

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

## **СИГНАЛЫ И ПРОЦЕССЫ В ИНФОКОММУНИКАЦИЯХ**

**Учебно-методическое пособие**  
по проведению практических занятий по дисциплине  
для студентов очной формы обучения направления  
10.03.01 - Информационная безопасность

Севастополь  
СевГУ  
2021

УДК 621.396.2(076.5)

ББК 32.811.1я73

С345

**Р е ц е н з е н т:**

**И. Л. Афонин** – д-р техн. наук, профессор

**Ответственный за выпуск:**

**И. Л. Афонин** – д-р техн. наук, профессор,  
заведующий кафедрой «Радиоэлектроника и телекоммуникации»,

*Составители* : Ю. Б. Гимпилевич, А. И. Бойко

**С345 Сигналы и процессы в инфокоммуникациях** : учебно-методическое пособие по проведению практических занятий по дисциплине для студентов очной формы обучения направления 10.03.01 - Информационная безопасность / Севастопольский государственный университет, Институт радиоэлектроники и информационной безопасности, кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации» ; сост.: Ю. Б. Гимпилевич, А. И. Бойко. – Севастополь : Изд-во СевГУ, 2021. – 29 с. – Текст : электронный.

Цель пособия: оказание методической помощи преподавателям и обучающимся направления 10.03.01 Информационная безопасность при изучении дисциплины «Сигналы и процессы в инфокоммуникациях».

УДК 621.396.2(076.5)

ББК 32.811.1я73

Учебно-методическое пособие утверждено на заседании кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации», протокол № 6 от 24 февраля 2021 г.

Учебно-методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании учёного Совета Института радиоэлектроники и информационной безопасности, протокол № 9 от 25 марта 2021 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Введение.....                                                                                     | 4  |
| 1. Спектральный Фурье-анализ периодических сигналов.....                                          | 5  |
| 1.1. Постановка задач .....                                                                       | 5  |
| 1.2. Решение.....                                                                                 | 5  |
| 2. Спектральный Фурье-анализ непериодических сигналов.....                                        | 8  |
| 2.1. Постановка задач .....                                                                       | 8  |
| 2.2. Решение.....                                                                                 | 8  |
| 3. Расчет спектральной плотности сигнала с применением преобразования Лапласа .....               | 11 |
| 3.1. Постановка задач .....                                                                       | 11 |
| 3.2. Решение.....                                                                                 | 11 |
| 4. Расчет автокорреляционной функции детерминированного сигнала.....                              | 14 |
| 4.1. Постановка задачи .....                                                                      | 14 |
| 4.2. Решение.....                                                                                 | 14 |
| 5. Определение характеристик модулированных радиосигналов ...                                     | 17 |
| 5.1. Постановка задачи .....                                                                      | 17 |
| 5.2. Решение.....                                                                                 | 17 |
| 6. Расчет частотных характеристик линейных радиотехнических цепей с постоянными параметрами ..... | 19 |
| 6.1. Постановка задачи .....                                                                      | 19 |
| 6.2. Решение.....                                                                                 | 19 |
| 7. Расчет реакции линейной цепи на произвольное воздействие ...                                   | 22 |
| 7.1. Постановка задачи .....                                                                      | 22 |
| 7.2. Решение.....                                                                                 | 22 |
| 8. Прохождение модулированных колебаний через избирательные цепи.....                             | 24 |
| 8.1. Постановка задачи .....                                                                      | 24 |
| 8.2. Решение.....                                                                                 | 24 |
| 9. Расчет статистических характеристик случайных процессов ....                                   | 26 |
| 9.1. Постановка задачи .....                                                                      | 26 |
| 9.2. Решение.....                                                                                 | 26 |
| Библиографический список .....                                                                    | 29 |

## **ВВЕДЕНИЕ**

Целью проведения практических занятий по дисциплине «Сигналы и процессы в инфокоммуникациях» (СПИК) является закрепление знаний, полученных студентами при изучении теоретической части и привитие навыков расчета характеристик сигналов и цепей.

Тема следующего практического занятия обучающимся сообщается преподавателем заранее, на предыдущем занятии.

