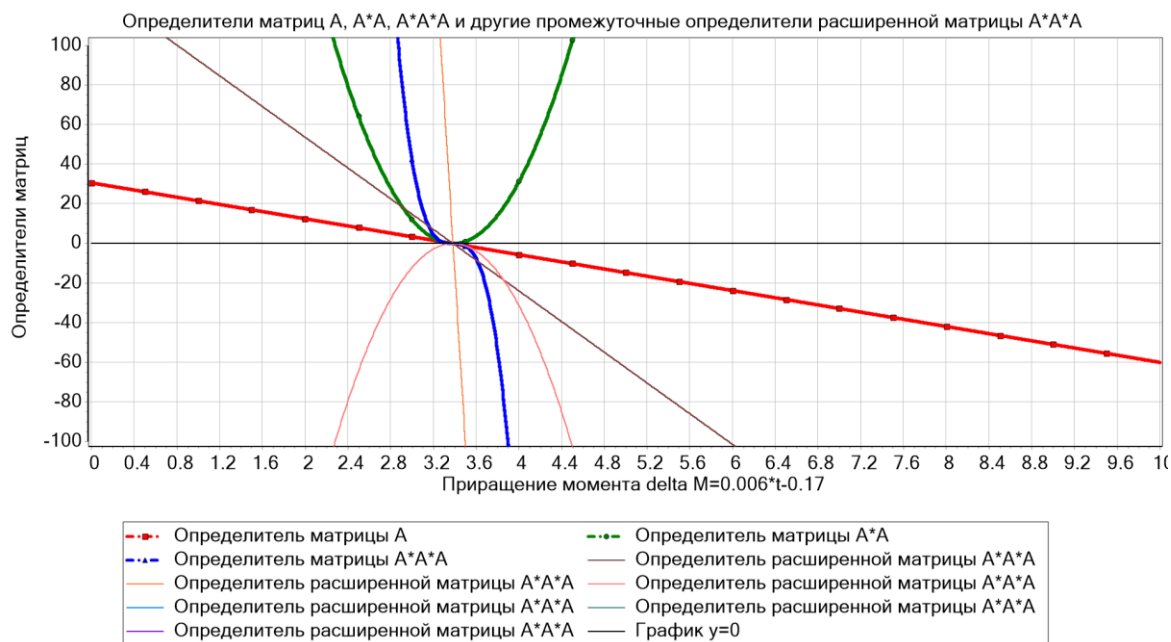


Рис.1 – Определители матриц состояния БДПТ

Результаты моделирования показывают, что при значении момента сопротивления нагрузки $0.15 \text{ Н}\cdot\text{м}$ определитель матриц состояния стремится к нулю. Это означает, что модель исследуемого БДПТ становится неидентифицируемой. Отсюда можно сделать вывод, что приложен слишком большой момент или параметры матрицы состояния выходят из пространства реализуемых параметров исправных приводов.

Выводы.

В статье разработана нелинейная дискретная модель БДПТ в матрично-векторной форме на основе оптимального управления. Матрица состояния учитывает вращающий момент, который должен быть обеспечен БДПТ. Исследованы определители расширенной матрицы состояния модели двигателя JK42BLS01, найден максимальный момент сопротивления нагрузки $0.15 \text{ Н}\cdot\text{м}$, при котором определитель матриц состояния рассматриваемого БДПТ стремится к нулю и модель становится не идентифицируемой. Найден оптимальный вектор напряжения статора, рассчитанный на базе уравнения Риккати. В дальнейших исследованиях предполагается использовать данную модель БДПТ для диагностики.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-08-00772 А

Библиографический список

1. Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 686 с.
2. Современные методы идентификации систем / Под ред. П. Эйкхоффа. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
3. Гроп, Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.

4. Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
5. Сейдж, Э.П., Мелса Дж.Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 248 с.
6. Сейдж, Э.П., Мелса Дж.Л. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
7. Цыпкин, Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
8. Райбман, Н.С. Что такое идентификация? – М.: Наука, 1970. – 118 с.
9. Штейнберг, Ш.Е. Идентификация в системах управления. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 80 с.
10. Афанасьев, В.Н. Управление нелинейными неопределенными динамическими объектами. – М.: ЛЕНАНД, 2015. – 224 с.
11. Дат, В.К., Бобцов, А.А. Управление по выходу линейными нестационарными системами с использованием методов параметрической идентификации. Мехатроника, автоматизация, управление. 2020;21(7). – С.387-393.
12. Luo, H. Plug-and-Play Monitoring and Performance Optimization for Industrial Automation Processes. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH. 2017. 158 p.
13. Sang-Hoon, K. Electric Motor Control DC, AC and BLDC Motors. Elsevier Inc. 2017. 426 p.
14. Trefilov, S., Nikitin, Y. Automatic warehouses with transport robots of increased reliability. ActaLogistica, vol. 5, no. 3, 2018. Pp. 19-23.
15. Trefilov, S.A., Nikitin, Yu.R. Robot drives diagnostics by identifiability criterion based on state matrix. Instrumentation Engineering, Electronics and Telecommunications - 2019 : Proceedings of the V International Forum (Izhevsk, Russia, November 20-22, 2019). Izhevsk : Publishing House of Kalashnikov ISTU, 2019. Pp.105-114.
16. Nikitin Yu., Abramov A., Abramov I., Romanov A., Trefilov S., Turygin Yu. Diagnosis of mobile robots drives. Instrumentation Engineering, Electronics and Telecommunications – 2018: Proceedings of the IV International Forum (December 12–14, 2018, Izhevsk, Russian Federation). Pp. 66-71.
17. Никитин Ю.Р., Трефилов С.А., Никитин Е.В. Идентифицируемость модели привода мехатронного устройства на базе двигателя постоянного тока по измерительной матрице // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2019. № 4-1 (336). – С. 114–122.
18. Трефилов С. А., Никитин Ю. Р. Диагностика приводов роботов на базе двигателя постоянного тока по критерию идентифицируемости нелинейной дискретной модели в пространстве состояний // Вестник УГАТУ. 2020. Т. 24, № 1 (87). С. 103–110.

19. Калачев Ю.Н. Векторное регулирование (заметки практика). – М.: ЭФО, 2013. – 63 с.

Bibliograficheskiy spisok

1. Jejkhoff, P. Osnovy identifikacii sistem upravlenija. Moscow, Mir, 1975. 686 p.
2. Sovremennye metody identifikacii sistem / Pod red. P. Jejkhoffa. Moscow, Mir, 1983. - 400 p.
3. Grop, D. Metody identifikacii sistem. Moscow, Mir, 1979. 302 p.
4. L'jung, L. Identifikacija sistem. Teorija dlja pol'zovatelja. Moscow, Nauka, 1991. 432 p.
5. Sejdzh, Je.P., Melsa Dzh.L. Identifikacija sistem upravlenija. Moscow, Nauka, 1974. 248 p.
6. Sejdzh, Je.P., Melsa Dzh.L. Teorija ocenivaniya i ee primenenie v svjazi i upravlenii. Moscow, Svjaz', 1976. 496 p.
7. Cypkin, Ja.Z. Osnovy informacionnoj teorii identifikacii. Moscow, Nauka, 1984. 320 p.
8. Rajbman, N.S. Chto takoe identifikacija? Moscow, Nauka, 1970. 118 p.
9. Shtejnberg, Sh.E. Identifikacija v sistemah upravlenija. Moscow, Jenergoatomizdat, 1987. 80 p.
10. Afanas'ev, V.N. Upravlenie nelinejnymi neopredelennymi dinamicheskimi ob#ektami. Moscow, LENAND, 2015. 224 p.
11. Dat, V.K., Bobcov, A.A. Upravlenie po vyhodu linejnymi nestacionarnymi sistemami s ispol'zovaniem metodov parametricheskoj identifikacii. Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie. 2020;21(7). Pp. 387-393.
12. Luo, H. Plug-and-Play Monitoring and Performance Optimization for Industrial Automation Processes. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH. 2017. 158 p.
13. Sang-Hoon, K. Electric Motor Control DC, AC and BLDC Motors. Elsevier Inc. 2017. 426 p.
14. Trefilov, S., Nikitin, Y. Automatic warehouses with transport robots of increased reliability. ActaLogistica, vol. 5, no. 3, 2018. Pp. 19-23.
15. Trefilov, S.A., Nikitin, Yu.R. Robot drives diagnostics by identifiability criterion based on state matrix. Instrumentation Engineering, Electronics and Telecommunications - 2019 : Proceedings of the V International Forum (Izhevsk, Russia, November 20-22, 2019). Izhevsk : Publishing House of Kalashnikov ISTU, 2019. Pp.105-114.
16. Nikitin Yu., Abramov A., Abramov I., Romanov A., Trefilov S., Turygin Yu. Diagnosis of mobile robots drives. Instrumentation Engineering, Electronics and Telecommunications – 2018: Proceedings of the IV International Forum (December 12–14, 2018, Izhevsk, Russian Federation). Pp. 66-71.

17. Nikitin Ju.R., Trefilov S.A., Nikitin E.V. Identificiruemost' modeli privoda mehatronnogo ustrojstva na baze dvigatelja postojannogo toka po izmeritel'noj matrice. Fundamental'nye i prikladnye problemy tehniki i tehnologii. 2019. No. 4-1 (336). Pp. 114–122. (in Russian)
18. Trefilov S. A., Nikitin Ju. R. Diagnostika privodov robotov na baze dvigatelja postojannogo toka po kriteriju identificiruemosti nelinejnoj diskretnoj modeli v prostranstve sostojanij. Vestnik UGATU. 2020. T. 24, No. 1 (87). Pp. 103–110. (in Russian)
19. Kalachev Ju.N. Vektornoe regulirovanie (zametki praktika). Moscow, JeFO, 2013. 63 p. (in Russian)

¹*Трефилов Сергей Александрович, канд. техн. наук, доц., trefilov376908@gmail.com, Россия, Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7.*

²*Никитин Юрий Рафаилович, канд. техн. наук, доц., nikitin@istu.ru, Россия, Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7.*

³*Лекомцев Павел Валерьевич, канд. техн. наук, доц., lekomtsev@istu.ru, Россия, Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7.*

BRUSHLESS DC MOTOR MODEL BY STATE SPACE FIELD ORIENTED CONTROL

S.A. Trefilov, Yu.R. Nikitin, P.V. Lekomtsev

A nonlinear discrete model of a brushless direct current motor was developed in a rotating coordinate system with vector control. The novelty of the model is that at each step of the simulation, the torque is specified. The synthesis of optimal control in the state space was performed using the Riccati equation. For practical problems of controlling the BLDC motor, the maximum values of voltages and currents were found while maintaining the identifiability of the BLDC motor model. A study was made of the influence of the moment of resistance of the BLDC motor on the identifiability of the control model. A study was made of the change in the determinants of the BLDC motor state matrices with increasing resistance moment.

Keywords: discrete model, engine, optimal control, identifiability.

Trefilov Sergei Alexandrovich, Ph.D., assoc. prof., trefilov376908@gmail.com, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 426069, Izhevsk, ul. Studentcheskay, 7.

Nikitin Yuri Rafailovich, Ph.D., assoc. prof., nikitin@istu.ru, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 426069, Izhevsk, ul. Studentcheskay, 7.

Lekomtsev Pavel Valeryevich, Ph.D. tech. Sci., Assoc., lekomtsev@istu.ru, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 426069, Izhevsk, ul. Studentcheskay, 7.

ЦИФРОВОЙ ДВОЙНИК МЕХАТРОННОГО УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПО МАЛЫМ ОБУЧАЮЩИМ ВЫБОРКАМ

Трефилов С.А.¹, Лекомцев П.В.², Никитин Ю.Р.³

Аннотация. Представлен цифровой двойник мехатронного привода на основе модели бесколлекторного двигателя постоянного тока, основанный на нелинейной дискретной оптимальной модели управления. Некоторые параметры бесколлекторного двигателя постоянного тока, такие как сопротивление и индуктивность обмоток, магнитный поток, коэффициент вязкого трения в опорах, угловая скорость и электромагнитный момент, могут меняться вследствие деградации элементов конструкции и воздействий внешних сил. Моделирование полным перебором значений параметров мехатронного устройства с некоторым шагом позволит адаптировать программу устройства управления к изменяющимся условиям эксплуатации по критерию минимизации энергии управления путем изменения параметров матриц состояния и управления цифрового двойника. В результате увеличится точность движения мехатронного устройства по заданной траектории за счет большего соответствия параметров управления реальному объекту.

Ключевые слова. Цифровой двойник, мехатронное устройство, алгоритм прогнозирования, малые выборки.

В связи с развитием в промышленности сложных и капиталоемких производственных систем, аварии на которых могут приводить к существенным потерям из-за дорогостоящего ремонта, и существенным развитием средств передачи данных, вычислительной техники и устройств хранения большого количества данных, появилось понятие цифровых двойников [1-5]. За этим понятием скрывается подход, основанный на методах прогнозирования, например, остаточного ресурса элементов сложных систем.

Математические модели такого прогнозирования, основанного на методах математической статистики, широко разрабатывались в XX веке. Сейчас такой подход, основанный на записи в базе данных большого объема данных измерительных данных, позволяет формировать обучающие выборки условно «годных», т.е. способных с высокой вероятностью выполнить функциональное назначение, и условно «негодных» элементов систем, которые могут привести к аварии всей системы в ближайшее время, и которые необходимо заменить немедленно. Другой подход предполагает моделирование параметров алгоритма управления с целью его адаптации к

изменяющимся условиям эксплуатации как из-за деградации свойств материалов, так и изменениям окружающей среды.

Назначение цифрового двойника определяется в соответствии с [1–5] как программная модель, с помощью которой можно определить степень адекватности модели управления, заложенной в программу мехатронного устройства, и реальных параметров привода. Если во время эксплуатации мехатронного устройства параметры изменяются вследствие деградации узлов, то при управлении ошибки выходного параметра (угловой скорости привода) будут увеличиваться. Для обеспечения заданной точности угловой скорости привода предлагается алгоритм адаптации программы управления, основанный на моделировании матриц состояния и управления [6-21].

В данной работе представлена математическая модель цифрового двойника для бесколлекторного двигателя постоянного тока (БДПТ), как элемента производственной линии, и управляемого оптимально с применением нелинейного алгоритма. Моделирование условий эксплуатации по модели позволит адаптировать устройство управления к изменяющимся условиям эксплуатации.

Цель исследования – разработка цифрового двойника мехатронного привода на базе модели бесколлекторного двигателя постоянного тока, основанного на нелинейной дискретной оптимальной модели управления.

Математическая модель мехатронного привода.

Известно, что оптимальное управление в пространстве состояний представляется следующей приближенной моделью в дискретном виде, когда матрица $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$, $\mathbf{C}_k$ постоянны в моменты времени k , $k=0,1,2,3, \dots$

$$\frac{\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k}{T} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k, \quad (2)$$

где $\mathbf{x}_k$, $\mathbf{x}_{k+1}$ – векторы состояния на траектории движения, $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$, $\mathbf{C}_k$ – матрицы состояния, управления и измерения, $\mathbf{y}_k$ – измеренное выходное состояние системы, T – шаг дискретизации.

Представим (1) в виде:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \tilde{\mathbf{A}}_k \mathbf{x}_k + \tilde{\mathbf{B}}_k \mathbf{u}_k, \quad (3)$$

где $\tilde{\mathbf{A}}_k = T\mathbf{A}_k + \mathbf{E}$, $\tilde{\mathbf{B}}_k = T\mathbf{B}_k$. Решение (2) найдем как решение матричного уравнения, т.е. оценка состояния будет вычислена как :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{C}_k^{-1} \mathbf{y}_k, \quad (4)$$

Оптимальное решение (3) с учетом (5) находим в виде:

$$\mathbf{u}_k = -\mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{B}_k^T \mathbf{K}_k \mathbf{x}_k, \quad (5)$$

где $\mathbf{K}_k$ – матрица Коши, $\mathbf{K}_k = \mathbf{K}^T$, которую можно найти из уравнения Риккати

$$-\dot{\mathbf{K}} = \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T \mathbf{K} + \mathbf{K}^T \mathbf{T} - \mathbf{K} \mathbf{B} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K}, \quad (6)$$

Критерий качества, минимизирующий энергию управления и перемещения, есть квадратичная форма:

$$I = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{G} \mathbf{u}) dt \quad \mathbf{Q} \geq 0, \mathbf{G} > 0 \quad (7)$$

где $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{G}$ – положительные произвольно определённые матрицы. Матрицы $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{G}$ выбираются положительно определёнными, т.к. влияют только на масштаб решения. Выбираем эти матрицы подбором или имитационным моделированием.

Процесс управления предполагает на каждом шаге коррекцию матрицы $\mathbf{A}_k$. В начальном исправном состоянии мехатронного устройства в этой матрице изменяется только компонента, в которую входит переменный момент нагрузки, вычисляемый по данным информационно-измерительной системы в пересчете на вал БДПТ как

$$M(k+1) = \varepsilon(k+1)J = \frac{\omega(k+1) - \omega(k)}{T} J. \quad (8)$$

где $\varepsilon(k)$ – приведенное к валу БДПТ угловое ускорение, которое необходимо для возврата на заданную во время управления траекторию; J – приведенный к валу электропривода момент инерции мехатронного устройства.

Задана точность $\delta_{\max}$ выполнения траектории мехатронным устройством как, определяемая допусками на изготовление компонентов мехатронного устройства и допустимыми параметрами окружающей среды функционирования мехатронного устройства. Устройство управления в момент времени потери управляемости по критерию увеличения ошибок траектории выше заданной $\delta_{\max}$. При невозможности выполнения управления по причине превышения паспортных значений параметров электрического двигателя запускается алгоритм моделирования матриц состояния и управления на цифровом двойнике.

Программа моделирования матриц состояния и управления цифрового двойника может быть размещена на высокопроизводительном внешнем процессоре, получающем данные из памяти, в которую устройство управления мехатронным устройством с некоторой периодичностью размещает текущие матрицы состояния и управления при движении по отрезку траектории. С другой стороны, если периодичность контрольных измерений велика, а мощности процессора устройства управления достаточны, то имитационное моделирование матриц состояния и управления можно реализовать в фоновом режиме на самом устройстве.

1. Исходные данные для моделирования:

- назначенный участок траектории движения в виде вектора $\mathbf{s}_k$ состоящего из элементов $s(k)$, $k=1,2,\dots,K$;
- матрица состояния $\mathbf{A}_k(\omega_k / \mathbf{s}(k)) = [a_{ij}(k)]$, $k=1,2,\dots,K$; $i=1,2,\dots,N$;
 $j=1,2,\dots,M$, $M \leq N$;

- матрица управления $\mathbf{B}_k(\omega_k / \mathbf{s}(k)) = [b_{pq}(k)]$, $k=1, 2, \dots, K$; $p=1, 2, \dots, N$;
 $q=1, 2, \dots, M$, $M \leq N$;
- i, j, p, q – индексы перебора вариантов модели.

2. Предполагается изменять параметры матриц управления и состояния по всем индексам i, j, p, q матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и индексы перебора вариантов деградации n_{ij} , n_{pq} для всех точек траектории $\mathbf{s}(k / n_{ij}, n_{pq})$.

$$\mathbf{A}_k(i, j, n_{ij}) = [a_{ij}(k) \pm n_{ij} \Delta a_{ij}], \quad (9)$$

$$\mathbf{B}_k(p, q, n_{pq}) = [b_{pq}(k) \pm n_{pq} \Delta b_{pq}], \quad (10)$$

В (9,10) Δa_{ij} и Δb_{ij} – приращения для элементов матриц, определяющие точность моделирования матриц состояния и управления.

3. Вычислим среднеквадратическое отклонение напряжения управления по всем составляющим вектора управления $\mathbf{u}_k$ с компонентами на каждом шаге $u_k(n)$, определяемыми согласно (5):

$$\sigma^2(\mathbf{u}_k \mathbf{s}_k / i, j, p, q, ij, pq) = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^K (u_k^2(1) + u_k^2(2) + \dots + u_k^2(N)).$$

Эту величину с точностью до постоянного коэффициента можно трактовать как энергию E управления на участке траектории $\mathbf{s}(k)$, $k=1, 2, \dots, K$;

4. Определим комбинацию матриц управления и состояния, соответствующих минимальному среднеквадратическому отклонению, как:

$$\mathbf{A}_k / \min(\delta^2(u_k, s_k / i, j, p, q, ij, pq)) = [a_{ij}(k)]; \quad (11)$$

$$\mathbf{B}_k / \min(\delta^2(u_k, s_k / i, j, p, q, ij, pq)) = [b_{ij}(k)]; \quad (12)$$

для конкретных индексов

$i = i_{\min}, j = j_{\min}, p = p_{\min}, q = q_{\min}, ij = ij_{\min}, pq = pq_{\min}$, соответствующих минимальной энергии управления.

5. Вычисленная траектория во время моделирования будет равна

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = \hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{A}_{k-1}(i_{\min}, j_{\min}) \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1}(p_{\min}, q_{\min}) \mathbf{u}_{k-1}. \quad (13)$$

Постоянные элементы матриц управления и состояния не меняются во время моделирования (9,10,13).