В начале занятия (в течение 15—20 минут) преподаватель оценивает степень подготовленности обучающихся к занятию путём опроса по теме с выставлением оценок. Основные моменты по ходу обсуждения разъясняются преподавателем. После этого предлагается задача для решения по обсуждаемой теме. Преподаватель вызывает одного из обучающихся к доске для решения задачи. В процессе решения преподаватель контролирует его ход и даёт рекомендации по наиболее рациональному способу решения.

## 1. СПЕКТРАЛЬНЫЙ ФУРЬЕ-АНАЛИЗ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

### 1.1. Постановка задач

Провести спектральный анализ периодического сигнала, изображенного на рис. 1.1. Построить спектрограммы амплитуд и начальных фаз.

Исходные данные: высота  $E = 100$  В; период сигнала  $T = 10 \cdot 10^{-3}$  с.

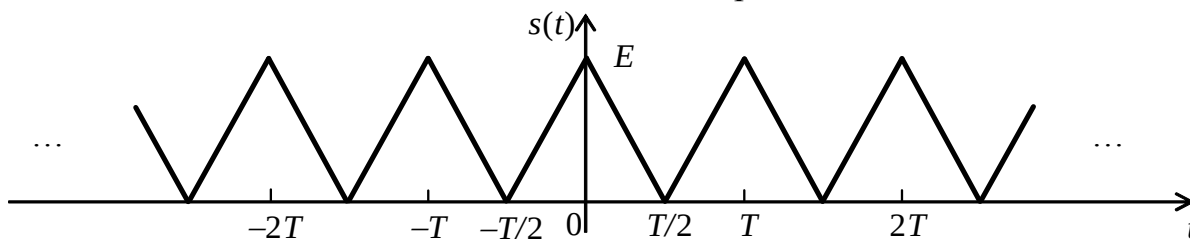


Рис. 1.1 — Вид анализируемого периодического сигнала

### 1.2. Решение

Спектральный анализ периодического сигнала  $s(t)$  производится путём разложения его в ряд Фурье [1—3]

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_n t + \theta_n), \quad (1.1)$$

где  $a_0/2$  — постоянная составляющая;

$\omega_1 = 2\pi/T$  — круговая частота сигнала;

$T$  — период сигнала;

$A_n$  и  $\theta_n$  — амплитуда и начальная фаза  $n$ -ой гармоники, рассчитываемые по формулам

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad (1.2)$$

$$\theta_n = \text{Arctg} \frac{b_n}{a_n}. \quad (1.3)$$

Коэффициенты разложения  $a_n$  и  $b_n$  определяются по формулам

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt; \quad (1.4)$$

$$b_n = -\frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt. \quad (1.5)$$

Поскольку заданный сигнал является чётной функцией времени, достаточно задать аналитическое выражение для сигнала на интервале времени, равном  $[0, T/2]$ , где сигнал  $s(t)$  представляет собой линейно-убывающую функцию времени

$$s(t) = \frac{-2E}{T} t + E. \quad (1.6)$$

Для чётных функций коэффициенты  $b_n$  в (1.5) равны нулю, а коэффициенты  $a_n$  можно рассчитать по упрощенной формуле [1—3]

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} \left( \frac{-2E}{T} t + E \right) \cos(n\omega_1 t) dt.$$

Вычислив интеграл в последнем выражении, получаем

$$a_n = \frac{8E}{T^2} \frac{1}{n^2 \omega_1^2} (1 - \cos(n\pi)). \quad (1.7)$$

Преобразуем (1.7) к виду

$$a_n = E \left[ \frac{\sin(\pi n/2)}{\pi n/2} \right]^2. \quad (1.8)$$

Определим амплитуды и начальные фазы гармоник спектра

$$A_n = |a_n| = E \left[ \frac{\sin(\pi n/2)}{\pi n/2} \right]^2; \quad (1.9)$$

$$\theta_n = 0. \quad (1.10)$$

Из (1.4) следует, что из спектра выпадают все чётные гармоники, а начальные фазы всех нечетных гармоник равны нулю. Постоянная составляющая  $a_0/2$  (1.1), в соответствии с (1.9) равна  $E/2$ .