Разработана динамическая модель БДПТ во вращающейся системе координат (d, q), ориентированной вдоль магнитной оси ротора. На основе второго закона Кирхгофа составлено уравнение, которое описывает электрическую часть БДПТ в системе координат d, q , вращающейся со скоростью ротора ω :

$$\mathbf{u} = \mathbf{i}R + L \frac{d\mathbf{i}}{dt} + j\omega L\mathbf{i} + j\omega \Phi_0, \quad (14)$$

где $\mathbf{u}$ – результирующий вектор напряжения на статорной обмотке; $\mathbf{i}$ – вектор тока; R, L – активное сопротивление и полная индуктивность фазы статора; Φ_0 – вектор потока БДПТ.

Представим модель мехатронного привода на основе БДПТ в виде (1,2), принимая $\mathbf{C}=\mathbf{E}$:

$$\begin{bmatrix} I_d(k+1) \\ I_q(k+1) \\ \omega(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-T\frac{R}{L_d} & Tr\omega(k) & 0 & 0 \\ -Tr\omega(k) & 1-T\frac{R}{L_q} & -T\frac{p\psi}{L_q} & 0 \\ 0 & T\frac{3p\psi}{2J} & 1-T\frac{F}{J}-T\frac{M(k)}{J\omega(k)} & 0 \\ 0 & 0 & T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d(k) \\ I_q(k) \\ \omega(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{T}{L_q} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_d \\ \hat{I}_q \\ \hat{\omega} \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{Id} \\ \xi_{Iq} \\ \xi_{\omega} \\ \xi_{\theta} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где $i_d(k), i_q(k), \omega(k), \theta(k)$ – измеренное значение токов, угловой скорости и перемещения; $\omega(k+1)$ – запланированное значение угловой скорости; $\theta(k+1)$ – запланированное значение углового положения вала двигателя; T – шаг дискретизации; R – активное сопротивление обмотки статора БДПТ; L_q, L_d – индуктивности статора БДПТ по осям q и d ; p – число пар полюсов БДПТ; ψ – магнитный поток, наводимый постоянными магнитами в обмотке статора; F – коэффициент вязкого трения в опорах БДПТ; J – момент инерции; M – электромагнитный момент БДПТ; U_q, U_d – проекции напряжения статора на оси q и d ; $[\xi_{Id} \xi_{Iq} \xi_{\omega} \xi_{\theta}]^T$ – вектор ошибок измерения; $[\hat{I}_d \hat{I}_q \hat{\omega} \hat{\theta}]^T$ – измеренный вектор состояния.

Новизной дискретной модели БДПТ является наличие переменного момента нагрузки в матрице состояния на каждом шаге моделирования, вычисляемого по требуемому моменту для движения по заданной траектории, исходя из измеренной траектории.

Изменяемые в процессе работы и моделируемые в соответствии с (9,10,13) компоненты – R, L_d, L_q для матрицы состояния и L_d, L_q для матрицы управления модели БДПТ.

Результаты имитационного моделирования.

Зададим матрицу измерения $\mathbf{C}$ в виде (16), получим:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_d \\ \hat{I}_q \\ \hat{\omega} \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{Id} \\ \xi_{Iq} \\ \xi_{\omega} \\ \xi_{\theta} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где $[\xi_{Id} \xi_{Iq} \xi_{\omega} \xi_{\theta}]^T$ – вектор ошибок измерения – вектор ошибок измерений, который можно имитировать генератором псевдослучайных чисел. В данном эксперименте вектор ошибок управления принят равным нулю.

Для моделирования БДПТ разработаны программы распознавания, декорреляции, прогнозирования в программном комплексе MatLab. Результат работы программы прогнозирования границ предполагаемой виброскорости для наблюдаемого вектора $\mathbf{x}_k$, первые k компонент которого определены, для обучающей выборки, приведен на **Рис.1**.

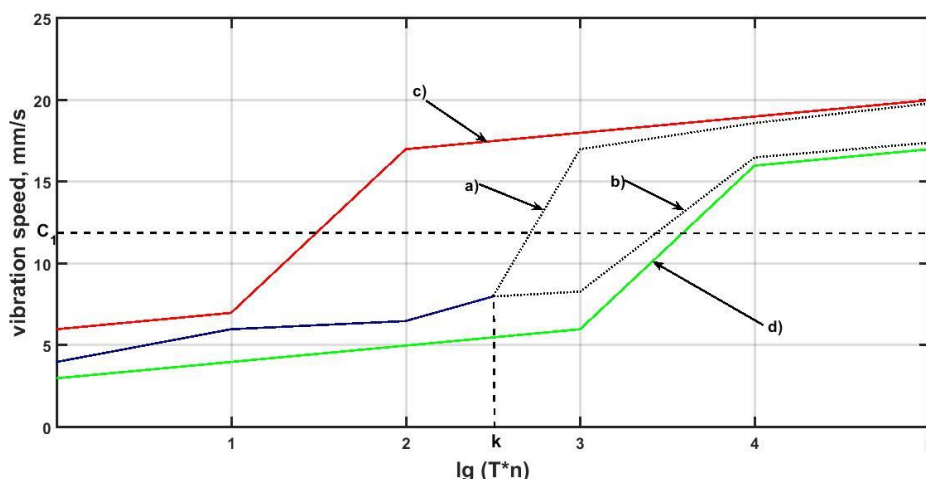


Рис.1 – Прогноз развития дефектов подшипника привода мехатронного устройства на базе БДПТ JK42BLS01 по виброскорости: а) верхняя граница прогноза; б) нижняя граница прогноза; в) теоретическая верхняя граница виброскорости при наихудшем развитии дефектов [22]; г) теоретическая нижняя граница виброскорости при благоприятном развитии дефектов для более качественных подшипников [22]

На **Рис.1** показан только верхний порог C_1 , так как уменьшение вибраций не является признаком выхода подшипника из строя ($C_0=0$).

В модельных экспериментах принят интервал времени записи уровня виброскорости $T=24$ часа. Принятие решения о признании подшипника вышедшим из строя для каждой дискретной функции прогноза производится на этапе интенсивного развития дефектов в соответствии с [14]. Поэтому порог выставлен на уровень виброскорости – 12 мм/с.

В данном модельном эксперименте наработка на отказ привода мехатронного устройства составила $t_e=100T$ при уровне вероятности безотказной работы $P_e=0.98$ для $\alpha=0.05$ и $\beta=0.1$.

Заключение.

Представлен цифровой двойник мехатронного привода на основе модели бесколлекторного двигателя постоянного тока, основанный на нелинейной дискретной и оптимальной модели управления. Моделирование на цифровом двойнике полным перебором дискретных значений параметров БДПТ с поиском элементов матриц управления и состояния по критерию минимума энергии управления позволит ввести коррекцию в

программу управления для устройства управления мехатронным устройством.

Разработанный в данной работе алгоритм прогнозирования остаточного ресурса сложных электромеханических систем позволяет: формировать коррелированные и декоррелированные обучающие выборки для условно годных и условно негодных приводов; выполнить отнесение анализируемой выборки к одному из классов; вычислить декоррелированный входной вектор; вычислить прогнозируемое развитие случайного процесса; вычислить остаточный ресурс работы привода.

Предлагаемый алгоритм позволяет менять статистические условия проведения модельных экспериментов путем изменения обучающих выборок, добавляя успешные реализации или удаляя сомнительные. Получение оценок параметров по малым обучающим выборкам обеспечивается усовершенствованным алгоритмом непараметрического оценивания методом Парзена, а сокращение числа испытаний достигается последовательной процедурой Вальда.

В модельном эксперименте наработка на отказ привода мехатронного устройства составила $t_e=100T$ при уровне вероятности безотказной работы $P_e=0.98$ для $\alpha=0.05$ и $\beta=0.1$, интервал времени записи уровня виброскорости $T=24$ часа.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-08-00772 А

Библиографический список

1. Michael, W. (2014) Grieves Digital Twin: Manufacturing Excellence through Virtual Factory Replication. – LLC, 7 p.
2. Tarkhov, D., Vasilyev, A. (2020) Semi-empirical Neural Network Modeling and Digital Twins Development. London. Academic Press. 240 p.
3. Kharat, R., Bavane, V., Jadhao S. and Marode R. (2018) Digital Twin: Manufacturing Excellence through Virtual Factory Replication. Global journal of engineering science and researches. 10 p.
4. Kravets, A.G., Bolshakov, A.A., Shcherbakov, M.V. (2020) Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling. Springer. 340 p.
5. Lee, E.A. (2008) Cyberphysical systems: Design challenges. 11th IEEE International Symposium on Object and Component-Oriented Real-Time Distributed Computing (ISORC). Orlando. IEEE. pp. 363-369.
6. Sang-Hoon, K. (2017) Electric Motor Control DC, AC and BLDC Motors. Elsevier Inc. 426 p.
7. Turygin Yu., Božek P., Abramov I., Nikitin Yu. (2018) Reliability Determination and Diagnostics of a Mechatronic System. Advances in Science and Technology. Vol. 12, No. 2, June, pp. 274-290.

8. Trefilov S., Nikitin Y. (2018) Automatic warehouses with transport robots of increased reliability. *Acta Logistica*, Vol. 5, No. 3. Pp. 19-23. doi:10.22306/al.v5i1.86.
9. Bozek P., Shchenyatsky A., Turygin Yu., Nikitin Yu., Karavaev Yu. (2018) Reverse validation of a programmed robot trajectory based on INS. 12th International Conference ELEKTRO 2018. IEEE, Mikulov, Czech Republic. 21-23 May 2018. Pp. 1-4.
10. Trefilov, S. A., Nikitin, Yu. R. (2019) Robot drives diagnostics by identifiability criterion based on state matrix. *Instrumentation Engineering, Electronics and Telecommunications - 2019 : Proceedings of the V International Forum (Izhevsk, Russia, November 20-22, 2019)*. Izhevsk. Publishing House of Kalashnikov ISTU. 123 p. Pp.105-114.
11. Eykhoff, P. (1974) *System Identification: Parameter and State Estimation*. Wiley-Interscience, New York. 555 p.
12. Eykhoff, P., ed. (1981) *Trends and progress in system identification*. Oxford, England: Pergamon. 402 p.
13. Graupe, D. (1976) *Identification of system*. New York: R.E.Krieger Publishing Company. 302 p.
14. Ljung, L. (1999) *System identification. Theory for the user*. 2nd ed. - PTR Prentice Hall, Upper Saddle River. 609 p.
15. Sage, A. and Melsa, J. (1971) *System identification*. New York: Academic press. 221 p.
16. Sage, A. and Melsa, J. (1971) *Estimation Theory with Applications to Communications and Control*. New York: McGraw-Hill. 496 p.
17. Luo, H. (2017) *Plug-and-Play Monitoring and Performance Optimization for Industrial Automation Processes*. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH. 158 p.
18. Степанов П.И., Лагуткин С.В., Никитин Ю.Р. Интегрированная токовая и вибрационная диагностика электромеханических систем // *Интеллектуальные системы в производстве*. – 2013. – № 2 (24). – С. 160-165.
19. Степанов П.И., Лагуткин С.В., Никитин Ю.Р. Механические и электрические диагностические параметры электрических приводов // *Интеллектуальные системы в производстве*. – 2014. – № 2 (24). – С. 59-63.
20. Никитин Ю.Р., Трефилов С.А., Никитин Е.В. Идентифицируемость модели привода мехатронного устройства на базе двигателя постоянного тока по измерительной матрице // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2019. № 4-1 (336). – С. 114–122. ISSN 2073-7408.
21. Трефилов С. А., Никитин Ю. Р. Диагностика приводов роботов на базе двигателя постоянного тока по критерию идентифицируемости нелинейной дискретной модели в пространстве состояний // *Вестник*

УГАТУ. 2020. Т. 24, № 1 (87). С. 103–110.

22. Акутин, М.В. Метод контроля состояния подшипников качения на основе сравнения вейвлет скейлограмм: дис. ... кандидата технических наук: 05.11.13 / Акутин Михаил Викторович. – Казань, 2009. – 132 с.

Bibliograficheskiy spisok

1. Michael, W. (2014) Grieves Digital Twin: Manufacturing Excellence through Virtual Factory Replication. LLC, 7 p.
2. Tarkhov, D., Vasilyev, A. (2020) Semi-empirical Neural Network Modeling and Digital Twins Development. London. Academic Press. 240 p.
3. Kharat, R., Bavane, V., Jadhao S. and Marode R. (2018) Digital Twin: Manufacturing Excellence through Virtual Factory Replication. Global journal of engineering science and researches. 10 p.
4. Kravets, A.G., Bolshakov, A.A., Shcherbakov, M.V. (2020) Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling. Springer. 340 p.
5. Lee, E.A. (2008) Cyberphysical systems: Design challenges. 11th IEEE International Symposium on Object and Component-Oriented Real-Time Distributed Computing (ISORC). Orlando. IEEE. Pp. 363-369.
6. Sang-Hoon, K. (2017) Electric Motor Control DC, AC and BLDC Motors. Elsevier Inc. 426 p.
7. Turygin Yu., Božek P., Abramov I., Nikitin Yu. (2018) Reliability Determination and Diagnostics of a Mechatronic System. Advances in Science and Technology. Vol. 12, No. 2, June, pp. 274-290.
8. Trefilov S., Nikitin Y. (2018) Automatic warehouses with transport robots of increased reliability. Acta Logistica, Vol. 5, No. 3. Pp. 19-23. doi:10.22306/al.v5i1.86.
9. Bozek P., Shchenyatsky A., Turygin Yu., Nikitin Yu., Karavaev Yu. (2018) Reverse validation of a programmed robot trajectory based on INS. 12th International Conference ELEKTRO 2018. IEEE, Mikulov, Czech Republic. 21-23 May 2018. Pp. 1-4.
10. Trefilov, S. A., Nikitin, Yu. R. (2019) Robot drives diagnostics by identifiability criterion based on state matrix. Instrumentation Engineering, Electronics and Telecommunications - 2019 : Proceedings of the V International Forum (Izhevsk, Russia, November 20-22, 2019). Izhevsk. Publishing House of Kalashnikov ISTU. 123 p. Pp.105-114.
11. Eykhoff, P. (1974) System Identification: Parameter and State Estimation. Wiley-Interscience, New York. 555 p.
12. Eykhoff, P, ed. (1981) Trends and progress in system identification. Oxford, England: Pergamon. 402 p.
13. Graupe, D. (1976) Identification of system. New York: R.E.Krieger Publishing Company. 302 p.
14. Ljung, L. (1999) System identification. Theory for the user. 2nd ed. - PTR Prentice Hall, Upper Saddle River. 609 p.

15. Sage, A. and Melsa, J. (1971) System identification. New York: Academic press. 221 p.
16. Sage, A. and Melsa, J. (1971) Estimation Theory with Applications to Communications and Control. New York: McGraw-Hill. 496 p.
17. Luo, H. (2017) Plug-and-Play Monitoring and Performance Optimization for Industrial Automation Processes. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH. 158 p.
18. Stepanov, P.I., Lagutkin, S.V., Nikitin, Yu.R. (2013) Integrated current and vibration diagnostics of electromechanical systems. *Intellectual'nye sistemy v proizvodstve*. No 2, pp. 160-165. ISSN 1813-7911. (in Russian)
19. Stepanov, P.I., Lagutkin, S.V., Nikitin, Yu.R. (2014) Mechanical and electrical diagnostic parameters of electric drives. *Intellectual'nye sistemy v proizvodstve*. No 2 (24), pp. 59-63. ISSN 1813-7911. (in Russian)
20. Nikitin, Yu.R., Trefilov, S.A., Nikitin, E.V. (2019) Identifiability of a mechatronic device drive model based on a DC motor in a measuring matrix. *Fundamental and applied problems of engineering and technology*. No 4-1 (336), pp. 114–122. ISSN 2073-7408. (in Russian)
21. Trefilov, S.A., Nikitin, Yu.R. (2020) Diagnostika privodov robotov na baze dvigatelja postojannogo toka po kriteriju identificiruemosti nelinejnoj diskretnoj modeli v prostranstve sostojanij. *Vestnik UGATU*. Vol. 24, № 1 (87), pp. 103–110. (in Russian)
22. Akutin, M.V. Metod kontrolya sostoyaniya podshipnikov kacheniya na osnove sravneniya vejvlet skejlogramm [Method for monitoring the condition of rolling bearings based on comparison of wavelet scalegrams]: dis. ... kandidata tekhnicheskikh nauk: 05.11.13 / Akutin Mihail Viktorovich. Kazan', 2009. 132 p. (in Russian)

¹*Трефилов Сергей Александрович, канд. техн. наук, доц., trefilov376908@gmail.com, Россия, Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7*

²*Лекомцев Павел Валерьевич, канд. техн. наук, доц., lekomtsev@istu.ru, Россия, Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7*

³*Никитин Юрий Рафаилович, канд. техн. наук, доц., nikitin@istu.ru, Россия, Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7*

DIGITAL TWIN OF MECHATRONIC DEVICE BASED ON THE FORECASTING ALGORITHM FOR SMALL LEARNING SAMPLES

S.A. Trefilov, P.V. Lekomtsev, Yu.R. Nikitin

A digital twin of a mechatronic drive based on a model of a brushless DC motor based on a nonlinear discrete optimal control model is presented. Some parameters of a brushless DC motor, such as resistance and inductance of windings, magnetic flux, viscous friction coefficient in bearings, angular velocity and electromagnetic moment, can change due to degradation of structural elements and external forces. Simulation by a complete enumeration of the values of the parameters of the mechatronic device with a certain step will allow adapting the program of the control device to changing operating conditions according to the criterion of minimizing the control energy by changing the parameters of the state matrices and control of the digital twin. As a result, the accuracy of the movement of the mechatronic device along the given trajectory will increase due to the greater correspondence of the control parameters to the real object.

Keywords: digital twin, mechatronic device, prediction algorithm, small samples.

Trefilov Sergei Alexandrovich, Ph.D., assoc. prof., trefilov376908@gmail.com, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 426069, Izhevsk, ul. Studentcheskay, 7

Lekomtsev Pavel Valeryevich, Ph.D. tech. Sci., Assoc., lekomtsev@istu.ru, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 426069, Izhevsk, ul. Studentcheskay, 7

Nikitin Yuri Rafailovich, Ph.D., assoc. prof., nikitin@istu.ru, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, 426069, Izhevsk, ul. Studentcheskay, 7

НЕТРАДИЦИОННАЯ ЗАЩИТА ОБЪЕКТОВ ЭЛЕКТРОНИКИ ОТ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Бохонский А.И.¹, Варминская Н.И.²

Аннотация. *Исследованы два типа защиты объектов от динамических воздействий: классический упругий подвес и упругопластический подвес. На примерах показано снижение динамических нагрузок на объект при использовании пластического демпфирования.*

Ключевые слова. *Упругий подвес, упругопластический подвес, динамика объекта, демпфирование колебаний.*

Введение. Выполнены исследования колебаний объектов с системой защиты от динамических воздействий как абсолютно твердых тел с использованием не только амортизаторов, но и устройств, обеспечивающих интенсивное демпфирование колебаний за счет пластических деформаций элементов.

Дифференциальные уравнения движения объекта составлены с использованием теоремы о движении центра масс и теоремы об изменении главного момента количеств движения с учетом 6 степеней свободы объекта. Обобщенные координаты – относительные перемещения центра масс и углы поворота твердого тела вокруг осей, проходящих через центр масс: $U, V, W, \Theta_x, \Theta_y, \Theta_z$. Угловые перемещения геометрически малы. Переносное движение обусловлено перемещением основания, к которому крепится на амортизаторах объект.

Традиционно одной из поставленных целей расчета является подбор амортизаторов (по их коэффициентам жесткости) и координат их точек крепления, при которых обеспечивается минимальное относительное ускорение центра масс либо, например, минимальное относительное перемещение точек крепления амортизаторов к объекту [1 – 7].

Непосредственному динамическому расчету предшествуют этапы, которые призваны обеспечить рациональные свойства системы «объект – система виброизоляции». Например, предлагается использование условий так называемого рационального монтажа, представляющих собой систему нелинейных алгебраических уравнений.

Как известно, сужение спектра частот собственных колебаний объекта на амортизаторах облегчает отстройку от резонанса, упрощает алгоритм оптимального управления переносным движением основания. Если при варьировании коэффициентов жесткости и координат крепления амортизаторов удастся сузить спектр частот, то это позволит упростить уход от резонанса.

Для формирования оптимальных управлений переносным движением основания могут быть использованы парциальные частоты (и парциальные периоды) собственных колебаний. При этом желательно, чтобы квадраты парциальных частот крутильных колебаний по возможности попадали в середину интервала парциальных частот поступательных колебаний.

Цель исследований – использование нетрадиционных способов защиты объектов как абсолютно твердых тел от динамических воздействий различного характера; анализ колебаний упругопластической системы в резонансных (обычном и параметрическом) режимах.