Выражение для ряда Фурье (1.1) принимает следующий вид

$$s(t) = \frac{E}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} E \left[ \frac{\sin(\pi n/2)}{\pi n/2} \right]^2 \cos(n\omega_1 t). \quad (1.11)$$

Для построения спектрограмм проведем расчёт постоянной составляющей, а также амплитуд первой, третьей и пятой гармоник по формуле (1.9)

$$a_0/2 = 100/2 = 50 \text{ В};$$

$$A_1 = 4E/\pi^2 = 4 \cdot 100/\pi^2 \approx 40,57 \text{ В};$$

$$A_3 = 4E/9\pi^2 = 4 \cdot 100/9\pi^2 \approx 4,51 \text{ В};$$

$$A_5 = 4E/25\pi^2 = 4 \cdot 100/25\pi^2 \approx 1,62 \text{ В}.$$

Частота первой гармоники равна

$$f_1 = 1/T = 1/10 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ Гц}.$$

Спектрограммы амплитуд и начальных фаз представлены на рис. 1.2.

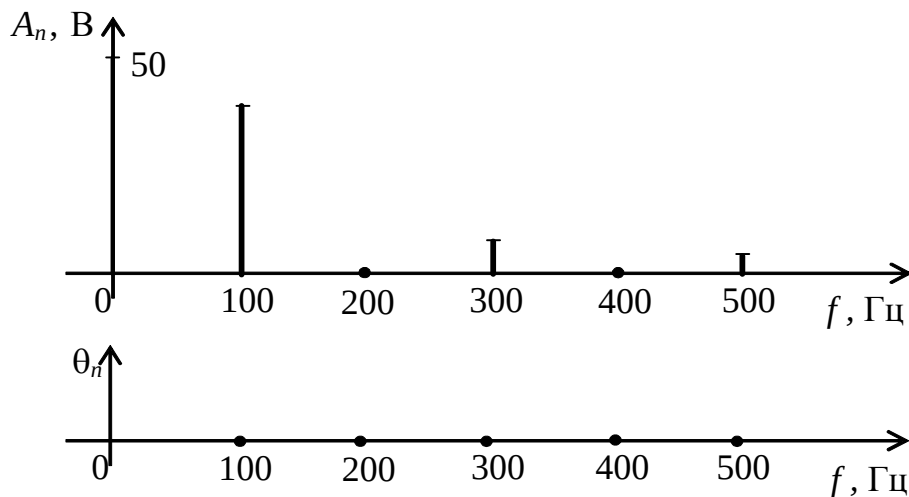


Рис. 1.2 — Спектрограммы амплитуд и начальных фаз сигнала

## 2. СПЕКТРАЛЬНЫЙ ФУРЬЕ-АНАЛИЗ НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

### 2.1. Постановка задач

Определить параметры спектральной плотности импульса, изображенного на рис. 2.1. Построить графики зависимости модуля и аргумента спектральной плотности этого импульса от частоты (спектрограммы). Оценить эффективную ширину спектра.

Исходные данные для расчёта: амплитуда  $E = 40$  В; длительность импульса  $t_1 = 1 \cdot 10^{-3}$  с.

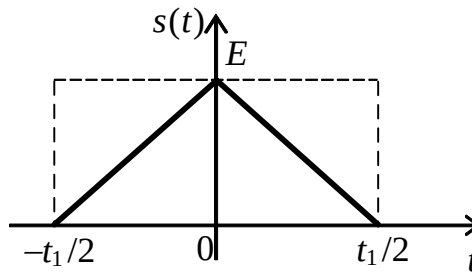


Рис. 2.1 — Форма рассматриваемого импульсного сигнала

### 2.2. Решение

Спектральная плотность непериодического процесса определяется в результате применения прямого преобразования Фурье к временной функции сигнала  $s(t)$

$$\underline{S}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (2.1)$$

Поскольку заданный сигнал является чётной функцией времени, спектральная плотность будет представлять собой чисто действительную функцию частоты, которую можно определить с помощью упрощенной формулы [1—3]

$$\underline{S}_1(j\omega) = 2 \int_0^{\infty} s(t) \cos(\omega t) dt. \quad (2.2)$$

Достаточно задать аналитическое выражение для сигнала  $s(t)$  на интервале времени  $[0, \infty]$

$$s(t) = \begin{cases} E - \frac{2E}{t_1}t, & 0 \leq t \leq t_1/2; \\ 0, & t > t_1/2. \end{cases} \quad (2.3)$$