1. Традиционный расчет системы виброизоляции объекта

Первым этапом расчета и проектирования систем виброизоляции является определение реакций амортизаторов от статической нагрузки. В [1 – 3] указано на возможность использования условий рационального монтажа, однако необходима методика их практического применения. Условия рационального монтажа представляют собой систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n P_i = G, \quad \sum_{i=1}^n P_i x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n P_i y_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n P_i z_i = 0, \\ \sum_{i=1}^n P_i x_i y_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n P_i y_i z_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n P_i x_i z_i = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где n – число амортизаторов, G – сила тяжести (собственный вес объекта); P_i – реакции амортизаторов.

В системе (1) первое уравнение – условие статического равновесия; следующие три – условия совпадения центра масс объекта с центром жесткости; три последних – равенство нулю центробежных жесткостных моментов, что обеспечивает уменьшение степени связности движений виброизолируемого объекта по обобщенным координатам. В общем случае поиск решения системы нелинейных уравнений (1) относительно семи неизвестных (реакций, координат) затруднен.

При учете симметрии (**Рис.1**) в расположении амортизаторов ($P_1 = P_2$, $P_3 = P_4$, $P_5 = P_6$) и использовании соотношений между их коэффициентами жесткости $k = C_0/C_l$, где C_0 – жесткость амортизатора в поперечном направлении, а C_l – жесткость амортизатора в продольном направлении ($0 < k < 1$), из (1) следуют выражения для реакций амортизаторов 1, 2, 3 и координат z_5, z_6 амортизаторов с номерами 5, 6 ($z_5 = z_6 = z_*$):

$$P_1 = \frac{(b_2 k - e)G}{2(b_1 + b_2)k(1 - k)}; \quad P_3 = \frac{(b_1 k + e)G}{2(b_1 + b_2)k(1 - k)}; \quad P_5 = \frac{kG}{2(1 - k)}; \quad z_* = -d / k.$$

В данном случае не существует такого значения k , при котором все реакции амортизаторов положительны; координата z_* всегда отрицательна, т.е. амортизаторы с номерами 5, 6 должны быть расположены ниже центра тяжести объекта. Если ввести, например, соотношение между реакциями

амортизаторов $P_5 = kP_y$, то система уравнений относительно неизвестных P_1, P_3, d, z_* примет вид:

$$\begin{cases} P_1 + (1+k)P_3 = G/2; \\ -b_1P_1 + (b_2 + ek)P_3 = 0; \\ -dP_1 + (z_*k - d)P_3 = 0; \\ b_1dP_1 + (z_*ke - b_2d)P_3 = 0. \end{cases}$$

Решение: $P_1 = \frac{G(b_2 + ek)}{2(b_1 + b_2) + k(b_1 + e)}$; $P_3 = \frac{Gb_1}{2(b_1 + b_2) + k(b_1 + e)}$.

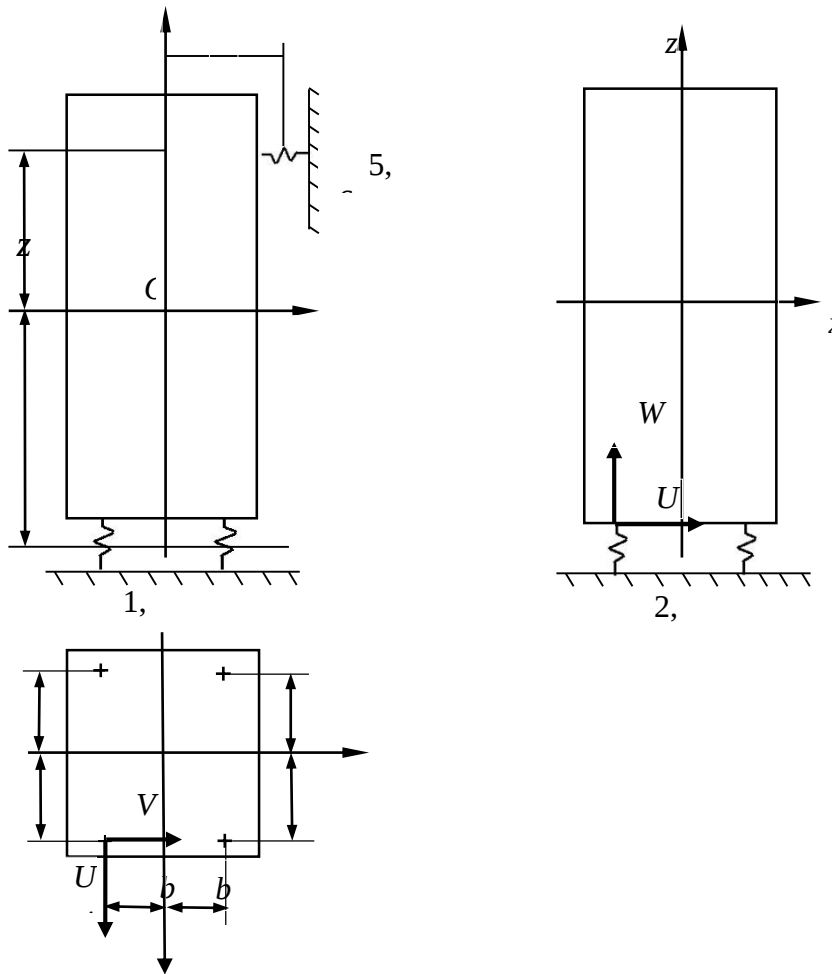


Рис.1 – Пример упругого подвеса (O – центр масс)

Сужение спектра частот собственных колебаний объекта на амортизаторах облегчает отстройку от резонанса, способствует быстрому переходу через резонанс при изменении частоты воздействия, упрощает алгоритм управления переносным движением (с гашением колебаний в конечном положении). Для абсолютно твердого тела на амортизаторах это достигается за счет варьирования коэффициентов жесткости и координат крепления амортизаторов. Если при таком варьировании парциальные

частоты крутильных колебаний попадут в середину интервала парциальных частот поступательных колебаний, то выполнение данных условий приводит к сужению спектра частот. Квадраты парциальных частот поступательных колебаний вычисляются по формулам:

$$p_u^2 = C_u / m, \quad p_v^2 = C_v / m, \quad p_w^2 = C_w / m.$$

Для крутильных колебаний:

$$\begin{cases} p_x^2 = \sum_{i=1}^n (C_{vi} z_i^2 + C_{wi} y_i^2) / m \rho_x^2; \\ p_y^2 = \sum_{i=1}^n (C_{ui} z_i^2 + C_{wi} x_i^2) / m \rho_y^2; \\ p_z^2 = \sum_{i=1}^n (C_{ui} y_i^2 + C_{vi} x_i^2) / m \rho_z^2; \end{cases}$$

где ρ_x, ρ_y, ρ_z – радиусы инерции объекта.

В качестве неизвестных для схемы, изображенной на **Рис.1**, приняты координаты крепления амортизаторов с номерами 5, 6. После преобразований система уравнений для их определения записывается как

$$\begin{cases} C_{v5} z_5^2 + C_{w5} y_5^2 = (\rho_x^* - A_1) / 2; \\ C_{u5} z_5^2 + C_{w5} y_5^2 = (\rho_y^* - A_2) / 2; \\ C_{u5} y_5^2 + C_{v5} x_5^2 = (\rho_z^* - A_3) / 2; \end{cases} \quad (2)$$

где:

$$\rho_x^* = p^2 m \rho_x^2, \quad \rho_y^* = p^2 m \rho_y^2, \quad \rho_z^* = p^2 m \rho_z^2; \quad p^2 = (p_{\max}^2 + p_{\min}^2) / 2;$$

$$A_1 = \sum_{i=1}^4 (C_{wi} y_i^2 + C_{vi} z_i^2); \quad A_2 = \sum_{i=1}^4 (C_{ui} z_i^2 + C_{wi} x_i^2); \quad A_3 = \sum_{i=1}^4 (C_{ui} y_i^2 + C_{vi} x_i^2).$$

C_{ui}, C_{vi}, C_{wi} – коэффициенты жесткостей амортизаторов по соответствующим направлениям.

Решение системы (2):

$$\begin{cases} x_5 = \sqrt{(B_2 C_{u5} + B_1 C_{v5}) / 2 C_{w5} C_{u5}}; \\ y_5 = \sqrt{(B_3 - x_5^2 / C_{v5}) / C_{v5}}; \\ z_5 = \sqrt{(B_1 - C_{w5} y_5^2) / C_{v5}}; \end{cases}$$

где $B_1 = (\rho_x^* - A_1) / 2; \quad B_2 = (\rho_y^* - A_2) / 2; \quad B_3 = (\rho_z^* - A_3) / 2.$

Непосредственное численное интегрирование дифференциальных уравнений движения объекта избавляет проектировщика от необходимости применения условий разделения движения, рекомендуемых обычно при определении частот колебаний, амплитуд перемещений и ускорений объекта.

Динамический расчет упругого подвеса.

При составлении уравнений движения используются схемы, учитывающие поступательные движения объекта в трех направлениях, а также повороты объекта вокруг соответствующих осей.

Переносное движение обусловлено вибрационным кинематическим перемещением основания, к которому крепится объект.

Практический критерий – минимум суммы квадратов линейных ускорений характерной точки объекта, вызванных поступательным перемещением объекта и вращением его вокруг осей, проходящих через центр масс. Уравнения движения (без учета сил сопротивления) имеют вид:

$$\begin{cases} m\ddot{U} + C_u U + C_{uy} \Theta_y + C_{uz} \Theta_z = -m\ddot{\xi}_x; \\ m\ddot{V} + C_v V + C_{vx} \Theta_x + C_{vz} \Theta_z = -m\ddot{\xi}_y; \\ m\ddot{W} + C_w W + C_{wx} \Theta_x + C_{wy} \Theta_y = -m\ddot{\xi}_z; \\ I_x \ddot{\Theta}_x + C_{vx} V + C_{wx} W + D_x \Theta_x + D_{xy} \Theta_y + D_{xz} \Theta_z = -B_x; \\ I_y \ddot{\Theta}_y + C_{uy} U + C_{wy} W + D_{xy} \Theta_x + D_y \Theta_y + D_{yz} \Theta_z = -B_y; \\ I_z \ddot{\Theta}_z + C_{uz} U + C_{vz} V + D_{xy} \Theta_x + D_{yz} \Theta_y + D_z \Theta_z = -B_z, \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{где } C_u = \sum_{i=1}^4 C_{ui}; \quad C_v = \sum_{i=1}^4 C_{vi} + \sum_{i=5}^6 C_{wi}; \quad C_w = \sum_{i=1}^4 C_{wi} + \sum_{i=5}^6 C_{vi};$$

$$C_{uy} = \sum_{i=1}^4 C_{ui} z_i; \quad C_{uz} = -\sum_{i=1}^4 C_{ui} y_i; \quad C_{vx} = -\sum_{i=1}^4 C_{vi} z_i - \sum_{i=5}^6 C_{wi} z_i;$$

$$C_{wx} = \sum_{i=1}^4 C_{wi} y_i + \sum_{i=5}^6 C_{vi} y_i; \quad C_{wy} = -\sum_{i=1}^4 C_{wi} x_i - \sum_{i=5}^6 C_{vi} x_i;$$

$$D_z = \sum_{i=1}^4 (C_{ui} y_i^2 + C_{vi} x_i^2) + \sum_{i=5}^6 (C_{wi} y_i^2 + C_{wi} x_i^2); \quad D_y = \sum_{i=1}^4 (C_{ui} z_i^2 + C_{wi} x_i^2) + \sum_{i=5}^6 (C_{wi} z_i^2 + C_{vi} x_i^2);$$

$$D_x = \sum_{i=1}^4 (C_{wi} y_i^2 + C_{vi} z_i^2) + \sum_{i=5}^6 (C_{vi} y_i^2 + C_{wi} z_i^2);$$

$$D_{xy} = -\sum_{i=1}^4 C_{wi} x_i y_i - \sum_{i=5}^6 C_{vi} x_i y_i; \quad D_{xz} = -\sum_{i=1}^4 C_{vi} x_i z_i - \sum_{i=5}^6 C_{wi} x_i z_i; \quad D_{yz} = -\sum_{i=1}^4 C_{ui} y_i z_i,$$

C_{ui}, C_{vi}, C_{wi} – коэффициенты жесткости i -го амортизатора в соответствующих направлениях.

После приведения (3) к форме Коши, интегрирование системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений движения осуществляется методом Рунге-Кутты четвертого порядка. В каждом шаге интегрирования вычисляются ускорения характерных точек и критерий качества. Максимальное значение критерия определяется на всем временном интервале исследования движения объекта. Данный подход позволяет найти такие координаты точек крепления и коэффициенты жесткости амортизаторов, при которых не только исключаются резонансы, но и существенно снижаются динамические нагрузки в зарезонансных

режимах.

Пример. Число амортизаторов $N = 6$. Координаты точек крепления амортизаторов:

$$x_1 = x_2 = 0,223 \text{ м}; \quad x_3 = x_4 = -0,207 \text{ м}; \quad x_5 = 0,234 \text{ м}; \quad x_6 = -0,22 \text{ м};$$

$$y_1 = 0,2 \text{ м}; \quad y_2 = y_3 = -0,19 \text{ м}; \quad y_4 = 0,2 \text{ м}; \quad y_5 = y_6 = -0,281 \text{ м};$$

$$z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = -0,6235 \text{ м}; \quad z_5 = z_6 = 0,617 \text{ м}.$$

Размеры тела: $a = 0,561 \text{ м}$; $b = 0,6 \text{ м}$; $c = 1,238 \text{ м}$. Динамические жесткости амортизаторов в направлениях осей x, y, z :

$$C_{1x} = C_{2x} = C_{3x} = C_{4x} = C_{5x} = C_{6x} = 0,12 \cdot 10^6 \text{ Н/м};$$

$$C_{1y} = C_{2y} = C_{3y} = C_{4y} = 0,9 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; \quad C_{5y} = C_{6y} = 0,65 \cdot 10^6 \text{ Н/м};$$

$$C_{1z} = C_{2z} = C_{3z} = C_{4z} = 0,22 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; \quad C_{5z} = C_{6z} = 0,11 \cdot 10^6 \text{ Н/м}.$$

Задано кинематическое вибрационное перемещение основания в трех направлениях – гармонические колебания с амплитудой $A = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ и частотой $f = 5 \text{ Гц}$. Графики колебаний изображены на **Рис.2**.

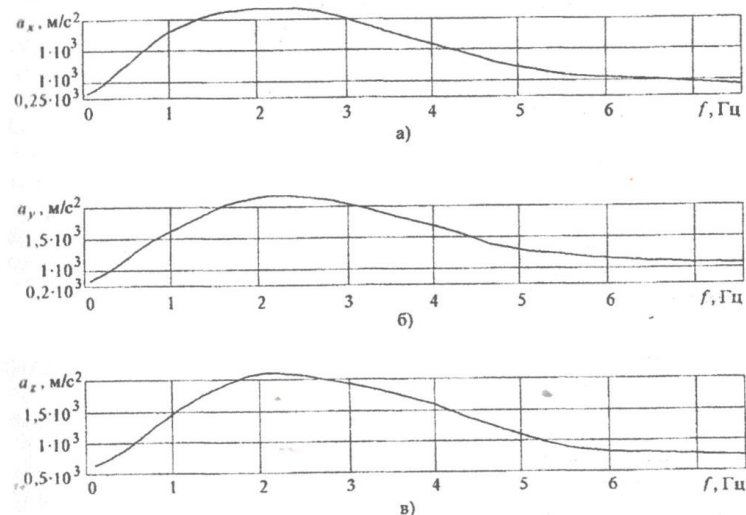


Рис.2 – Графики зависимости максимальных значений ускорений центра масс по осям соответственно x, y, z от частоты воздействия по оси x (с учетом амортизаторов 5, 6)

Комплекс программ реализует этапы расчета: определение координат центра масс объекта по координатам составных частей; определение осевых и центробежных моментов инерции объекта; реализация условий рационального монтажа и условий сужения спектра частот системы амортизации; определение реакций амортизаторов от статистической нагрузки; определение отклонения объекта при статистической нагрузке (положение статистического равновесия); оценка эффективности виброизоляции; определение собственных частот системы виброизоляции объекта как абсолютно твердого тела (6 частот); вычисление амплитуд перемещений и ускорений произвольной точки объекта при вибрационном

воздействии; исследование характера колебаний объекта во времени; определение частот собственных колебаний, амплитуд вынужденных колебаний и напряжений в опасных сечениях.

2. Нетрадиционная защита с использованием пластического демпфирования

Пример колебания системы с одной степенью свободы с упругопластической связью

Исследовано динамическое поведение упругопластической системы в резонансных режимах на упругом этапе деформирования. Характер движения системы при обычном и параметрическом резонансах сопоставляется с поведением линейной системы, которая деформируется упруго.

Наиболее общие сведения о нелинейных механических колебаниях даны в [10], но нелинейные механические системы гистерезисного типа в этой работе не рассматриваются.

Нелинейное дифференциальное уравнение движения упругопластической системы

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{m} \cdot Q(x) = A \cdot \sin pt,$$

где m – масса объекта. В каждом j -м шаге численного интегрирования уравнения вычислялась сила $Q_j = Q_{j-1} + c \cdot (x_j - x_{j-1})$, где Q_{j-1} – восстанавливающая сила на $j-1$ -м этапе; c – коэффициент жесткости на упругом участке диаграммы деформирования; x_j, x_{j-1} – перемещения объекта на соответствующих участках. Проверялись условия: если $Q \leq -Q_T$, то $Q := -Q_T$; если $Q \geq +Q_T$, то $Q := +Q_T$, где Q_T – пластическое сопротивление.

В уравнении движения принято: A – амплитудное значение гармонического воздействия; p – частота гармонического воздействия. Обычный резонанс в системе на упругом участке наступает при $k = p$, где

$k = \sqrt{\frac{c}{m}}$. Численное интегрирование осуществлялось для: $m = 4000$ кг; $c = 8 \cdot 10^5$ Н/м; $Q_T = 8000$ Н; $A = 9$ м/с².

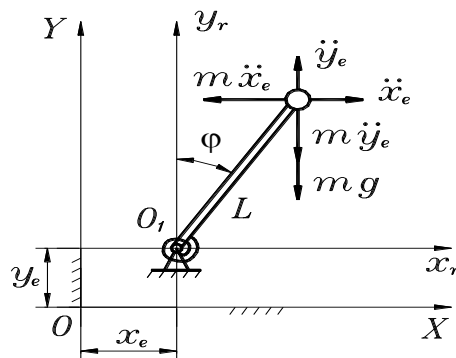


Рис.3 – Схема движения системы с одной степенью свободы с упругопластическим шарниром

На **Рис.3** изображена схема переносного движения (вдоль осей x и y) перевернутого маятника с упругопластическим шарниром в точке O_1 . Дифференциальное уравнение:

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -M(\varphi) + m \cdot (g + \ddot{y}_e) \cdot L \cdot \sin \varphi - m \cdot \ddot{x}_e \cdot L \cdot \cos \varphi,$$

где $J = m \cdot L^2$ – момент инерции сосредоточенной массы (стержень невесомый); m – сосредоточенная масса; φ – угол поворота; $M(\varphi)$ – упругопластический момент в точке O_1 ; L – длина стержня; $\ddot{y}_e$ – вертикальное ускорение сосредоточенной массы в связи с переносным движением; $\ddot{x}_e$ – горизонтальное ускорение переносного движения. Если относительные перемещения малы, т.е. $\sin \varphi \approx \varphi$ и $\cos \varphi \approx 1$, то уравнение запишется так

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{1}{m \cdot L^2} \cdot M(\varphi) + \frac{(g + \ddot{y}_e)}{L} \cdot \varphi - \frac{\ddot{x}_e}{L}.$$

При замене $\varphi \approx x/L$ уравнение преобразуется к виду

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1}{m} \cdot Q(x) - \left(\frac{g + \ddot{y}_e}{L} \right) \cdot x = -\ddot{x}_e,$$

где $Q(x)$ – сила, отражающая упругопластическое деформирование соединения в точке O_1 .

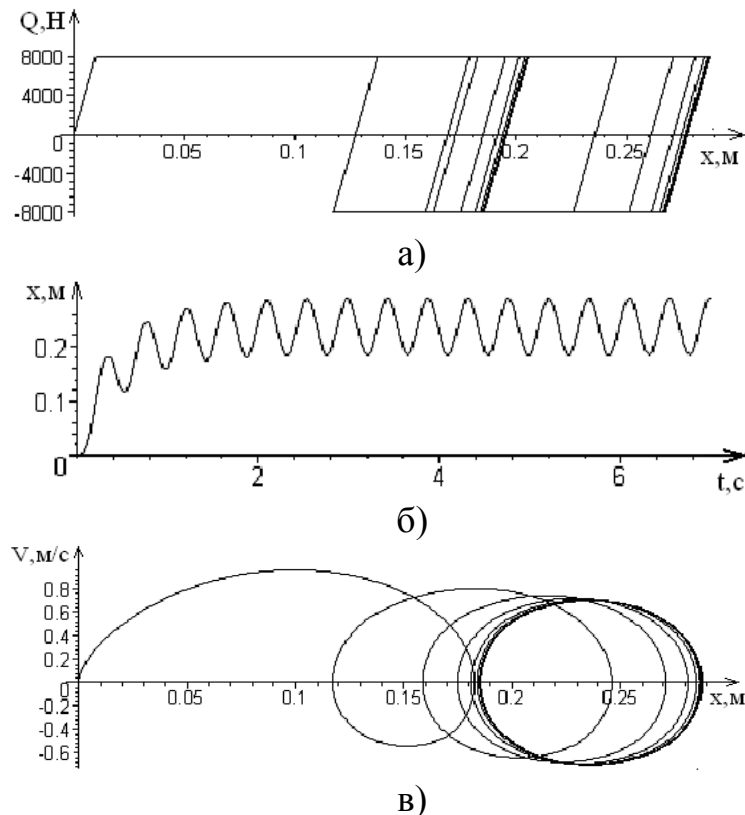


Рис.4 – Резонанс в упругопластической системе без учета линейно-вязкого сопротивления: а) график $Q = Q(x)$; б) график $x = x(t)$; в) график $V = V(x)$

Из **Рис.4** следует, что с течением времени в упругопластической системе наблюдаются устойчивые колебания около нового положения равновесия, причем перемещение и скорость в несколько раз меньше, чем в линейной системе.

Параметрическое резонансное возбуждение колебаний в линейной и упругопластической системах может приводить к снижению уровня колебаний, возникающих при обычном резонансе. Упругопластическая система при резонансе (на упругом участке деформирования) асимптотически устойчива, установившиеся колебания происходят около нового положения равновесия. При учете линейно-вязкого сопротивления в упругопластической системе в резонансном режиме за один цикл колебаний достигается устойчивое движение.

Оценка возможности использования теории пластического течения при учете пластического демпфирования.

Дифференциальные зависимости между внутренними усилиями и деформациями в месте защемления стержня согласно кинематической модели В. Прагера [8] позволяют находить в предельном состоянии приращения внутренних усилий (изгибающего и крутящего моментов) в зависимости от приращения угла поворота сечения и приращения перемещения центра тяжести соответствующего сечения.

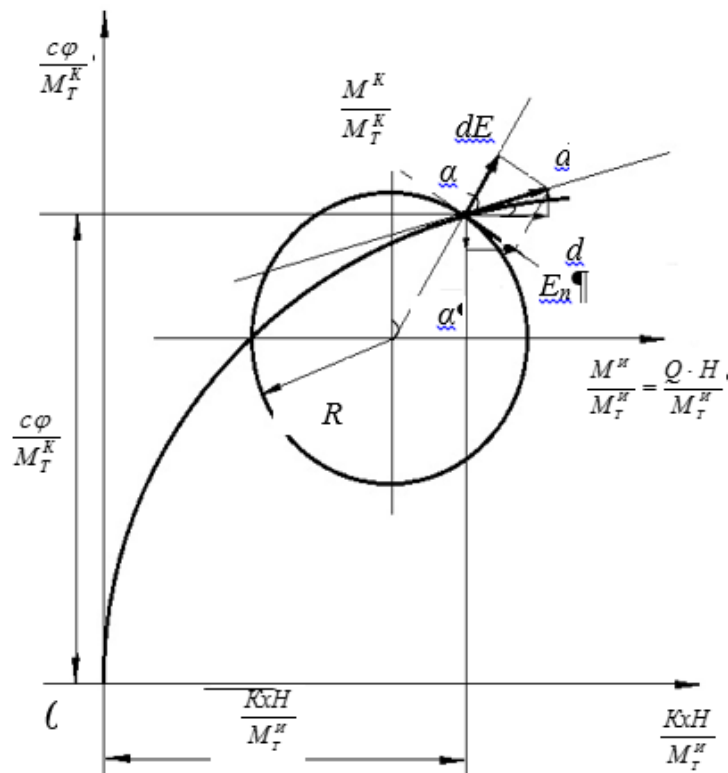


Рис.5 – Схема для определения приращения внутренних усилий в зависимости от деформаций в предельном состоянии заданного сечения

Условие наступления предельного состояния в защемлении стойки принимает вид:

$$\left(\frac{M^K}{M_T^K}\right)^2 + \left(\frac{M^H}{M_T^H}\right)^2 \geq 1,$$

где $M^H = Q \cdot H$ – изгибающий момент в сечении; Q – поперечная сила; H – высота стойки; M^K – крутящий момент; M_T^K , M_T^H – предельные значения крутящего момента (в отсутствие изгиба) и изгибающего момента (в отсутствие кручения). Например, для прямоугольного сечения

$$M_T^H = \frac{\sigma_T b h^2}{4}, \quad M_T^K = \frac{\tau_T b h^2}{2}, \quad \text{где } \sigma_T, \tau_T \text{ – напряжения текучести.}$$

Схема кинематической модели (определение приращений внутренних усилий в зависимости от деформаций в предельном состоянии) изображена на **Рис.5**. Кинематическая модель справедлива при сложном характере нагружения и произвольном пути деформирования.

Неподвижная система координат описывается безразмерными параметрами $\frac{c\varphi}{M_T^K}$ и $\frac{KxH}{M_T^H}$, где c , K – соответствующие коэффициенты

жесткости стержня. Подвижная система координат с параметрами $\frac{M^K}{M_T^K}$, $\frac{M^H}{M_T^H}$

позволяет представить соотношения между усилиями и деформациями в деформированном предельном состоянии сечения стержня.

Здесь фактически используется рабочая аналогия при сопоставлении полного сечения стержня и элементарной площадки.

В задачах динамики в случае, например, плоского движения жесткого диска на стойках, в которых допускаются пластические деформации в виде стационарных пластических шарниров в местах защемлений, при численном интегрировании уравнений движения приращения восстанавливающих сил и крутящих моментов записываются так:

$$\Delta M_j^K = (Q_{j-1} \cdot c \cdot \Delta \varphi - K \cdot M_{j-1}^K \cdot \Delta x) \cdot \frac{Q_{j-1} H^2}{(M_T^H)^2},$$

$$\Delta Q_j = (K \cdot M_{j-1}^K \cdot \Delta x - Q_{j-1} \cdot c \cdot \Delta \varphi) \cdot \frac{M_{j-1}^K H}{(M_T^K)^2},$$

где $M_j^K = M_{j-1}^K + \Delta M^K$, $Q_j = Q_{j-1} + \Delta Q$.

Предложенный алгоритм применения данной интерпретации кинематической модели В. Прагера использовался при расчете рамных конструкций в случае сейсмических воздействий [15].

Динамика объекта с физически нелинейным подвесом.

Исследованию статики и динамики упругопластических систем посвящены, например, работы [9 – 16].

Актуальны задачи колебания объекта как абсолютно твердого тела в

случае упругопластического подвеса при различных типах динамического воздействия.

Уравнение поступательного движения объекта вдоль оси:

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = - \left[\left(\sum_{i=1}^4 C_{ui} + \sum_{i=5}^6 C_{wi} \right) u + \left(\sum_{i=1}^6 C_{ui} z_i \right) \theta_y + \left(- \sum_{i=1}^6 C_{ui} y_i \right) \theta_z \right] - m \ddot{\xi}_x.$$

Знаки в правой части уравнения принимаются так, чтобы при учете знаков координат амортизаторов восстанавливающая сила имела действительное направление, соответствующее физическому смыслу задачи.

Для амортизатора с № 1 y_1 отрицательно, поэтому $-C_{u1}y_1 > 0$, а с учетом знака перед квадратной скобкой в правой части дифференциального уравнения истинное направление восстанавливающей силы за счет поворота сохраняется. Для амортизатора с № 2 справедливы аналогичные рассуждения, т.к. y_2 отрицательно.

Для амортизатора с № 4 $y_4 > 0$ восстанавливающая сила направлена по положительному направлению оси. Тогда $-C_{u4}y_4 < 0$, но с учетом знака перед квадратной скобкой в дифференциальном уравнении истинное направление восстанавливающей силы в связи с вращением вокруг оси Z_c для амортизатора с № 4 сохраняется. Для амортизатора с № 3 рассуждения аналогичные.

В случае работы связей (вместо амортизаторов) в идеальной пластической стадии некоторые коэффициенты жесткости становятся равными нулю, а восстанавливающие силы и моменты принимают предельные значения. Необходимо контролировать появление пластических деформаций в упругопластических связях, координаты которых соответствуют их точкам крепления к твердому телу.

Если исключить амортизаторы (связи) с № 5 и № 6 и жесткость в направлении оси Z_c , т.е. $C_{wi} = 0$, то для коэффициентов жесткости следуют зависимости:

$$C_u = \sum_{i=1}^4 C_{ui}; C_v = \sum_{i=1}^4 C_{vi}; C_{uy} = \sum_{i=1}^4 C_{ui} z_i; C_{uz} = - \sum_{i=1}^4 C_{ui} y_i; C_{vx} = - \sum_{i=1}^4 C_{vi} z_i; C_{vz} = \sum_{i=1}^4 C_{vi} x_i; \\ D_z = \sum_{i=1}^4 (C_{ui} y_i^2 + C_{vi} x_i^2); D_y = \sum_{i=1}^4 C_{ui} z_i^2; D_x = \sum_{i=1}^4 C_{wi} y_i^2; D_{xz} = - \sum_{i=1}^4 C_{vi} x_i z_i; D_{yz} = - \sum_{i=1}^4 C_{ui} y_i z_i$$

В этом случае объект совершает плоское движение (в горизонтальной плоскости), которое описывается уравнениями вида:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 u}{dt^2} = -C_u u - C_{uz} \theta_z - m \ddot{\xi}_x; \\ m \frac{d^2 v}{dt^2} = C_v v - C_{vz} \theta_z - m \ddot{\xi}_y; \\ I_z \frac{d^2 \theta_z}{dt^2} = -C_{uz} u - C_{vz} v - D_z \theta_z - B_z; \end{cases}$$

$$\text{где } C_u = \sum_{i=1}^4 C_{ui}; \quad C_v = \sum_{i=1}^4 C_{vi}; \quad C_{uz} = -\sum_{i=1}^4 C_{ui} y_i; \quad C_{vz} = \sum_{i=1}^4 C_{vi} x_i; \quad D_z = \sum_{i=1}^4 (C_{ui} y_i^2 + C_{vi} x_i^2).$$

Один из алгоритмов учета упругопластического деформирования при динамической нагрузке состоит в следующем. Проиллюстрируем его на примере упругопластической связи с № 1. В каждом шаге интегрирования непрерывно вычисляются поперечные (восстанавливающие) силы:

$$Q_{lu}^{j+1} := Q_{lu}^j + C_{u1} \Delta u - (-C_{u1} y_1 \Delta \theta_z); \quad Q_{lv}^{j+1} := Q_{lv}^j + C_{v1} \Delta v - (C_{v1} x_1 \Delta \theta_z).$$

Если выполняется условие $\sqrt{(Q_{lu}^{j+1})^2 + (Q_{lv}^{j+1})^2} \geq Q_1^0$, то наступает пластическая стадия и принимается $Q_{lu}^{j+1} := Q_{lu}^j$, $Q_{lv}^{j+1} := Q_{lv}^j$, иначе $Q_{lu}^j := Q_{lu}^{j+1}$; $Q_{lv}^j := Q_{lv}^{j+1}$ (для упругой стадии). Аналогичные условия должны проверяться для всех (четырёх) связей.

Вариант исследования колебаний объекта с классической системой виброизоляции в виде амортизаторов (линейная система) необходим как базовый для сравнения поведения этого же объекта в случае нетрадиционной защиты, когда используются различные конструктивные решения и схемы пластического демпфирования. Дополнительная упругопластическая связь включается при заданном пороге перемещения объекта.

Пластический шарнир (**Рис.6**) образуется в месте соединения связи с основанием при достижении заданного перемещения. Коэффициент жесткости связи вычисляется по формуле

$$k = 3EI/H^3, \quad (4)$$

где EI – жесткость связи на изгиб (E – модуль упругости первого рода материала связи, $I = \pi d^4/64$, d – диаметр связи); H – свободная длина связи. Предельное перемещение, при котором достигается пластическое состояние (появление пластического шарнира), вычисляется из следующих соображений. На основании теории пластичности предельный пластический момент (круглое сечение в месте заделки находится в пластической стадии) вычисляется как

$$M_T = 4\sigma_T R^3/3,$$

где σ_T – напряжение текучести материала связи; $R = d/2$ – радиус

поперечного сечения. Тогда предельная поперечная сила равна

$$Q_T = M_T / H = 4\sigma_T R^3 / 3H.$$

Предельную силу можно вычислить и так:

$$Q_T = k\Delta_T, \quad (5)$$

где k определяется формулой (4); Δ_T – предельное перемещение, при котором наступает текучесть. Из выражений (4) и (5) следует значение предельного перемещения: $\Delta_T = \frac{4\sigma_T R^3 H^2}{9EI}$.

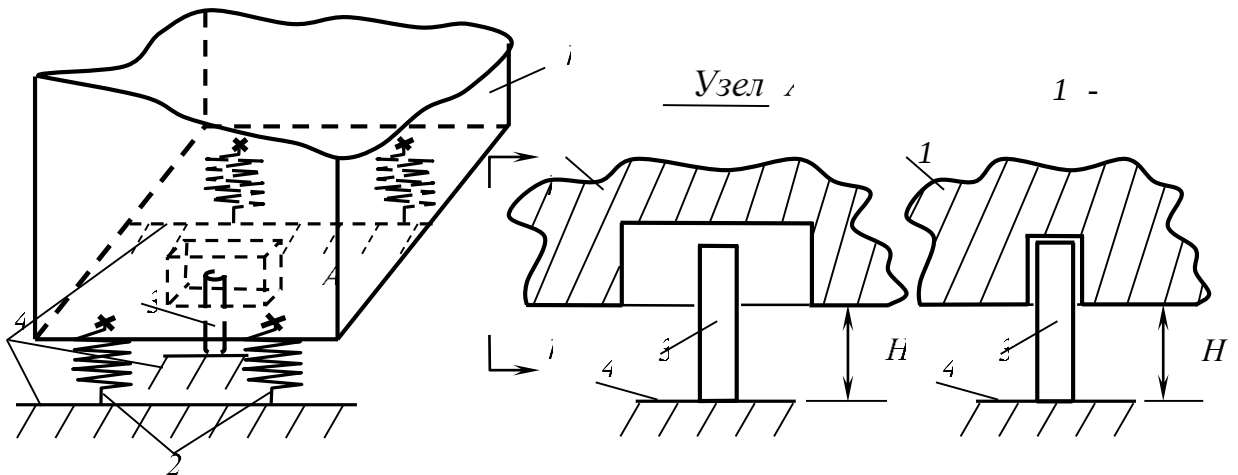


Рис.6 – Схема крепления упругопластической связи: 1 – объект, 2 – амортизаторы

Итак, если перемещение точки соединения упругопластической связи с объектом достигает величины Δ_T , то появляется пластический шарнир и восстанавливающая сила становится предельной. Если заранее назначить Δ_T , то при известных Q_T , H и E находится требуемый радиус R поперечного сечения связи. Принято, что $\Delta_T \approx (0.6 \div 0.8)\Delta$, где Δ – свободный ход амортизатора.

В каждом шаге интегрирования вычисляется общее линейное перемещение (точки крепления связи вдоль оси), обусловленное поступательным перемещением центра масс объекта и его поворотом вокруг оси y , т.е. $u_{j+1}^* = u_j + \theta_{yj}d$, где u_{j+1}^* – перемещение точки крепления связи в $j+1$ шаге интегрирования уравнений движения; u_j – перемещение центра масс вдоль оси x в j -м (предшествующем) шаге интегрирования уравнений движения; θ_{yj} – угол поворота объекта вокруг оси y , проходящей через центр масс, в j -м шаге; d – расстояние от центра масс

до точки крепления упругопластической связи.

В каждом шаге должна вычисляться восстанавливающая сила в связи согласно формуле: $Q_{j+1}^x = Q_j^x + C_x(u_{j+1}^* - u_j^*)$, где Q_{j+1}^x , Q_j^x – величины восстанавливающей силы в $j+1$ и j -м этапах интегрирования; C_x – коэффициент жесткости связи при ее работе в упругой стадии; u_j^* – перемещение в j -м шаге. Далее проверяются логические условия наступления пластического деформирования связи: если $Q_{j+1}^x \leq -Q_0$, то $Q_{j+1}^x = -Q_0$; если $Q_{j+1}^x \geq Q_0$, то $Q_{j+1}^x = Q_0$, где Q_0 – предельное значение восстанавливающей силы при переходе связи в пластическую стадию.

Если использовать связи по двум осям, то условия работы связи вдоль оси x остаются прежними, а по оси y составляются по аналогии: $v_{j+1}^* = v_j + \theta_{xj} d$, где v_{j+1}^* – перемещение точки крепления связи по оси y в $j+1$ шаге интегрирования; v_j – перемещение центра масс по оси y ; θ_{xj} – угол поворота объекта вокруг оси x , проходящей через центр масс в j -м шаге; d – расстояние от центра масс до точки крепления упругопластической связи.

Как и ранее, справедлива зависимость: $Q_{j+1}^y = Q_j^y + C_y(v_{j+1}^* - v_j^*)$, где Q_{j+1}^y , Q_j^y – величины восстанавливающей силы в $j+1$ и j -м этапах интегрирования; C_y – коэффициент жесткости связи при ее работе в упругой стадии; v_j^* – перемещение в j -м шаге.

Для упругопластической связи справедливы условия: если $Q_{j+1}^y \leq -Q_0$, то $Q_{j+1}^y = -Q_0$; если $Q_{j+1}^y \geq Q_0$, то $Q_{j+1}^y = Q_0$.

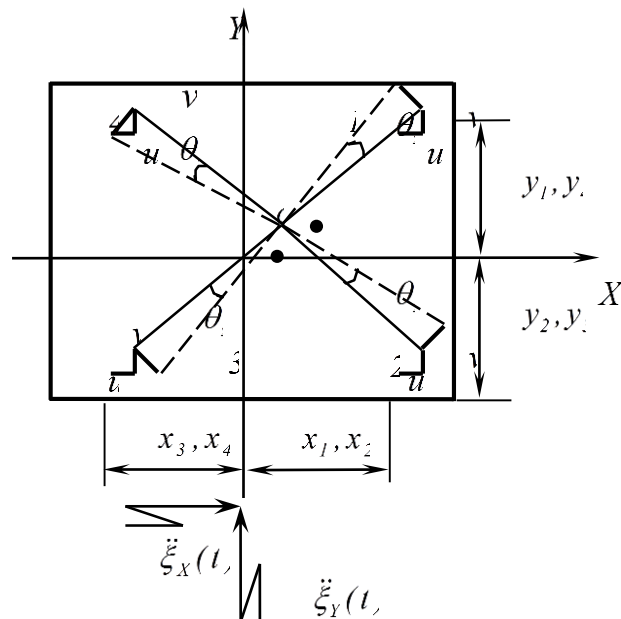


Рис.7 – Схема плоского движения

Пример. Объект защиты – абсолютно твердое тело с тремя степенями свободы совершает плоское (плоскопараллельное) движение (**Рис.7**). Упругопластические связи располагаются в местах крепления амортизаторов. Предельные пластические сопротивления связей обусловлены изгибом связей в двух плоскостях. Величины максимальных ускорений в упругопластической системе сравнивались с ускорениями в линейной (с упругим подвесом).

Выражения для модулей восстанавливающих сил в связях по оси x имеют вид:

$$Qu_1 = Cu_1 \cdot u - Cu_1 \cdot y_1 \cdot \theta_z, \quad Qu_2 = Cu_2 \cdot u + Cu_2 \cdot y_2 \cdot \theta_z,$$

$$Qu_3 = Cu_3 \cdot u + Cu_3 \cdot y_3 \cdot \theta_z, \quad Qu_4 = Cu_4 \cdot u - Cu_4 \cdot y_4 \cdot \theta_z,$$

где Cu_1, Cu_2, Cu_3, Cu_4 – коэффициенты жесткости связей в направлении оси x ; u – перемещение центра масс объекта; y_1, y_2, y_3, y_4 – координаты связей; θ_z – угол поворота объекта относительно оси z . Соответственно выражение для модулей восстанавливающих сил в связях по оси y записываются как:

$$Qv_1 = Cv_1 \cdot v + Cv_1 \cdot x_1 \cdot \theta_z, \quad Qv_2 = Cv_2 \cdot v + Cv_2 \cdot x_2 \cdot \theta_z,$$

$$Qv_3 = Cv_3 \cdot v - Cv_3 \cdot x_3 \cdot \theta_z, \quad Qv_4 = Cv_4 \cdot v - Cv_4 \cdot x_4 \cdot \theta_z,$$

где Cv_1, Cv_2, Cv_3, Cv_4 – коэффициенты жесткости связей с номерами 1, 2, 3, 4 по направлению оси y ; x_1, x_2, x_3, x_4 – координаты точек крепления связей к твердому телу (объекту); v – перемещение центра масс объекта вдоль оси y .