Подставим (2.3) в формулу для расчета спектральной плотности (2.2)

$$\underline{S}(j\omega) = A(\omega) = 2 \int_0^{t_1/2} \left( E - \frac{2E}{t_1} t \right) \cos(\omega t) dt .$$

Вычислив интеграл в этом выражении, получаем

$$\underline{S}(j\omega) = A(\omega) = \frac{4E}{t_1} \left( \frac{\frac{t_1}{2} \sin(\omega t_1/2)}{\omega} + \frac{\cos(\omega t_1/2)}{\omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) .$$

После несложных преобразований приходим к следующему выражению

$$\underline{S}(j\omega) = A(\omega) = Et_1 \frac{\sin(\omega t_1/2)}{\omega t_1/2} - \frac{Et_1}{2} \left[ \frac{\sin(\omega t_1/4)}{\omega t_1/4} \right]^2 . \quad (2.4)$$

Из (2.4) следует, что на нулевой частоте спектральная плотность равна площади под кривой, описывающей форму сигнала

$$\underline{S}(0) = Et_1/2 = 40 \cdot 10^{-3}/2 = 0,02 \text{ В/Гц},$$

что подтверждает правильность полученного решения.

Спектрограммы модуля и аргумента в виде функций частоты  $f$ , рассчитанные при заданных исходных данных, изображены на рис. 2.2.

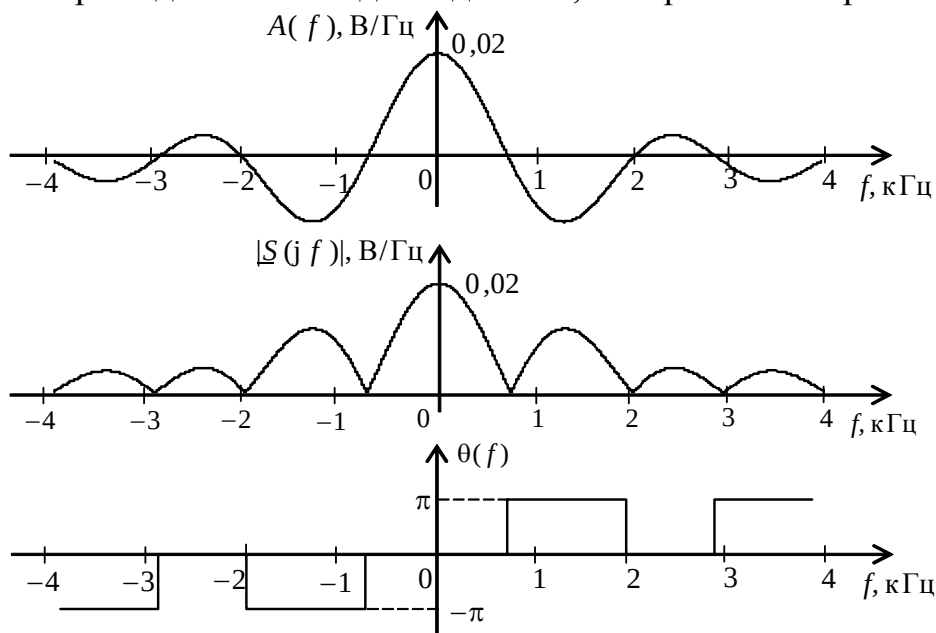


Рис. 2.2

Из спектрограммы модуля видно, что сигнал является видеоимпульсом, поскольку модуль спектральной плотности существенно отличается от нуля в полосе частот, примыкающей к нулевой частоте. С ростом частоты модуль спектральной плотности немонотонно убывает, стремясь к нулю. Основная часть энергии сигнала сосредоточена в полосе частот, ограниченной двумя первыми «лепестками» спектрограммы, поэтому оценкой эффективной ширины спектра  $\Delta f_{\text{эф}}$  может служить величина

$$\Delta f_{\text{эф}} = 2/t_1 = 2/10^{-3} = 2 \text{ кГц.}$$

### 3. РАСЧЕТ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ СИГНАЛА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

#### 3.1. Постановка задач

Рассчитать параметры спектральной плотности сигнала, изображенного на рис. 3.1. Построить спектрограмму модуля и аргумента этого сигнала.

Исходные данные для расчёта: амплитуда  $E = 400$  В;  $t_1 = 1 \cdot 10^{-4}$  с.