Общая восстанавливающая сила по оси x : $Qu = Qu_1 + Qu_2 + Qu_3 + Qu_4$.

Восстанавливающая сила по оси y : $Qv = Qv_1 + Qv_2 + Qv_3 + Qv_4$.

В примере возмущение задано в виде ускорения основания: $\ddot{\xi}_x(t) = \ddot{\xi}_y(t) = A \cdot \cos(\omega t)$, где амплитуда и частота входного воздействия соответственно $A = 12,3 \text{ м/с}^2$ и $\omega = 124 \text{ с}^{-1}$.

Выводы. Выполнено моделирование динамики упруго подвеса и подвеса с упругопластическими связями. Установлено, что линейные ускорения центра масс объекта в упругопластической системе в 3 и более раз меньше, чем в упругой.

Численный эксперимент позволил путем варьирования величины предельного сопротивления достигнуть требуемого снижения динамической нагрузки на объект. Практическое использование упругопластического демпфирования колебаний предполагает расчет и проектирование специальных узлов крепления объекта к основанию, в которых предусмотрено развитие пластических деформаций.

Библиографический список

1. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. – Т.2. Колебания механических систем / Под ред. И.И. Блехмана. – М.: Машиностроение,

1979. – 351 с.
2. Ильинский В.С. Вопросы изоляции вибрации и ударов / В.С. Ильинский. – М.: Сов. Радио, 1960. – 365 с.
3. Ильинский В.С. Защита РЭА и прецизионного оборудования от динамических воздействий / В.С. Ильинский. – М.: Радио и связь, 1982. – 296 с.
4. Белявский Н.Г. Конструктивная амортизация механизмов, приборов и аппаратуры на судах / Н.Г. Белявский. – М.: Судостроение, 1965. – 523 с.
5. Божко А.Е. Пассивная и активная виброзащита судовых механизмов / А.Е. Божко, А.Ф. Галь, А.П. Гуров и др. – Л.: Наука, 1987. – 176 с.
6. Коловский М.З. Нелинейная теория виброзащитных систем / М.З. Коловский. – М.: Наука, 1966. – 317 с.
7. Бохонский А.И. Защита от динамических воздействий объектов как абсолютно твердых тел / А.И. Бохонский // Вестник СевГТУ. Механика, энергетика, экология, Вып. 6. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1997. – С. 7 – 14.
8. Прагер В. Проблемы теории пластичности / В. Прагер. М.: Физматгиз, 1958. – 136 с.
9. Дикович И.А. Динамика упругопластических балок / И.А. Дикович. М.: Судпромгиз, 1962. – 292 с.
10. Ржаницын А.Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов / А.Р. Ржаницын. – М.: Госстройиздат, 1954. – 288 с.
11. Бохонский А.И. Деформации упругопластической системы при сейсмическом воздействии / А.И. Бохонский // Респ. межвед. науч.-техн. сб. «Сопротивление материалов и теория сооружений», Вып. XXV. – К.: Будівельник, 1975. – С. 77 – 81.
12. Бохонский А.И. Деформации упругопластической системы при учете горизонтальной и вертикальной составляющих сейсмического воздействия // А.И. Бохонский / Реферативный сборник «Сейсмическое строительство. Отечественный и зарубежный опыт», Вып. 5. – М.: Цент. ин-т науч. инф. по строительству и архитектуре, 1974. – С. 46 – 49.
13. Бохонский А.И. Модели упругопластического деформирования стержней // А.И. Бохонский, А.В. Исаев / Вестник СевГТУ. Механика, энергетика, экология, Вып. 80. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2007. – С. 15 – 19.
14. Бохонский А.И. Управляемое гашение изгибных колебаний стержня / А.И. Бохонский // Вестник СевГТУ. Механика, энергетика, экология, Вып. 15. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1998. – С. 15 – 20.
15. Бохонский А.И. Крутильно-поступательные колебания упругопластических систем / А.И. Бохонский // Строительство и архитектура. Сер. Строительство в особых условиях. Сейсмическое строительство, Вып. 1. – М.: ЦИНИС. Госстрой СССР, 1983. – С. 21 – 24.
16. Бохонский А.И., Галкина Н.Г. Адаптивная система защиты приборов

от вибрационных и импульсных воздействий большой интенсивности / А.И. Бохонский, Н.Г. Галкина // Приборостроение, № 43. – 1992. – С. 71 – 75.

Bibliograficheskiy spisok

1. Vibracii v tekhnike: Spravochnik. V 6-ti t. – T.2. Kolebaniya mekhanicheskikh sistem / Pod red. I.I. Blekhmana. – M.: Mashinostroenie, 1979. – 351 s.
2. Il'inskij V.S. Voprosy izolyacii vibracii i udarov / V.S. Il'inskij. – M.: Sov. Radio, 1960. – 365 s.
3. Il'inskij V.S. Zashchita REA i precizionnogo oborudovaniya ot dinamicheskikh vozdeystvij / V.S. Il'inskij. – M.: Radio i svyaz', 1982. – 296 s.
4. Belyavskij N.G. Konstruktivnaya amortizaciya mekhanizmov, priborov i apparatury na sudah / N.G. Belyavskij. – M.: Sudostroenie, 1965. – 523 s.
5. Bozhko A.E. Passivnaya i aktivnaya vibrozashchita sudovykh mekhanizmov / A.E. Bozhko, A.F. Gal', A.P. Gurov i dr. – L.: Nauka, 1987. – 176 s.
6. Kolovskij M.Z. Nelinejnaya teoriya vibrozashchitnykh sistem / M.Z. Kolovskij. – M.: Nauka, 1966. – 317 s.
7. Bohonskij A.I. Zashchita ot dinamicheskikh vozdeystvij ob'ektov kak absolyutno tverdykh tel / A.I. Bohonskij // Vestnik SevGTU. Mekhanika, energetika, ekologiya, Vyp. 6. – Sevastopol': Izd-vo SevGTU, 1997. – S. 7 – 14.
8. Prager V. Problemy teorii plastichnosti / V. Prager. M.: Fizmatgiz, 1958. – 136 s.
9. Dikovich I.A. Dinamika uprugoplasticheskikh balok / I.A. Dikovich. M.: Sudpromgiz, 1962. – 292 s.
10. Rzhanicyn A.R. Raschet sooruzhenij s uchetom plasticheskikh svoystv materialov / A.R. Rzhanicyn. – M.: Gosstroizdat, 1954. – 288 s.
11. Bohonskij A.I. Deformacii uprugoplasticheskoy sistemy pri sejsmicheskom vozdeystvii / A.I. Bohonskij // Resp. mezhved. nauch.-tekhn. sb. «Soprotivlenie materialov i teoriya sooruzhenij», Vyp. XXV. – K.: Budivel'nik, 1975. – S. 77 – 81.
12. Bohonskij A.I. Deformacii uprugoplasticheskoy sistemy pri uchete gorizontальной i vertikal'noj sostavlyayushchih sejsmicheskogo vozdeystviya // A.I. Bohonskij / Referativnyj sbornik «Sejsmicheskoe stroitel'stvo. Otechestvennyj i zarubezhnyj opyt», Vyp. 5. – M.: Cent. in-t nauch. inf. po stroitel'stvu i arhitekture, 1974. – S. 46 – 49.
13. Bohonskij A.I. Modeli uprugoplasticheskogo deformirovaniya sterzhnej // A.I. Bohonskij, A.V. Isaev / Vestnik SevGTU. Mekhanika, energetika, ekologiya, Vyp. 80. – Sevastopol': Izd-vo SevNTU, 2007. – S. 15 – 19.
14. Bohonskij A.I. Upravlyаемое гашение изгибных колебаний стержня / A.I. Bohonskij // Vestnik SevGTU. Mekhanika, energetika, ekologiya, Vyp. 15. – Sevastopol': Izd-vo SevGTU, 1998. – S. 15 – 20.

15. Bohonskij A.I. Krutil'no-postupatel'nye kolebaniya uprugoplasticheskikh sistem / A.I. Bohonskij // Stroitel'stvo i arhitektura. Ser. Stroitel'stvo v osobyyh usloviyah. Seismicheskoe stroitel'stvo, Vyp. 1. – M.: CINIS. Gosstroj SSSR, 1983. – S. 21 – 24.
16. Bohonskij A.I., Galkina N.G. Adaptivnaya sistema zashchity priborov ot vibracionnyh i impul'snyh vozdeystviy bol'shoj intensivnosti / A.I. Bohonskij, N.G. Galkina // Priborostroenie, № 43. – 1992. – S. 71 – 75.

¹*Бохонский Александр Иванович, д-р техн. наук, проф., bohon.alex@mail.ru, Россия, Севастополь, Севастопольский государственный университет профессор*

²*Варминская Наталья Ивановна, канд. техн. наук, доц., зав. кафедрой, nvarminska@gmail.com, Россия, Севастополь, Черноморское высшее военно-морское училища имени П.С. Нахимова*

NON-CONVENTIONAL PROTECTION OF ELECTRONIC OBJECTS FROM DYNAMIC IMPACTS

A.I. Bokhonsky, N.I. Varminskaya

Two types of objects protection from dynamic influences are studied: elastic suspension and elastic-plastic suspension. The examples show a decrease in dynamic loads on an object when using plastic damping.

Keywords: elastic suspension, elastic-plastic suspension, object dynamics, vibration damping.

Bokhonsky Alexander Ivanovich, doctor of technical sciences, professor, bohon.alex@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Varminskaya Natalia Ivanovna, Ph.D., associate Professor, nvarminska@gmail.com,, Russia, Sevastopol, Black Sea Higher Naval School named after P.S. Nakhimov.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ ДЕТАЛЕЙ ПРИ ТОЧЕНИИ С УЧЕТОМ ВЕРОЯТНОСТНОГО ХАРАКТЕРА ПАРАМЕТРОВ МИКРО И МАКРОНЕРОВНОСТЕЙ

Вожжов, А. А.¹ Ярохина Д. В.²

Аннотация. Учитывая вероятностный характер параметров микро- и макронеровностей, в соответствии с физико-технологической теорией образования неровностей деталей при точении, параметры профиля описываются усредненными величинами с добавлением их возможных превышений. Проведен анализа возможных отклонений средних и крайних значений ординат профиля относительно их средних значений, сделано предположение, что использование для моделирования детерминированного подхода позволит, свести к минимуму факторы, обуславливающие появление случайной составляющей неровностей профиля. Допустимость такого подхода к моделированию рельефа поверхности подтверждается экспериментально.

Ключевые слова. Моделирование, технологический фактор, вероятностный характер, микрорельеф, точность, качество деталей, взаимное перемещение заготовки и инструмента.

Стремление управлять качеством изделий на стадии проектирования технологических процессов механической обработки деталей выдвигает требования моделирования процесса формирования параметров качества, в т. ч. шероховатости и волнистости. Наибольшую актуальность приобретает прогнозирование параметров качества на финишных операциях, поскольку в этом случае технологические дефекты в дальнейшем исправить нельзя. Обработка на токарных станках часто является финишной операцией, поскольку высокая точность современных станков с ЧПУ, высокая стойкость режущего инструмента, выбор оптимальных режимов резания обеспечивают точение практически без наростообразования, прижогов и вибраций.

Управлять параметрами качества можно как на стадии проектирования технологии при технологической подготовке производства, так и при непосредственном управлении технологическими процессами и операциями. Анализ и оптимизация вариантов технологии на стадии ее проектирования предпочтительнее, поскольку при этом, сокращаются сроки выбора оптимального варианта, снижаются затраты на подготовку производства новых изделий и упрощаются технические средства, непосредственно управляющие металлорежущим оборудованием. Для прогнозирования на стадии подготовки производства и автоматического управления параметрами качества в процессе обработки необходимо

построение математической модели формирования параметров качества при обработке деталей.

На геометрическую точность и микрорельеф поверхности детали при механической обработке оказывает влияние большое число параметров и факторов: скорость резания V ; глубина резания t ; подача S ; геометрия и степень притупления инструмента; жесткость детали и технологической системы; состояние оборудования, и степень его износа; точность приборов и методов измерения параметров точности, шероховатости и волнистости. Каждый из перечисленных параметров в процессе обработки может меняться, причем его величина колеблется около какого-то среднего значения, т. е. имеет место сочетание систематических и случайных факторов. Эти факторы влияют на точность и образующийся при механической обработке микрорельеф поверхности в различной мере. Исследования показывают [1,2], что уровень влияния отдельных факторов невелик и практически не контролируется современными измерительными приборами.

Анализ значимости технологических и конструктивных факторов позволяет при построении формализованной модели процессом установить уровень их влияния на точность и микрорельеф и минимизировать модель. К числу факторов, оказывающих доминирующее влияние на формирование рассматриваемых параметров при механической обработке, отнесены [1,2] режимы резания, жесткость детали, характеристика инструмента и параметры его износа, физико – механические свойства обрабатываемого материала.

При моделировании процесса образования неровностей в проведенных ранее исследованиях [1,2]; предполагается, что резец перемещается относительно заготовки в соответствии с кинематикой точения и совершает колебания по направлению действия радиальной P_y составляющей силы резания, при этом резец переносит профиль своей вершины в плане на обрабатываемую заготовку [3].

На **Рис.1** показана схема ординарного точения заготовки. К патрону приложена возмущающая сила $P(t) = P_0 \cos(\omega t)$, обусловленная дисбалансом патрона, амплитудное значение которой определяется зависимостью

$$P_0 = M_d \omega^2 r_d, \quad (1)$$

где M_d – масса дисбаланса; r_d – расстояние массы дисбаланса от оси вращения; ω – круговая частота вращения патрона.

В связи с неравномерностью перемещений заготовки от вершины резца в процессе точения будет изменяться и глубина резания t , а следовательно, и сила P_y . Исходя из этого

$$C_0 = \partial P_y / \partial t \quad (2)$$

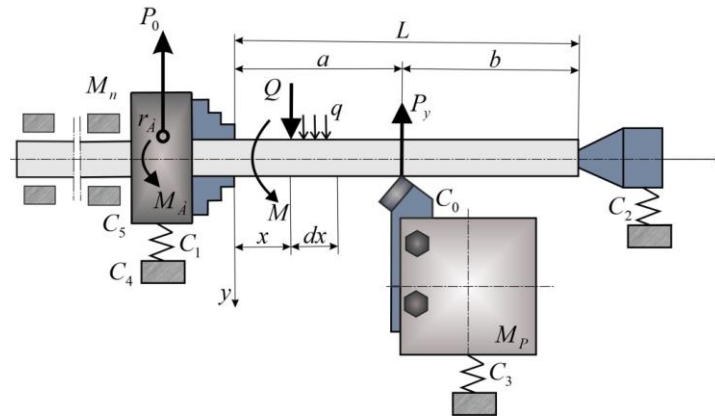


Рис.1 – Схема точения заготовки:

a – расстояние от места закрепления заготовки до места приложения радиальной составляющей силы резания; M_n и M_p – масса соответственно патрона и резцедержателя; C_1 , C_2 , C_3 и C_4 – соответственно жесткость передней и задней бабок, жесткость резцедержателя, угловая жесткость передней бабки; M , Q и q – соответственно изгибающий момент, перерезывающая сила и распределенная нагрузка элемента единичной длины; C_0 – изменение силы P_y , приходящееся на единицу глубины резания t ; L – длина обработки

При наличии указанных силовых воздействий упругое перемещение любой точки заготовки может быть представлено в виде

$$y_1 = \{y_0 K_0(\alpha x) + \Theta_0 K_2(\alpha x)/\alpha + M_0 K_3(\alpha x)/(\alpha^2 EI) + Q_0 K_4(\alpha x)/(\alpha^3 EI) + P_0 K_4[\alpha(x - \alpha)]/(\alpha^3 EI)\} \cos(\omega t), \quad (3)$$

где K_1 , K_2 , K_3 и K_4 – балочные функции А. Н. Крылова; $\alpha = [m\omega^2/(EI)]^{0,25}$; индексом «0» отмечены значения начальных параметров при $x = 0$; E – модуль упругости; I – момент инерции сечения; m – масса единичного элемента заготовки.

Перемещение вершины резца y_2 в направлении действия силы P_y представлено в виде гармонической функции времени того же периода, что и возмущающая сила:

$$y_2 = y_{20} \cos(\omega t). \quad (4)$$

Искомые взаимные перемещения заготовки и вершины резца y_i , определяющие формируемые при точении неровности поверхности, представляются как

$$y_i = y_{1i} + y_{2i}. \quad (5)$$

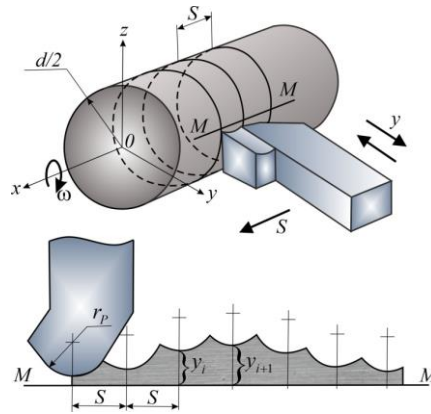


Рис.2 – Схемы образования неровностей при точении:

ω – угловая скорость детали; S – направление перемещения инструмента и подача; y – направление упругих перемещений заготовки и инструмента; M и M – трапп снятия профилограммы; y_i и y_{i+1} – взаимные перемещения заготовки и инструмента; d – диаметр заготовки, r_p – радиус вершины резца

Микрорельеф поверхности моделируется наложением на массив перемещений $\{y_i\}$ (Рис.2) профиля вершины инструмента в плане, который приближенно описывается дугой радиуса r_p (Рис.3) [5]. При этом последовательность высот неровностей обрабатываемой поверхности, имитирующая профилограмму, образуется путем добавления к вычисленным ранее массивам перемещений $\{y_i\}$ массива неровностей $\{h_j\}$ определяемого образом. Расстояния между отжатыми y_i и y_{i+1} выбирают равными шагу подачи S при точении. Затем определяют ординаты точек U_1 и U_2 , расположенных в середине шага, и исходя из непрерывности профиля выбирают меньшую ординату U , которую принимают за h_j . Из геометрических соображений следует:

$$\begin{aligned} h_j &= y_i + (r_p - \sqrt{r_p^2 - S^2 / 4} \approx y_i + S^2 / (8r_p) ; \\ h_{j+1} &= y_{i+1} + S^2 / (8r_p) ; \\ h_j &= h_{j \min} ; \\ h'_{j-1} &= y_i + S^2 / (32r_p) ; \\ h'_{j+1} &= y_{i+1} + S^2 / (32r_p) . \end{aligned} \quad (6)$$

Параметры шероховатости и волнистости рассчитываются с использованием полученной профилограммы. Учитывая вероятностный характер параметров микро- и макронеровностей, в соответствии с физико-технологической теорией образования неровностей деталей [4] параметры профиля описываются усредненными величинами с добавлением их возможных превышений. При этом представляет интерес степень влияния превышений высотных параметров шероховатой поверхности.

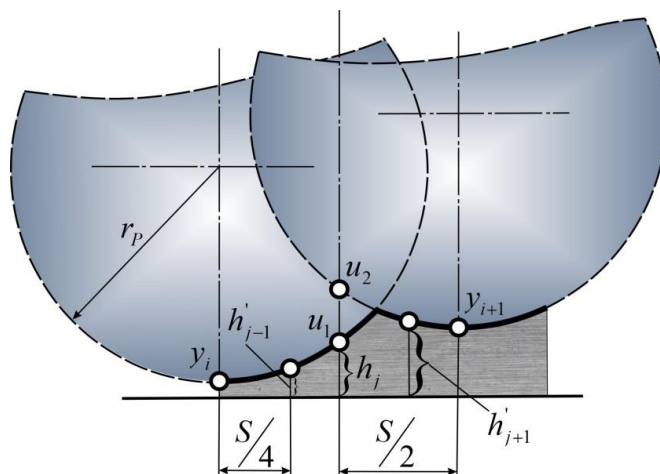


Рис.3 – Схема наложения профиля инструмента на массив перемещений

Параметр Ra соответствует среднему значению неровностей, параметр $Rmax$ определяется с использованием крайних значений статистического ряда неровностей («хвостов»). Средние значения (85%) можно условно принять распределенными нормально, «хвосты» же не подчинены нормальному распределению, и их оценка требует специального подхода [6, 7].

Параметр Ra соответствует среднему значению статистического ряда высот неровностей, а для оценки его случайных отклонений приемлем критерий Стьюдента t_β со степенью риска $1 - \beta$. Обозначая случайное отклонение параметра Ra через ε , получим

$$\varepsilon \leq t_\beta \sigma(h) / \sqrt{n}, \quad (7)$$

где $\sigma(h)$ – среднеквадратическое отклонение высоты профиля; n – число дискретных ординат, отображающих профиль.