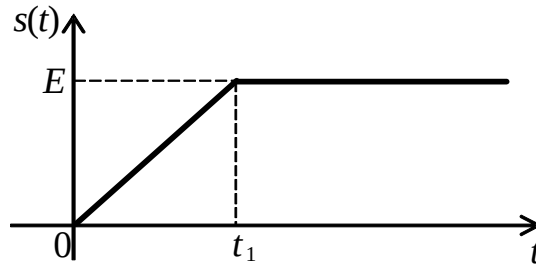


Рис. 3.1

#### 3.2. Решение

Заданный сигнал не удовлетворяет условию абсолютной интегрируемости, поэтому преобразование Фурье для анализа спектра применить невозможно [1—3]. Выполним анализ с помощью прямого преобразования Лапласа.

Представим  $s(t)$  как сумму двух более простых сигналов  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$ : сигнал  $s_1(t)$  — линейно-нарастающая функция, которая «включается» в момент времени  $t = 0$ , а сигнал  $s_2(t)$  — линейно-убывающая функция, которая «включается» в момент времени  $t = t_1$  (рис. 3.2).

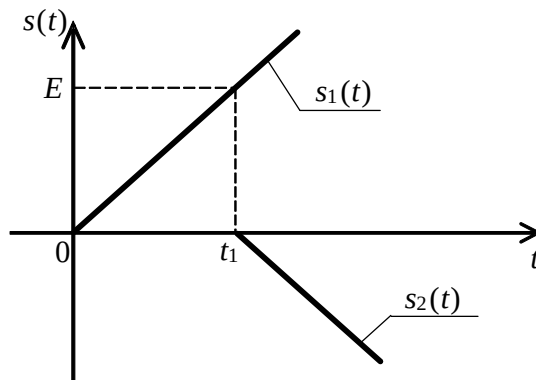


Рис. 3.2

Аналитическое выражение для  $s(t)$  можно записать в виде

$$s(t) = \frac{E}{t_1} t \cdot 1(t) - \frac{E}{t_1} (t - t_1) \cdot 1(t - t_1), \quad (3.1)$$

где  $1(t)$  — функция Хевисайда (единичный скачок).

Выражение для изображения сигнала  $s(t)$  по Лапласу  $\underline{S}(p)$  получим, используя теорему сдвига [2]

$$\underline{S}(p) = \frac{E}{t_1} \frac{1}{p^2} - \frac{E}{t_1} \frac{1}{p^2} e^{-pt_1} = \frac{E}{t_1} \frac{(1 - e^{-pt_1})}{p^2}. \quad (3.2)$$

Изображение (3.2) имеет один полюс кратности  $k = 2$  в точке  $p_1 = 0$ . Определим вычет в этом полюсе [4]

$$\text{Re } s_1 = \frac{E}{t_1} \frac{d}{dp} \left[ (1 - e^{-pt_1}) e^{pt} \right] \Big|_{p=0} = E. \quad (3.3)$$

Теперь заменим в (3.2) переменную  $p$  на  $j\omega$  и к полученной функции прибавим спектральную плотность полусуммы вычетов, которая в соответствии с (3.3), равна постоянному напряжению  $E/2$ . Окончательно получаем

$$\underline{S}(j\omega) = \frac{E}{t_1} \frac{1}{(j\omega)^2} (1 - e^{-j\omega t_1}) + \pi E \delta(\omega). \quad (3.4)$$

Определим модуль спектральной плотности. Применяя в (3.4) формулу Эйлера и проведя ряд несложных преобразований, получаем

$$|\underline{S}(j\omega)| = \frac{E}{|\omega|} \left| \frac{\sin\left(\frac{\omega t_1}{2}\right)}{\frac{\omega t_1}{2}} \right| + \pi E \delta(\omega). \quad (3.5)$$

Спектрограммы модуля и аргумента этого сигнала в виде функций частоты  $f$ , рассчитанные при заданных исходных данных, изображены на рис. 3.2.