Максимальная высота неровностей характеризует их размах, величина $\sigma(h)$ связана с максимальной высотой неровностей $Rmax$ зависимостью

$$Rmax = K_5 \sigma(h), \quad (8)$$

где K_5 – коэффициент пропорциональности, зависящий от числа ординат n и закона распределения высот неровностей, при $\beta = 0,92 \div 0,96$ и числе дискретных ординат неровностей $n = 40 \div 100$ коэффициент $K_5 = 2$. Для нормально распределенных величин при числе ординат $n = 40 \div 100$ коэффициент $K_5 = 5$.

По данным работы [4, 8] $Rmax$ приблизительно в 4 раза превышает среднее значение высоты неровностей. С учетом вышеизложенного зависимость (7) можно представить в виде

$$\varepsilon \leq (0,16 \div 0,25) Ra. \quad (9)$$

При оценке вариации максимальных неровностей дополним набор дискретных ординат профиля возможным предельным значением максимальной высоты профиля $R_{max_{max}}$, превышающим среднее значение R_{max} , полученное по профилограммам. По правилу Ирвина эта величина может быть членом статистического ряда при определенном условии. Пусть критерий Ирвина λ_β , степень риска прогноза $1 - \beta$, число дискретных ординат неровностей n . Тогда следует неравенство

$$R_{max_{max}} - R_{max} \leq \lambda_\beta \sigma(h). \quad (10)$$

Используя отношение Уилкса между размахом и среднеквадратическим отклонением, полученным исходя из позиций непараметрической статистики, имеем

$$R_{max} = (2n-1) \sigma(h) / \sqrt{2n-1}. \quad (11)$$

При $1 - \beta = 0,05$ величина $\lambda_\beta = 1,1$. Предполагая $n = 40 \div 100$ и подставляя эти величины в выражения (19) и (20), получим

$$(R_{max_{max}} - R_{max}) / R_{max} \leq (0,07 \div 0,11). \quad (12)$$

Из анализа зависимостей (9) и (12) следует, что возможные отклонения средних и крайних значений ординат профиля относительно их средних значений не превышают 25%. Следует отметить, что точность приборов для измерения шероховатости поверхности находится в пределах 10%. Допущение погрешности прогноза 25% позволяет применить для моделирования детерминированный подход, т. е. при прогнозировании свести до минимума учет факторов, обуславливающих появление случайной составляющей профиля неровностей. Допустимость такого подхода к моделированию рельефа поверхности подтверждается экспериментально.

Библиографический список

1. Дьяченко, П.Е. Исследование зависимости микрогеометрии поверхности от условий механической обработки / П.Е. Дьяченко. — Москва — Ленинград: Изд-во АН СССР, 1949. — 126 с.
2. Внуков Ю.М. Особенности формирования топографии обработанной поверхности детали при точении с вибрациями / Ю.М.Внуков, М.В.Кучугуров // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 151/2014. Серія: Машиноприладобудування та транспорт. — Севастополь, 2014. С. 36 – 40.
3. Кучугуров М.В. Способ определения сдвига фаз волн на поверхности резания ψ при точении / М.В. Кучугуров, Ю.Н. Внуков, С.И. Дядя // Вісник ЖДТУ: Процеси механічної обробки в машинобудуванні. — 2013. — Вип. 14. — С. 93 – 100.
4. Степанова, Е. А. Метрология и измерительная техника: основы обработки результатов измерений: учебное пособие для вузов / Е.А. Степанова, Н.А. Скулкина, А.С. Волегов; под общ. ред. Е.А. Степановой. — Москва: Изд-во Юрайт, 2017. — 95 с.
5. Резание металлов и технологическая точность в машиностроении: Ч1 /

Под ред. Ю.А. Розенберг, В.П. Пономарева. – Кург.машиностр.ин-т, 1968. – 235с.

6. Вожжов А.А. Обоснование объема исследовательской выборки в задачах прогнозирования параметров точности и качества изделия / А.А.Вожжов, В.А. Гречко, А.И.Рябченко/ Научный рецензируемый журнал. «Главный механик» № 6 (202) июнь / 2020 С. 18-22.
7. Гришина Т.Г. Факторы, влияющие на оперативность управления технологическими системами. Вестник МГТУ «Станкин». Научный рецензируемый журнал. М.: МГТУ «Станкин», 2011, № 3(15) – С. 167-169
8. Новоселов Ю. К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке / Ю. К. Новоселов. – Севастополь : Изд-во СевНТУ, 2012. – 304 с.

Bibliograficheskij spisok

1. D'yachenko, P.E. Issledovanie zavisimosti mikrogeometrii poverhnosti ot uslovij mekhanicheskoy obrabotki / P.E. D'yachenko. — Moskva — Leningrad: Izd-vo AN SSSR, 1949. — 126 s.
2. Vnukov YU.M. Osobennosti formirovaniya topografii obrabotannoj poverhnosti detali pri tochenii s vibracijami / YU.M.Vnukov, M.V.Kuchugurov // Visnik SevNTU: zb. nauk. pr. Vip. 151/2014. Seriya: Mashinopriladobuduvannya ta transport. — Sevastopol', 2014. S. 36 – 40.
3. Kuchugurov M.V. Sposob opredeleniya sdviga faz voln na poverhnosti rezaniya ψ pri tochenii / M.V. Kuchugurov, YU.N. Vnukov, S.I. Dyadya // Visnik ZHDTU: Procesi mekhanichnoï obrobki v mashinobuduvanni. – 2013. — Vip. 14. – S. 93 – 100.
4. Stepanova, E. A. Metrologiya i izmeritel'naya tekhnika: osnovy obrabotki rezultatov izmerenij: uchebnoe posobie dlya vuzov / E.A. Stepanova, N.A. Skulkina, A.S. Volegov; pod obshch. red. E.A. Stepanovoj. — Moskva: Izd-vo YUrajt, 2017. — 95 s.
5. Rezanie metallov i tekhnologicheskaya tochnost' v mashinostroenii: CH1 / Pod red. YU.A. Rozenberg, V.P. Ponomareva. – Kurg.mashinostr.in-t, 1968. – 235s.
6. Vozhzhov A.A. Obosnovanie ob"ema issledovatel'skoj vyborki v zadachah prognozirovaniya parametrov tochnosti i kachestva izdeliya / A.A.Vozhzhov, V.A. Grechko, A.I.Ryabchenko/ Nauchnyj recenziruemyj zhurnal. «Glavnyj mekhanik» № 6 (202) iyun' / 2020 S. 18-22.
7. Grishina T.G. Faktory, vliyayushchie na operativnost' upravleniya tekhnologicheskimi sistemami. Vestnik MGTU «Stankin». Nauchnyj recenziruemyj zhurnal. M.: MGTU «Stankin», 2011, № 3(15) – S. 167-169
8. Novoselov YU. K. Dinamika formoobrazovaniya poverhnostej pri abrazivnoj obrabotke / YU. K. Novoselov. – Sevastopol' : Izd-vo SevNTU, 2012. – 304 s.

¹Андрей Анатольевич Вожжов, канд. техн. наук, доцент, e-mail: 0506773532@mail.ru, Россия, Севастополь, Севастопольский государственный университет

²Дарья Васильевна Ярохина, студентка, e-mail: dasha.dashka2000@mail.ru, Севастопольский государственный университет

MODELING OF THE SURFACE RELIEF OF PARTS WHEN TURNING
WITH TAKING INTO ACCOUNT THE PROBABILITY OF THE PARAMETERS
OF MICRO AND MACRONERREALITIES

A.A.Vozhzhov, D.V.Yarokhina

Taking into account the probabilistic nature of the parameters of micro- and macroroughnesses, in accordance with the physical and technological theory of the formation of roughness of parts during turning, the profile parameters are described by averaged values with the addition of their possible excess. The analysis of possible deviations of the mean and extreme values of the profile ordinates relative to their mean values is carried out, the assumption is made that the use of a deterministic approach for modeling will allow minimizing the factors that cause the appearance of a random component of the profile irregularities. The admissibility of such an approach to modeling the surface relief is confirmed experimentally.

Key words: modeling, technological factor, probabilistic nature, microrelief, accuracy, quality of parts, mutual movement of the workpiece and the tool.

Andrey Anatolyevich Vozhzhov, Ph.D., associate professor, e-mail: 0506773532@mail.ru, Sevastopol State University

Daria Vasilievna Yarokhina, student, e-mail: dasha.dashka2000@mail.ru, Sevastopol State University

УДК 519.873

ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ ПО НАРАБОТКЕ НЕНАДЕЖНОЙ ОДНОЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПОТЕРЯМИ И НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ О ЕЕ ПАРАМЕТРАХ

Песчанский А.И.¹

Аннотация. Рассматривается ненадежная восстанавливаемая одноканальная система обслуживания с потерями, в которой во время обслуживания требований могут происходить отказы прибора. В момент достижения наработкой прибора заранее заданного детерминированного уровня проводится техническое обслуживание прибора. Все стохастические параметры, описывающие систему, задаются своими первыми двумя начальными моментами. Предложена методика вычисления стационарных вероятностных и экономических показателей системы. Приводится численный пример определения стационарных характеристики системы и оптимальных сроков проведения технического обслуживания прибора.

Ключевые слова. Ненадежная одноканальная система, аппроксимация законов распределения, стационарные показатели системы, оптимизация периодичности технического обслуживания.

Введение. Первые работы по исследованию систем массового обслуживания с ненадежными приборами появились в середине прошлого века. Наиболее полные результаты в этом направлении получены в предположении, что случайные процессы, протекающие в таких системах, имеют марковский характер. Обзор работ по этой тематике можно найти, например, в [1,2,3]. Немарковский характер процессов значительно усложняет исследование систем. Одним из вариантов преодоления этих трудностей является использование аппарата полумарковских процессов с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний. Именно так в [4,5,6,7] построены полумарковские модели ненадежных однолинейных систем обслуживания с потерями и восстанавливаемым прибором при условии проведения профилактического технического обслуживания прибора. Данная статья является продолжением исследований из [7] на случай, когда законы распределений стохастических параметров, описывающих систему обслуживания неизвестны, а заданы только их первые два начальных момента.

Постановка задачи. Рассмотрим одноканальную систему обслуживания с ненадежным прибором, в которой отсутствует очередь на обслуживание. Отказы прибора могут происходить только во время

обслуживания требований и обнаруживаются мгновенно. Сразу же начинается аварийное восстановление прибора, после завершения которого, надежность характеристики прибора полностью восстанавливаются. Обслуживание требования, находящегося на приборе в момент его отказа, прерывается и после восстановления прибора на дообслуживание оно не возвращается.

С целью улучшения стационарных характеристик системы предлагается проводить предупредительное техническое обслуживание прибора сразу же в тот момент, когда наработка прибора достигнет наперед заданного детерминированного уровня τ . Под наработкой прибора до отказа понимается время, затраченное прибором на обслуживание требований без учета времени пребывания прибора в состоянии ожидания. Отсчет наработки до отказа начинается в начальный момент времени, и после завершения каждого аварийного восстановления прибора.

Предполагается, что законы распределения случайных параметров, описывающих протекающие в системе случайные процессы, неизвестны, а известны лишь первые два начальных момента каждого из них. Так, $\nu_{1,\beta}$ и $\nu_{2,\beta}$ — известные соответственно первый и второй начальные моменты времени β между требованиями во входящем потоке; $\nu_{1,\alpha}$ и $\nu_{2,\alpha}$ — начальные моменты времени α обслуживания прибором требования; $\nu_{1,\gamma}$ и $\nu_{2,\gamma}$ — начальные моменты наработки γ прибора до отказа. Также предполагаются известными $\nu_{1,a}$ и $\nu_{2,a}$ — начальные моменты длительности σ_a аварийного восстановления прибора и $\nu_{1,p}$, $\nu_{2,p}$ — начальные моменты длительности σ_p его технического обслуживания.

Целью статьи является разработка методики вычисления стационарных вероятностных и экономических показателей ненадежной однолинейной системы обслуживания с неполной информацией о ее параметрах и определение оптимального срока проведения технического обслуживания прибора.

Основные результаты. В случае известных законов распределения стохастических параметров, описывающих систему, полумарковская модель ее функционирования построена в [7]. Чтобы воспользоваться результатами из [7] для вычисления вероятностных и экономических характеристик системы, аппроксимируем законы распределения параметров системы с помощью известных начальных моментов ν_1 и ν_2 . С этой целью для каждого стохастического параметра, найдем значение коэффициента вариации V :

$$V = \frac{\sqrt{\nu_2 - \nu_1^2}}{\nu_1}. \quad (1)$$

Если коэффициент вариации параметра ζ удовлетворяет неравенству $0 < V_\zeta < 1$, то для аппроксимации выберем гипоекспоненциальное распределение специального вида — многофазное распределение с двумя разными параметрами экспоненциальных распределений в фазах: $k - 1$ фаза с параметром χ и одна фаза с параметром η . Для этого используем следующий алгоритм [8,9]:

– выберем минимально необходимое число k экспоненциальных фаз в аппроксимирующем распределении, как ближайшее большее целое число по отношению к $(V_\zeta)^{-2}$;

– на основе формул

$$\chi = \left[\frac{\nu_{1,\zeta}}{k} \left(1 - \sqrt{\frac{k(V_\zeta)^2 - 1}{k-1}} \right) \right]^{-1}, \quad \eta = \left[\frac{\nu_{1,\zeta}}{k} \left(1 + \sqrt{(k-1)(k(V_\zeta)^2 - 1)} \right) \right]^{-1} \quad (2)$$

рассчитаем значения параметров экспоненциальных фаз;

– найдем функцию распределения аппроксимирующего распределения

$$Z(t) = 1 - \frac{\chi^{k-1}}{(\chi - \eta)^{k-1}} \left(e^{-\eta t} - e^{-\chi t} \sum_{i=0}^{k-2} \frac{(\chi t)^i}{i!} \left[\left(\frac{\chi - \eta}{\chi} \right)^i - \left(\frac{\chi - \eta}{\chi} \right)^{k-1} \right] \right), \quad \chi \neq \eta, \quad (3)$$

$$Z(t) = 1 - e^{-\eta t} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\eta t)^i}{i!}, \quad t \geq 0, \quad \eta = \chi.$$

В случае коэффициента вариации $V_\zeta > 1$, функцию распределения случайной величины ζ будем аппроксимировать двухфазным гиперэкспоненциальным распределением специального вида [10] с функцией распределения

$$Z(t) = 1 - (1 - p)e^{-\eta t} - pe^{-p\eta t}, \quad \eta > 0, \quad 0 < p < 1, \quad (4)$$

где значения параметров p и η однозначно определяются из системы уравнений:

$$p + \eta \nu_{1,\zeta} = 2, \quad \frac{2(1 + p - p^2)}{p(2 - p)^2} = (V_\zeta)^2 + 1. \quad (5)$$

Если $V_\zeta = 1$, то в качестве аппроксимирующего распределения следует брать экспоненциальное распределение с параметром $1/\nu_{1,\zeta}$.

Реализуя изложенные алгоритмы аппроксимации, найдем выражения для функции распределения $G(t) = P\{\beta \leq t\}$ времени β между требованиями во входящем потоке; функции распределения $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$ времени α обслуживания требования; функции распределения $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$ наработки γ прибора до отказа; функций распределений

$\Psi_a(t)$ и $\Psi_p(t)$ времен σ_a и σ_p аварийного восстановления и технического обслуживания прибора соответственно.

Перейдем к нахождению стационарных характеристик системы. Рассматриваемая система может находиться в следующих физических состояниях: 0 — прибор в работоспособном состоянии ожидает требование; 1 — прибор занят обслуживанием; 2 — проводится аварийное восстановление прибора; 3 — проводится ТО прибора. Обозначим через $p_i^*(\tau)$ финальную вероятность пребывания системы в состоянии i , $i = \overline{0,3}$. Значения этих вероятностей могут быть вычислены с помощью выражений [7]:

$$p_0^*(\tau) = 1 - \frac{\int_0^\tau \overline{\Phi}(t) dt + \nu_{1,a} \Phi(\tau) + \nu_{1,p} \overline{\Phi}(\tau)}{\nu_{1,\beta} \overline{N}(\tau)}, \quad p_1^*(\tau) = \frac{\int_0^\tau \overline{\Phi}(t) dt}{\nu_{1,\beta} \overline{N}(\tau)},$$

$$p_2^*(\tau) = \frac{\nu_{1,a} \Phi(\tau)}{\nu_{1,\beta} \overline{N}(\tau)}, \quad p_3^*(\tau) = \frac{\nu_{1,p} \overline{\Phi}(\tau)}{\nu_{1,\beta} \overline{N}(\tau)},$$
(6)

где $\overline{N}(\tau)$ — среднее число требований, поступающих в систему между соседними моментами принятия требований к обслуживанию:

$$\begin{aligned} \overline{N}(\tau) = & 1 + \int_0^\tau h_f(t) \overline{\Phi}(t) dt + \int_0^\tau \overline{\Phi}(t) f(t) H_g(t) dt + \int_0^\tau \overline{\Phi}(t) dt \int_0^t h_f(t-s) f(s) H_g(s) ds + \\ & + \overline{\Phi}(\tau) \int_0^\infty \psi_p(t) \left[\overline{F}(\tau) H_g(\tau+t) + \int_0^\tau h_f(\tau-s) \overline{F}(s) H_g(s+t) ds \right] dt + \\ & + \int_0^\infty \psi_a(t) dt \int_0^\tau \varphi(y) \left[\overline{F}(y) H_g(y+t) + \int_0^y h_f(y-s) \overline{F}(s) H_g(s+t) ds \right] dy. \end{aligned}$$

Здесь $\overline{F}(t) = 1 - F(t)$, $f(t)$ — плотность распределения времени α обслуживания требования; $\overline{\Phi}(t) = 1 - \Phi(t)$, $\psi_a(t)$ и $\psi_p(t)$ — плотности распределения времен σ_a и σ_p аварийного восстановления и технического обслуживания прибора соответственно; $H_g(t)$ — функция восстановления, порожденная временем β между требованиями во входящем потоке: $H_g(t) = \sum_{k=1}^\infty G^{*(k)}(t)$, $G^{*(k)}(t)$ — k -кратная свертка функции распределения $G(t)$, $G^{*(1)}(t) = G(t)$; $h_f(v)$ — плотность функции восстановления $H_f(v)$, порожденной временем α обслуживания требования.

Средняя удельная прибыль $S(\tau)$ за единицу календарного времени и средние удельные затраты $C(\tau)$ за единицу времени исправного функционирования системы определяются выражениями [7]:

$$S(\tau) = \frac{c_1 \int_0^{\tau} h_f(t) \bar{\Phi}(t) dt - c_p \nu_{1,p} \bar{\Phi}(\tau) - c_a \nu_{1,a} \Phi(\tau)}{\nu_{1,\beta} \bar{N}(\tau)}, \quad (7)$$

$$C(\tau) = \frac{c_a \nu_{1,a} \Phi(\tau) + c_p \nu_{1,p} \bar{\Phi}(\tau)}{\nu_{1,\beta} \bar{N}(\tau) - \nu_{1,p} \bar{\Phi}(\tau) - \nu_{1,a} \Phi(\tau)},$$

где c_1 — доход, получаемый за обслуживание одного требования; c_a — затраты за единицу времени аварийного восстановления; c_p — затраты за единицу времени проведения технического обслуживания прибора.

Удельная прибыль $S(\tau)$ и удельные затраты $C(\tau)$ являются функциями предельно допустимого уровня наработки τ . Поэтому задача оптимизации экономических показателей системы сводится к нахождению точек абсолютного экстремума этих функций.

Двухкритериальная задача оптимизации состоит в нахождении предельно допустимого уровня τ наработки на проведение ТО, который обеспечивает глобальный максимум средней удельной прибыли за единицу календарного времени $S(\tau)$ и глобальный минимум средних удельных затрат за единицу времени исправного функционирования системы $C(\tau)$.

Для сужения множества Парето-оптимальных решений сформулированной двухкритериальной задачи в качестве целевой функции можно использовать линейную свёртку $K(\tau) = a_s S(\tau) - a_c C(\tau)$ частных критериев $S(\tau)$ и $C(\tau)$ при весовых коэффициентах $a_s > 0$ и $a_c > 0$, $a_s + a_c = 1$ [11]. Таким образом, двухкритериальная задача оптимизации сводится к нахождению точки τ_k абсолютного максимума функции $K(\tau)$.

Пример. В таблице 1 приведены численные значения начальных моментов $\nu_{1,\zeta}$ и $\nu_{2,\zeta}$ первого порядка и второго порядков для параметров системы ζ . Доход за обслуженное требование равен $c_1 = 6$ ден. ед., затраты за час аварийного восстановления прибора и его ТО составляют $c_a = 18$ ден. ед. и $c_p = 9$ ден. ед. соответственно. Требуется вычислить стационарные характеристики системы и определить оптимальный предельно допустимый уровень наработки прибора на проведение его ТО, выбрав в качестве критерия оптимальности удельную прибыль $S(\tau)$, удельные затраты $C(\tau)$ и линейную свёртку $K(\tau) = 0,6S(\tau) - 0,4C(\tau)$ в случае двухкритериальной задачи оптимизации.

Таблица 1. – Начальные моменты параметров системы

Начальные моменты	Параметры системы ζ				
	время между требованиями в потоке, β	время обслуживания требования, α	наработка прибора до отказа, γ	время аварийного восстановления прибора, σ_a	время ТО прибора, σ_p
$V_{1,\zeta}$, час	0,28	0,35	8,93	0,67	0,13
$V_{2,\zeta}$, час 2	0,10	0,20	92,77	4,80	0,03

Для каждого параметра ζ системы, по формуле (1) найдем значения коэффициентов вариации V_ζ и в зависимости от его величины выберем аппроксимирующее распределение параметра. В результате приходим к следующим утверждениям.

Для входящего потока заявок коэффициент вариации $V_\beta = 0,525 < 1$, в качестве аппроксимирующего распределения возьмем гипоекспоненциальное распределение специального вида (3). Поскольку $1/(V_\beta)^2 = 3,63$, то $k = 4$, по формулам (2) находим $\chi = 17,516$, $\eta = 9,197$ и определяем функцию распределения

$$G(t) = 1 - \frac{\chi^3}{(\chi - \eta)^3} \left(e^{-\eta t} - e^{-\chi t} \sum_{i=0}^2 \frac{(\chi t)^i}{i!} \left[\left(\frac{\chi - \eta}{\chi} \right)^i - \left(\frac{\chi - \eta}{\chi} \right)^3 \right] \right), \quad t \geq 0.$$

Функция восстановления $H_g(t)$, порожденная входящим потоком требований:

$H_g(t) = 0,119e^{-30,711t} + 3,571t - 0,362 + e^{-15,517t} (0,243\cos 14,486t + 0,266\sin 14,486t)$, находится с помощью обратного преобразования Лапласа функции

$$(\tilde{H}_g)(s) = \left[s \left(1 + \frac{s}{\eta} \right) \left(1 + \frac{s}{\chi} \right)^{k-1} - s \right]^{-1}.$$

Аналогично для времени обслуживания требования коэффициент вариации $V_\alpha = 0,58 < 1$, $1/(V_\alpha)^2 = 2,973$, поэтому $k = 3$. Функция распределения

$$F(t) = 1 - \frac{\chi^2}{(\chi - \eta)^2} \left(e^{-\eta t} - e^{-\chi t} \sum_{i=0}^1 \frac{(\chi t)^i}{i!} \left[\left(\frac{\chi - \eta}{\chi} \right)^i - \left(\frac{\chi - \eta}{\chi} \right) \right] \right), \quad t \geq 0,$$

где $\eta = 10,567$, $\chi = 12,873$.

Для наработки до отказа прибора коэффициент вариации $V_\gamma = 0,404 < 1$, $1/(V_\alpha)^2 = 6,119$, $k = 7$; функция распределения

$$\Phi(t) = 1 - \frac{\chi^6}{(\chi - \eta)^6} \left(e^{-\eta t} - e^{-\chi t} \sum_{i=0}^6 \frac{(\chi t)^i}{i!} \left[\left(\frac{\chi - \eta}{\chi} \right)^i - \left(\frac{\chi - \eta}{\chi} \right)^6 \right] \right), \quad t \geq 0,$$

где $\eta = 0,406$, $\chi = 0,928$.

Для длительности аварийного восстановления коэффициент вариации $V_a = 2,236 > 1$. Аппроксимируем эту случайную величину двухфазным гиперэкспоненциальным распределением специального вида (4) с функцией распределения

$$\Psi_a(t) = 1 - (1 - p)e^{-\eta t} - pe^{-p\eta t}.$$

Значения параметров $p = 0,101$ и $\eta = 9,495$ находятся из системы уравнений (5).

Аналогично для длительности ТО прибора $V_p = 1,414 > 1$, функция распределения

$$\Psi_p(t) = 1 - (1 - p)e^{-\eta t} - pe^{-p\eta t},$$

где $p = 0,264$, $\eta = 17,36$.

В таблицах 2 и 3 для различных предельно допустимых уровней τ наработки прибора на ТО приводятся вычисленные по формулам (6) и (7) стационарные показатели системы:

- финальные вероятности $p_i^*(\tau)$ пребывания системы в различных физических состояниях,
- значения средних удельных затрат $C(\tau)$, средней удельной прибыли $S(\tau)$, свертки $K(\tau) = 0,6S(\tau) - 0,4C(\tau)$ частных критериев $S(\tau)$ и $C(\tau)$,
- значения средней длительности $E\beta\bar{N}(\tau)$ промежутка времени между соседними моментами принятия требований к обслуживанию, среднего числа $\bar{N}_{ser}(\tau)$ обслуженных и $\bar{N}_{loss}(\tau)$ потерянных требований за этот промежуток времени.

Значению аргумента $\tau = \infty$ соответствуют показатели системы в случае пассивной стратегии обслуживания прибора (ТО не проводится). Через τ_c , τ_s и τ_k обозначены точки абсолютного экстремума для критериев $C(\tau)$, $S(\tau)$ и $K(\tau)$ соответственно.

Таблица 2. – Финальные вероятности состояний

Допустимый уровень наработки на ТО, ч	Финальные вероятности состояний			
	$p_0^*(\tau)$	$p_1^*(\tau)$	$p_2^*(\tau)$	$p_3^*(\tau)$
$\tau = \infty$	0,337	0,617	0,046	–
$\tau_c = 3,596$	0,355	0,619	0,004	0,022
$\tau_s = 4,896$	0,351	0,624	0,009	0,016
$\tau_k = 4,555$	0,352	0,624	0,007	0,017

Таблица 3. – Стационарные характеристики системы

Допустимый уровень наработки на ТО, ч	$C(\tau)$, ден.ед.	$S(\tau)$, ден.ед.	$K(\tau)$, ден.ед.	$\bar{N}_{ser}(\tau)$	$\bar{N}_{loss}(\tau)$	$E\beta\bar{N}(\tau)$, ч
$\tau = \infty$	0,866	9,673	5,457	25,330	26,368	14,475
$\tau_c = 3,596$	0,270	10,163	5,990	10,038	10,959	5,777
$\tau_s = 4,896$	0,313	10,256	6,028	13,518	13,911	7,680
$\tau_k = 4,555$	0,295	10,251	6,033	12,635	13,058	7,194

Из результатов вычислений следует, что удельные затраты $C(\tau)$ становятся минимальными, если ТО прибора проводить в момент достижения наработкой уровня $\tau_c = 3,596$ часа, при этом они уменьшаются на 68,816% по сравнению с пассивной стратегией обслуживания прибора.

Максимальная прибыль достигается в случае уровня наработки $\tau_s = 4,896$ часа, по сравнению с пассивной стратегией обслуживания прибора прибыль увеличится на 6,028%.

Если ТО прибора проводить в момент, когда наработка прибора достигает уровня $\tau_k = 4,555$ часа значение свертки $K(\tau) = 0,6S(\tau) - 0,4C(\tau)$ максимально увеличивается на 10,544% по сравнению с пассивной стратегией обслуживания, при этом удельная прибыль увеличивается на 5,634%, а удельные затраты уменьшаются на 68,205%.

Графики зависимостей частных критериев и их линейной свертки от предельно допустимого уровня проведения ТО прибора представлены на **Рис.1.**

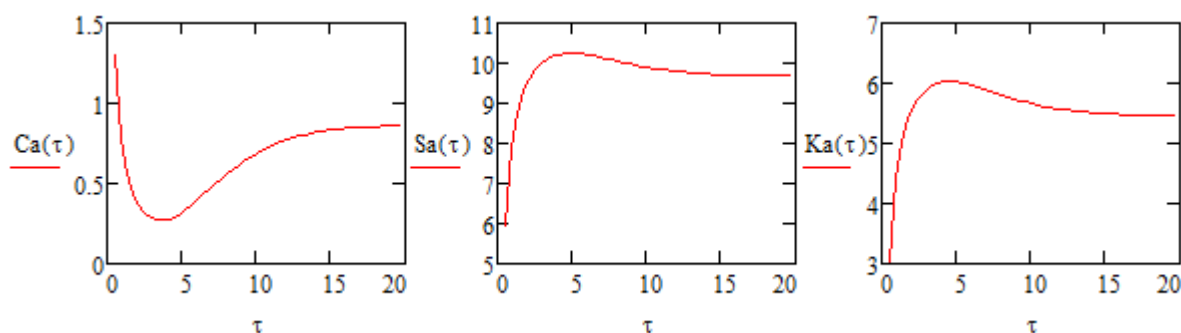


Рис.1– Графики зависимости средних затрат $C(\tau)$, прибыли $S(\tau)$ и их линейной свертки $K(\tau) = 0,6S(\tau) - 0,4C(\tau)$ от допустимого уровня τ наработки

Заключение. В работе предложена методика определения финальных вероятностей физических состояний, средней удельной прибыли и средних удельных затрат однолинейной системы обслуживания с ненадежным восстанавливаемым прибором при условии, что известными являются первые два начальных момента каждого из стохастических параметров, описывающих систему. Рассмотрен численный пример реализации предложенной схемы вычисления стационарных показателей системы с учетом проведения технического обслуживания прибора по наработке и решены задачи оптимизации сроков его проведения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-01-00704).

Библиографический список

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.:ЛКИ, 2012. – 400 с.
2. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: Изд-во РУДН, 1995. – 529 с.
3. Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания / И.Н. Коваленко // Итоги науки. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет. 1970. – М.: ВИНТИ, 1971. – С. 5–109.
4. Peschansky A.I., Kovalenko A.I. Semi-Markov Model of a Single-Server Queue with Losses and Maintenance of an Unreliable Server / A.I. Peschansky, A.I. Kovalenko // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – Vol. 51. – No.4. – pp. 632–643.
5. Peschansky A.I., Kovalenko A. I. A Semi-Markov Model for an Unreliable Single-Line Queueing System with Losses and Different Restoration Types / A.I. Peschansky, A.I. Kovalenko // Automation and Remote Control. – 2016. – Vol. 77. – No.12. — pp. 2192–2204.
6. Peschansky A.I., Kovalenko A.I. On a Strategy for the Maintenance of an Unreliable Channel of a One-Server Loss Queue / A.I. Peschansky, A.I. Kovalenko // Automatic Control and Computer Sciences. – 2016. – Vol. 50, No.6. – pp. 397 – 407.
7. Peschansky A.I. Stationary Characteristics of an Unreliable Single-Server Loss Queue with Regard to Maintenance According to Operation Time / A.I. Peschansky // Automatic Control and Computer Sciences. – 2020. – Vol. 81. – No.7. – pp. 1243–1257.
8. Алиев Т.И. Аппроксимация вероятностных распределений в моделях массового обслуживания / Т.И. Алиев // Науч.-техн. вестн. информ. технол., механ. и оптики. – 2013. – № 2 (84). – С. 88–93.
9. Алиев Т.И. Задачи синтеза систем с потерями / Т.И. Алиев // Изв. вузов. Приборостроение. – 2012. Т. 55. – №10. – С. 57–63.
10. Смирнов С.В. Моделирование «сверхнерегулярных» случайных величин по экспериментальным данным / С.В. Смирнов // Автоматиз.

науч. исслед.: межвуз. сб. научн. трудов. – Куйбышев: КуАИ, 1988. – С. 52–57.

11. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 144 с.

Bibliograficheskiy spisok

1. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. Vvedenie v teoriyu massovogo obsluzhivaniya. – М.: LKI, 2012. – 400 s.
2. Bocharov P.P., Pechinkin A.V. Teoriya massovogo obsluzhivaniya. – М.: Izd-vo RUDN, 1995. – 529 s.
3. Kovalenko I.N. Teoriya massovogo obsluzhivaniya / I.N. Kovalenko // Itogi nauki. Ser. Teor. veroyat. Mat. stat. Teor. kibernet. 1970. – М.: VINITI, 1971. – S. 5–109.
4. Peschansky A.I., Kovalenko A.I. Semi-Markov Model of a Single-Server Queue with Losses and Maintenance of an Unreliable Server / A.I. Peschansky, A.I. Kovalenko // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – Vol. 51. – No.4. – pp. 632–643.
5. Peschansky A.I., Kovalenko A. I. A Semi-Markov Model for an Unreliable Single-Line Queueing System with Losses and Different Restoration Types / A.I. Peschansky, A.I. Kovalenko // Automation and Remote Control. – 2016. – Vol. 77. – No.12. — pp. 2192–2204.
6. Peschansky A.I., Kovalenko A.I. On a Strategy for the Maintenance of an Unreliable Channel of a One-Server Loss Queue / A.I. Peschansky, A.I. Kovalenko // Automatic Control and Computer Sciences. – 2016. – Vol. 50, No.6. – pp. 397 – 407.
7. Peschansky A.I. Stationary Characteristics of an Unreliable Single-Server Loss Queue with Regard to Maintenance According to Operation Time / A.I. Peschansky // Automatic Control and Computer Sciences. – 2020. – Vol. 81. – No.7. – pp. 1243–1257.
8. Aliev T.I. Approksimatsiya veroyatnostnykh raspredeleniy v modelyakh massovogo obsluzhivaniya / T.I. Aliev // Nauch.-tehn. vestn. inform. tehnol., mehan. i optiki. – 2013. – № 2 (84). – С. 88–93.
9. Aliev T.I. Zadachi sinteza sistem s poteryami / T.I. Aliev // Izv. vuzov. Priborostroenie. – 2012. T. 55. – №10. – С. 57–63.
10. Smirnov S.V. Modelirovanie «sverhneregulyarnykh» sluchaiynykh velichin po eksperimentslным dannym / S.V. Smirnov // Avtomatiz. nauchn. issled.: mezhvuz. sb. nauchn. trudov. – Kuybyshev: KuAI, 1988. – S. 52–57.
11. Nugin V.D. Prihyatie resheniy v mnogokriterialnoy srede: kolichestvenniy podhod. – М.: FIZMATLIT, 2002. – 144 s.

¹*Песчанский Алексей Иванович, д-р техн. наук, проф., профессор кафедры «Высшая математика» peschansky_sntu@mail.ru, Россия, Севастополь, Севастопольский государственный университет*

**MAINTENANCE OF UNRELIABLE SINGLE-SERVER LOSS
QUEUEING SYSTEM UNDER THE CONDITION OF INCOMPLETE
INFORMATION ON ITS PARAMETERS**

A.I. Peschansky

An unreliable restorable loss single-server queueing system is considered. Server failures may occur in it during request service. Server maintenance is carried out at the moment server operating time reaches a predetermined deterministic level. All the stochastic parameters describing the system are identified by the expectation and variance. The method for calculating system stationary probabilistic and economic characteristics is proposed. A numerical example of calculating system stationary characteristics and determining the optimal server maintenance periodicity is given.

Key words: unreliable single-server queueing system, approximation of distribution laws, system stationary characteristics, server maintenance periodicity optimization.

Peschansky Aleksey Ivanovich, doctor of technical sciences, professor, peschansky_sntu@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

УДК 615.47

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ НАРУЖНОГО МАССАЖА СЕРДЦА НА БАЗЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Пашков Е.В.¹

Аннотация. Приведены результаты анализа конструкций и функциональных возможностей ряда устройств для наружного массажа сердца известных производителей медицинского оборудования, используемых для сердечно-легочной реанимации. Рассмотрены основные схемы силового воздействия на грудную клетку, указаны недостатки, сужающие функциональные возможности и надежность работы устройств. Приведено описание конструкции и принципа работы автоматического устройства для наружного массажа сердца на базе электропривода с ленточным грудным бандажом и с изменяющимися параметрами силового воздействия, зависящими от размера грудной клетки.

Ключевые слова. Сердечно-легочная реанимация, закрытый массаж сердца, ленточный грудной бандаж, электропривод, датчик крутящего момента.

Введение.

Целью создания и применения автоматического оборудования для наружного массажа сердца (НМС), используемого в составе реаниматоров для сердечно-легочной реанимации (СЛР) [1], является улучшение перфузионного кровотока в сердце и мозге пациентов с остановкой сердца, предотвращение трансформации сердца и мозга в необратимое состояние смерти и постепенное восстановление их функционального назначения [2].

На практике используются три метода НМС: от руки (ручная), механизированная и автоматизированная. Кроме того, НМС может осуществляться в стационарных (больничных) условиях, в подвижных транспортных средствах (реанимационных автомобилях, поездах, самолетах и др.), а также в процессе эвакуации пострадавших на носилках из зон экологических катастроф и военных действий.

Компрессия (сжатие) грудной клетки выполняется со скоростью не менее 100 нажатий в минуту, на глубину $\delta = 30 \dots 60$ мм в центре грудной впадины, и может быть осуществлена с использованием различных схем силового воздействия на клетку: точечной, с помощью сосредоточенных (единичных) сил F (Рис.1а,б,в); комбинированной, с помощью сосредоточенных сил F и распределенной нагрузки q (Рис.1г,д); распределенной, с помощью распределенной нагрузки q (Рис.1е).

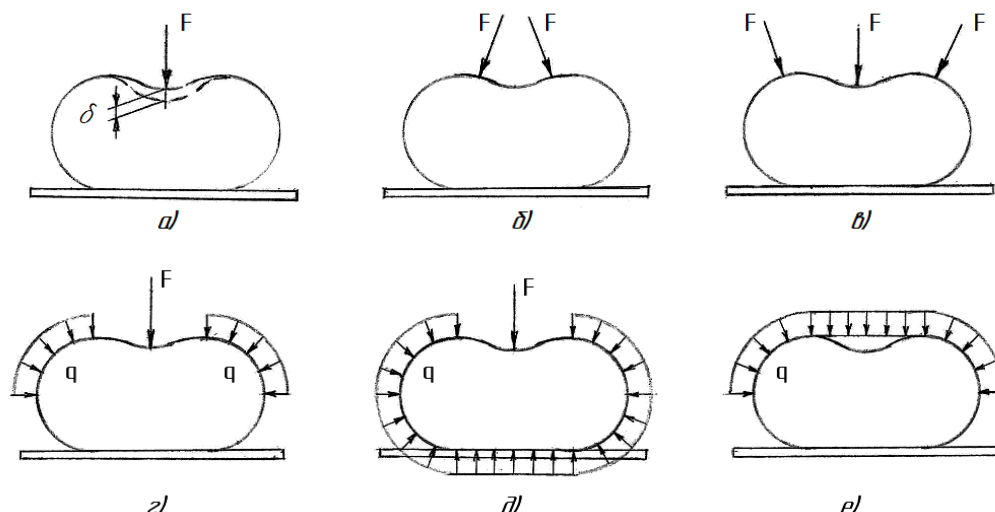


Рис.1 – Схемы силового воздействия на грудную клетку при НМС

Традиционный ЗМС от руки, реализуемый с помощью точечного (сосредоточенного) силового воздействия на центр грудной впадины (**Рис.1а**), обеспечивает очень небольшой приток крови к сердцу (от 10% до 20% кровотока) при нормальных физиологических условиях, и к мозгу (от 20% до 30% кровотока) [3, 4]. К его основным недостаткам следует отнести значительный процент смертности пациентов, большие мышечные затраты реаниматолога, невозможность обеспечения постоянства кровотока, отсутствие возможности осуществления в процессе эвакуации, т.е. при переносе пациента на носилках, отсутствие контроля величины прикладываемого реаниматологом усилия (от 20 до 50 кг), что может привести к повреждениям клетки.

Механизированный НМС, осуществляемый с помощью специальных устройств для точечной передачи усилий от рук реаниматолога грудной клетке пациента в зоне грудной впадины [5, 6] (**Рис.1а,б**), позволяет обеспечить контроль величины прикладываемого усилия, однако не лишена других, свойственных ручному ЗМС, недостатков.

Автоматизированный НМС, осуществляемая с помощью автоматических устройств (стационарных и переносных) на базе автоматических силовых приводов (пневматических, электромеханических) с автономными или сетевыми источниками энергии, не только полностью освобождает реаниматолога от мышечных затрат, но и лишен недостатков, присущих ручному и механизированному НМС.

Так, например, устройство для сердечно-легочной реанимации LUCAS (Лукас) производства Michigan Instruments (США), предназначенное для проведения наружного массажа сердца [7], содержит платформу для размещения пациента, вертикальную стойку для закрепления пневматического механизма циклического силового точечного воздействия (**Рис.1а**) на центральную часть грудной клетки (грудину) посредством толкателя с упругим элементом на конце, а также баллон со сжатым кислородом или воздухом.

Автоматическое устройство для сердечно-легочной реанимации LUCAS-2 (Лукас-2) [8], предназначенное для проведения наружного массажа сердца,

содержит размещаемую под спиной пациента платформу с шарнирно прикрепленными к ней одними концами дугообразными жесткими полуарками, соединенными другими концами с корпусом циклического механизма с электроприводом для силового точечного воздействия на центр грудной клетки (грудину) посредством толкателя с упругим элементом на конце в виде сильфона, а также автономный источник электроэнергии в виде аккумуляторных батарей.

Общим недостатком устройств LUCAS и LUCAS-2 является, во-первых, отсутствие возможности обеспечения равномерного сжатия всей грудной клетки, что снижает эффективность воздействия на легкие с целью их вентиляции; во-вторых, наличие вертикальной стойки или дугообразных полуарок существенно увеличивает габариты устройств по высоте, затрудняя тем самым эвакуацию пациентов из аварийных помещений и строений через узкие и невысокие проходы; в-третьих, высокое расположение по отношению к платформе центра тяжести механизма для создания усилия деформации грудной клетки затрудняет перемещение работающего устройства с пациентом по лестничным переходам, например, с верхнего этажа строения на нижний, из помещения в машину скорой помощи, а в процессе перевозки будут происходить угловые смещения устройства (наклоны стойки), негативно влияющие на параметры процесса ЗМС.

Использование в составе устройства LUCAS-2 механизма воздействия на грудную клетку с электрическим приводом существенно усложняет его конструкцию из-за необходимости преобразования вращательного движения ротора приводного электродвигателя в поступательное перемещение толкателя, а также необходимости увеличения крутящего момента на выходе для получения нужного усилия для деформации грудной клетки. Все это приводит к снижению надежности работы устройства, повышению металлоемкости и энергозатрат.

Автоматическое устройство для сердечно-легочной реанимации ZOLL [9], реализующее схему распределенного силового воздействия (**Рис.1,е**) при осуществлении НМС, содержит коробчатую платформу, располагаемую под спиной пациента, внутри которой размещен снабженный электроприводом механизм циклического действия для натяжения лент бандажа, охватывающих грудную клетку пациента, связанных с застегивающимся на груди грудными накладками.

К недостаткам, присущим данному устройству, следует отнести сложность и металлоемкость конструкции механизма циклического натяжения лент бандажа в составе которого используется электрический привод.

Использование в составе автоматических устройств для НМС ленточных бандажей позволяет реализовать любую из представленных на **Рис.1** схем силового воздействия на грудную клетку путем изменения расположения лент относительно грудной клетки, а также формы и количества связанных с ними грудных накладок.

Постановка задачи заключается в упрощении конструкции и снижении металлоемкости, уменьшении габаритных размеров и энергозатрат, и, как следствие, в повышении надежности и долговечности.

Результаты.

Разработанное автоматическое устройство (**Рис.2а**) содержит плоскую коробчатую платформу 17 прямоугольной формы длиной L и шириной B , размещаемую под спиной пациента 8, тканевый бандаж, состоящий из соединенных между собой с помощью застежки 13 грудных накладок 12 и 14, на прилегающих к застежке концах которых закреплены обращенные в сторону впадины грудины 10 упоры 11 и 15 в виде выступов из упругого материала, например, силиконовой резины.

К обращенным наружу сторонам накладок прикреплены концы 9 и 16 ленты фиксированной длины, которая через отверстия 6 и 18 с помощью расположенных внутри платформы направляющих роликов 5 и 19 соединена со шкивом 20 посредством выполненного на его обращенной наружу торцевой поверхности диаметрального паза 26 (**Рис.2б**) и центрального отверстия под цилиндрическую шпонку, образованную двумя сегментами 24, прикрепленными к ленте симметрично ее концов с помощью заклепок 25.

Шкив 20 соединен посредством сильфонной муфты 21с одним из концов ротора соосно установленного датчика крутящего момента 22, например, типа Т-22 [10] с интегрированной системой измерения угла поворота и скорости вращения. Другой конец ротора датчика соединен с помощью сильфонной муфты 23 с выходным валом 2 электрического мотор-редуктора, например, типа АСМ602V36-01, редуктор 60PLF15K-14S, электрические входы которого подключены к соответствующим выходам блока управления 3, а его соответствующие входы к выходам автономного источника электроэнергии (аккумулятору) 4, датчика крутящего момента 22 и пульсоксиметра 7, например, типа MAX 30102 MAXIM INTEGRATED.

Подготовка устройства к работе и работа в режиме реанимации осуществляется поэтапно в следующей последовательности.

На первом этапе подготовки включается подача электроэнергии от автономного источника питания 4 к блоку управления 3.

Пациент 8 (**Рис.2а**) размещается на платформе 17 таким образом, чтобы центр его грудины находился в плоскости, проходящей через отверстия 6 и 18 на одинаковом расстоянии от них, и фиксируется на ней привязными ремнями (на рис. не показаны). На грудной клетке или на одном из пальцев кисти руки закрепляется пульсоксиметр 7.

С помощью застежки 13, например, в виде крючков с петлями, грудные накладки 12 и 14 бандажа соединяются между собой, а концы 9 и 16 ленты вручную полностью вытягиваются наружу из платформы, чем обеспечивается горизонтальное расположение паза 26 шкива 20, и определяется длина окружности грудной клетки пациента, которая является разницей между фиксированной длиной ленты и длиной участков концов ленты, намотанных на шкив. Длина последних автоматически определяется по углу поворота ротора датчика 22 с учетом постоянства диаметра шкива.

На втором этапе осуществляется автоматическая подтяжка концов ленты бандажа до полного контакта с грудью пациента и определяется длина ее

окружности, что необходимо для автоматического выбора требуемых параметров режима реанимации с помощью заложенной в блок управления программы, в частности величины необходимого допустимого крутящего момента, вызывающего натяжение ленты, обеспечивающей силовое воздействие на ребра без их повреждения. Подается электрическое питание на вход мотор-редуктора 1, что вызывает вращение шкива 20 и намотку на него концов ленты.

При достижении полного контакта грудных накладок, упоров и концов ленты с телом пациента происходит увеличение контролируемого датчиком 22 крутящего момента M , что является сигналом для прекращения подтяжки.

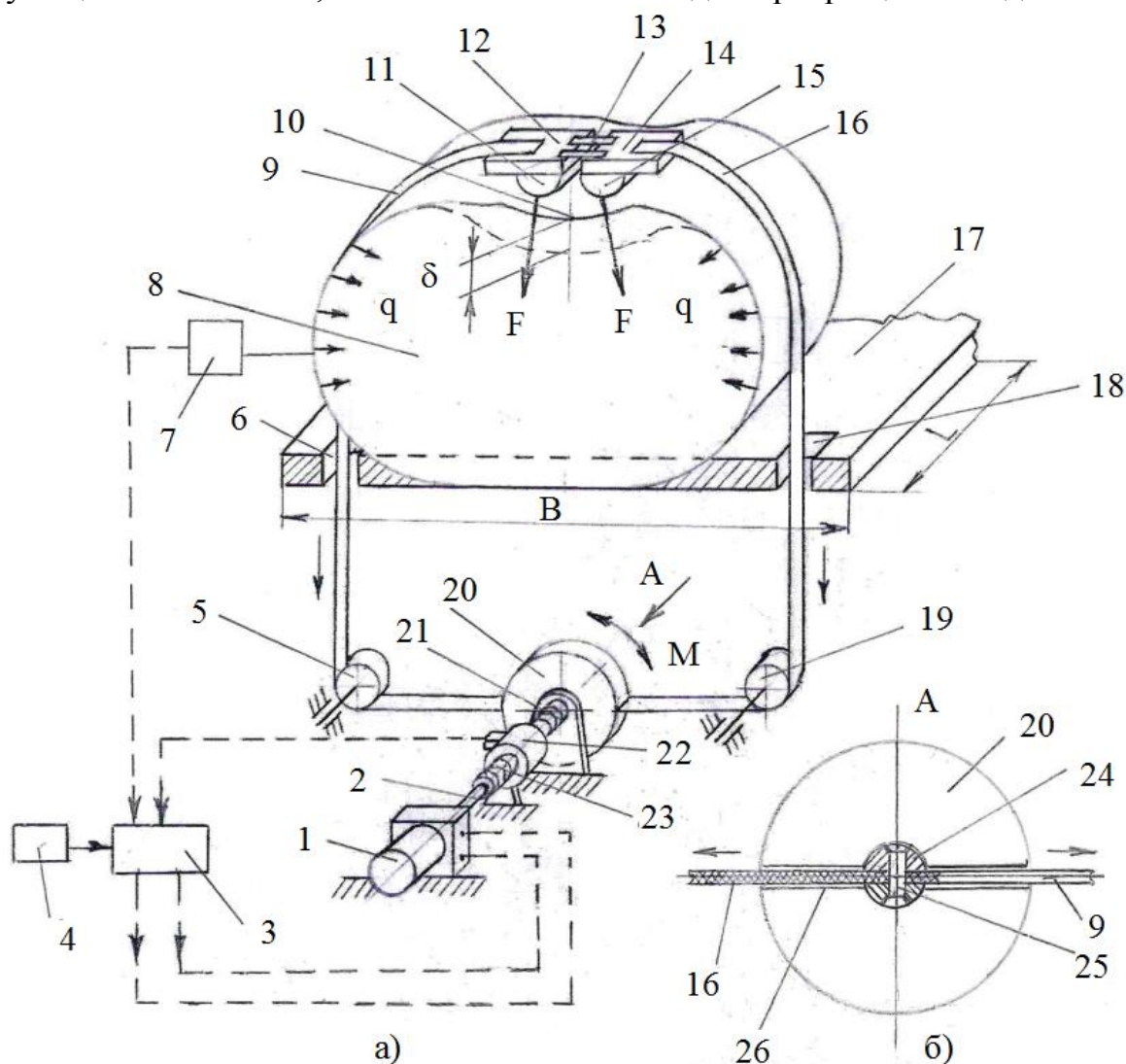


Рис.2 – Схема устройства для наружного массажа сердца

На третьем этапе реализуется автоматический режим массажа, состоящий из двух фаз – компрессии (сжатия) и декомпрессии (разжатия) грудной клетки, что равнозначно соответственно выдоху и вдоху.

С помощью пульта управления устанавливают необходимую частоту циклического нагружения грудной клетки, т.е. частоту следования фаз компрессии и декомпрессии.

Для реализации фазы компрессии включается мотор-редуктор, обеспечивающий вращение шкива 20, что приводит к натяжению концов 9 и 16

ленты, наматываемых на шкив, и к созданию в зонах контакта упоров 11 и 15 с впадиной грудины 10 усилий F , а в зонах их контакта с ребрами распределенных сжимающих усилий q , вызывающих уменьшение длины окружности грудной клетки и прогиб грудины на величину δ . Натяжение концов ленты прекращается после появления на выходе датчика 22 сигнала, подтверждающего достижение требуемой величины крутящего момента, заложенной в управляющей программе, который обеспечивает необходимую величину деформации грудины.

Для реализации фазы декомпрессии осуществляется реверсирование мотор-редуктора, натяжение концов ленты устраняется, что подтверждается сигналом на выходе датчика 22, и позволяет ребрам за счет накопленной в них при сжатии энергии упругих деформаций вернуть грудную клетку в исходное состояние, т.е. увеличить до первичной длины ее окружность.

Возобновление устойчивой сердечной деятельности фиксируется пульсоксиметром, сигнал от которого переводит устройство в режим ожидания. При падении ниже нормы постоянно фиксируемого пульсоксиметром уровня содержания в крови кислорода, с блока управления поступает сигнал о необходимости применения аппарата искусственной вентиляции легких.

Средняя длина окружности груди взрослого человека (мужчины) равна 870,0 мм [11], а рекомендуемая глубина прогиба грудины при наружном массаже сердца должна составлять у взрослых 50,0 ... 60,0 мм [12].

Расчеты показывают, что для обеспечения прогиба грудины $\delta = 50$ мм необходимо уменьшить длину окружности грудной клетки за счет сжатия на 154 мм, т.е. каждый конец ленты после подтяжки должна переместиться при намотке на шкив на 77 мм.

Величины перемещения концов ленты при подтяжке и при сжатии грудной клетки (фаза компрессии) определяются через угол поворота ротора датчика крутящего момента 22.

Заключение. Применение в составе автоматического устройства для наружного массажа сердца электропривода на базе мотор-редуктора с установленном на выходном валу датчиком крутящего момента упрощает конструкцию и способствует снижению металлоемкости, уменьшению габаритных размеров и энергопотребления, и, как следствие, повышает надежность и долговечность. Перечисленные особенности позволяют эффективно применять данное устройство как переносное в экстремальных условиях (медицина катастроф, военно-полевая медицина и др.) и может быть состыковано с переносным устройством для искусственной вентиляции легких.

Проект «Разработка и создание экспериментального переносного автоматического устройства для сердечно-легочной реанимации на базе аппаратов непрямого массажа сердца и искусственной вентиляции легких», идентификатор 32/06-31.

Библиографический список

1. А. с. 564864 СССР, МПК А61Н 31/00 Реаниматор [Текст]/ Н.В. Хапилов, В.М. Башлыков (СССР). –опубл. 15.07.77, Бюл. №26.

2. Сердечно-легочная реанимация. Рекомендации Европейского совета по реанимации и Американской ассоциации сердца [Электронный ресурс]. <https://medprosvita.com.ua/serdechno-legochnaya-reanimaciya-rekome/> (дата обращения 05.09.2020).
3. Кузнецова О.Ю., Лебединский К.М., Дубикайтис Т.А. Сердечно-легочная и расширенная реанимация. – СПб: Издательство СПбМАПО, 2005. – 176 с.
4. Зильбер А.П. Этюды критической медицины. - М.: Медпресс-информ, 2006. – 568 с.
5. Пат. 2180551 Российская Федерация, МПК А61Н 9/00, А61Н 31/00. Устройство закрытого массажа сердца [Текст] / Н.А. Курков, Н.М. Лебедев, И.К. Таланов и др. : опубл. 20.03.2002
6. Пат. 2180827 Российская Федерация, МПК А61Н 31/00. Устройство для компрессионно-декомпрессионной реанимации [Текст] / В.Л. Радужкевич : опубл. 27.03.2002
7. Устройство для сердечно-легочной реанимации LUCAS [Электронный ресурс]. http://adhara.ru/articles/autopulse_and_cpr.htm (дата обращения 05.09.2020).
8. Автоматическое устройство для сердечно-легочной реанимации LUCAS-2 [Электронный ресурс]. http://www.deal-med.ru/ustrojstvo_dlja_serdechno_legochnoj_reanimacii_lucas_2.html (дата обращения 05.09.2020).
9. Автоматическое устройство для сердечно-легочной реанимации ZOLL [Электронный ресурс]. <https://www.zoll.com/ru/medical-products/resuscitation-system/autopulse/ems> ; http://adhara.ru/articles/autopulse_and_c.pr.htm (дата обращения 05.09.2020).
10. Датчик крутящего момента T22 [Электронный ресурс]. <http://www.hbm.ru/catalog/datchiki/datchik-krutyashchego-momenta-t22/> (дата обращения 05.09.2020).
11. Рисунок 1 (Таблица измерений) [Электронный ресурс]. URL: http://opnevmonii.ru/wp-content/uploads/2017/01/Рисунок_1.jpg (Таблица измерений) (дата обращения 05.09.2020).
12. Порядок проведения сердечно-легочной реанимации у взрослых и детей [Электронный ресурс]. URL: <http://okardio.com/ostalnoe/serdechno-legochnaya-reanimaciya-590.html> (дата обращения 05.09.2020).

Bibliograficheskiy spisok

1. А. s. 564864 SSSR, МПК А61Н 31/00 Reanimator [Tekst]/ N.V. Napolov, V.M. Bashlykov (SSSR). –opubl. 15.07.77, Byul. №26.
2. Serdechno-legochnaya reanimaciya. Rekomendacii Evropejskogo soveta po reanimacii i Amerikanskoj asociacii serdca [Elektronnyj resurs]. <https://medprosvita.com.ua/serdechno-legochnaya-reanimaciya-rekome/> (data obrashcheniya 05.09.2020).
3. Kuznecova O.YU., Lebedinskij K.M., Dubikajtis T.A. Serdechno-legochnaya i rasshirennaya reanimaciya. – SPb: Izdatel'stvo SPbMAPO, 2005. – 176 s.

4. Zil'ber A.P. Etyudy kriticheskoy mediciny. - M.: Medpress-inform, 2006. – 568 s.
5. Pat. 2180551 Rossijskaya Federaciya, MPK A61N 9/00, A61N 31/00. Ustrojstvo zakrytogo massazha serdca [Tekst] / N.A. Kurkov, N.M. Lebedev, I.K. Talanov i dr. : opubl. 20.03.2002
6. Pat. 2180827 Rossijskaya Federaciya, MPK A61N 31/00. Ustrojstvo dlya kompressionno-dekompressionnoj reanimacii [Tekst] / V.L. Radushkevich : opubl. 27.03.2002
7. Ustrojstvo dlya serdechno-legochnoj reanimacii LUCAS [Elektronnyj resurs]. http://adhara.ru/articles/autopulse_and_cpr.htm (data obrashcheniya 05.09.2020).
8. Avtomaticheskoe ustrojstvo dlya serdechno-legochnoj reanimacii LUCAS-2 [Elektronnyj resurs]. http://www.deal-med.ru/ustrojstvo_dlja_serdechno_legochnoj_reanimacii_lucas_2.html (data obrashcheniya 05.09.2020).
9. Avtomaticheskoe ustrojstvo dlya serdechno-legochnoj reanimacii ZOLL [Elektronnyj resurs]. <https://www.zoll.com/ru/medical-products/resuscitation-system/autopulse/ems> ; http://adhara.ru/articles/autopulse_and_cpr.htm (data obrashcheniya 05.09.2020).
10. Datchik krutyashchego momenta T22 [Elektronnyj resurs]. <http://www.hbm.ru/catalog/datchiki/datchik-krutyashchego-momenta-t22/> (data obrashcheniya 05.09.2020).
11. Risunok 1 (Tablica izmerenij) [Elektronnyj resurs]. URL: http://opnevmonii.ru/wp-content/uploads/2017/01/Risunok_1.jpg (Tablica izmerenij) (data obrashcheniya 05.09.2020).
12. Poryadok provedeniya serdechno-legochnoj reanimacii u vzroslyh i detej [Elektronnyj resurs]. URL: <http://okardio.com/ostalnoe/serdechno-legochnaya-reanimaciya-590.html> (data obrashcheniya 05.09.2020).

¹Пашков Евгений Валентинович, д.т.н., профессор, кафедра «Приборные системы и автоматизация технологических процессов», pashkov@sevsu.ru, Россия, Севастопольский государственный университет

AUTOMATIC DEVICE FOR EXTERNAL HEART MASSAGE BASED ON AN ELECTRIC DRIVE

E.V. Pashkov

The results of analysis of designs and functional capabilities of a number of devices for external heart massage of well-known manufacturers of medical equipment used for cardiopulmonary resuscitation are presented. The main schemes of power influence on the chest are considered, the disadvantages that reduce the functionality and reliability of the devices are indicated. The article describes the design and operation principle of an automatic device for external heart massage based on an electric drive with a tape chest brace and with varying parameters of force action, depending on the size of the chest.

Keyword: cardiopulmonary resuscitation, closed heart massage, chest band, electric drive, torque sensor.

Pashkov Evgeny Valentinovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Instrumentation Systems and Automation of Technological Processes, (hidden), Russia, Sevastopol State University

АВТОМАТИЗАЦИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ В МАШИНО-ПРИБОРОСТРОЕНИИ

Научный журнал
Выпуск №3(11) 2020 г.

16+

Рубрики в соответствии с номенклатурой научных специальностей:

- 05.13.00 Информатика, вычислительная техника и управление
- 05.11.00 Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы
- 05.02.00 Машиностроение и машиноведение

Адрес редакции:

299053, г. Севастополь, ул. Университетская, д. 33.

Телефон редакции: 8(692)550077

<https://www.sevsu.ru/nauka/pechat-izdaniya/item/3655-avtomatizatsiya-i-izmereniya-v-mashinopriborostroenii>

e-mail: appr.sevgu@yandex.ru

Отпечатано в издательстве СевГУ.

Публикуемые материалы прошли обязательную процедуру рецензирования и экспертного отбора. Авторы опубликованных материалов несут полную ответственность за подбор и точность приведенных фактов, цитат, данных, имен собственных и прочих сведений.

Редакция не несет ответственности за нарушение авторами исключительных прав на результаты интеллектуальной деятельности третьих лиц. Мнение редакционной коллегии может не совпадать с позицией авторов статей. При перепечатке материалов ссылка на научный журнал «Автоматизация и измерения в машино- приборостроении» обязательна.

Учредитель и издатель

ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет» ул. Университетская, 33.
Севастополь, 299053.

№ рег. СМИ: ПИ№ФС77-73958 от 12.окт. 2018 г.

Главный редактор: Копп Вадим Яковлевич

Подписано к печати 13.07.2020. Заказ 010К. Дата выхода в свет: 22.07.2020. Тираж: 50 экз.
Цена: Бесплатно. Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Объем усл. печ. л. 11,27.

Севастополь, 2020