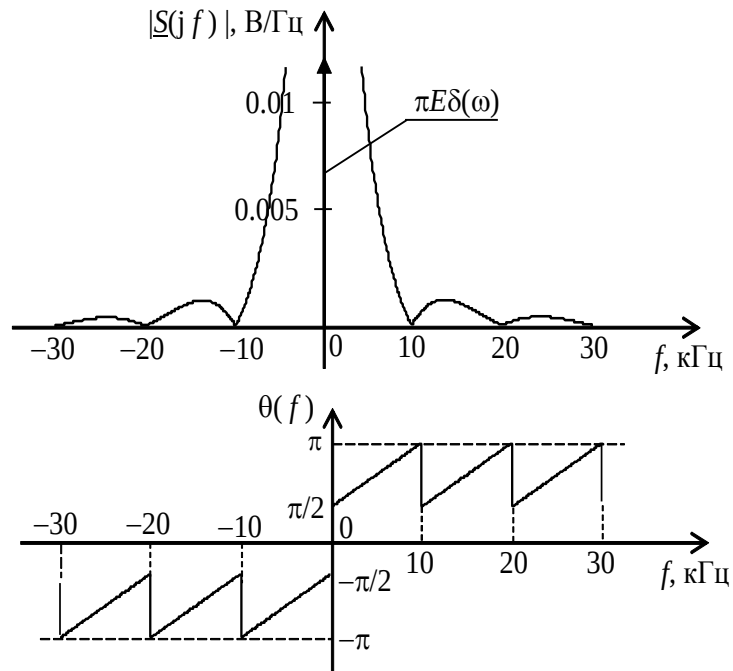


Рис. 3.2

Спектрограмма модуля содержит как непрерывную, так и дискретную компоненты. Из спектрограммы следует, что основной вклад в сигнал вносят составляющие, примыкающие к нулевой частоте. С ростом частоты модуль спектральной плотности резко убывает, стремясь к нулю. При значении  $t_1 = 0$  выражение (3.5) с точностью до константы  $E$  становится равным спектральной плотности функции Хевисайда [1—3].

## 4. РАСЧЕТ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО СИГНАЛА

### 4.1. Постановка задачи

Определить параметры автокорреляционной функции (АКФ) сигнала, изображенного на рис. 4.1 а. Построить график АКФ и определить интервал корреляции.

Исходные данные:  $E = 50 \text{ В}$ ;  $t_{\text{и}} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

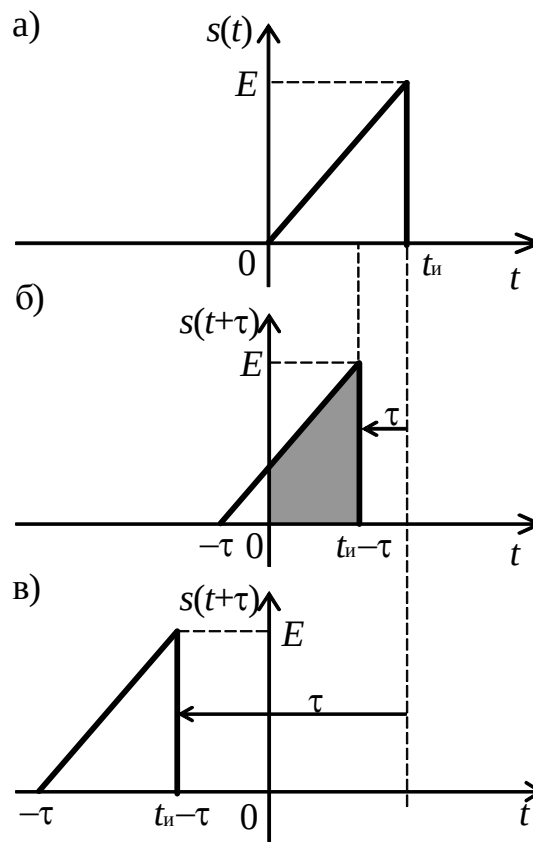


Рис. 4.1

### 4.2. Решение

Зададим данный сигнал аналитически на интервале времени  $(-\infty, +\infty)$

$$s(t) = \begin{cases} \frac{E}{t_{\text{и}}} t, & \text{при } 0 \leq t < t_{\text{и}} ; \\ 0, & \text{при } t < 0, \quad t > t_{\text{и}} . \end{cases} \quad (4.1)$$

Этот сигнал представляет собой кусочно-непрерывную функцию времени, поэтому и АКФ будет кусочно-непрерывной.

Проведём анализ на отдельных участках непрерывности, используя формулу для АКФ сигналов с конечной энергией [1—3].

На интервале  $0 \leq |\tau| \leq t_{\text{и}}$  (см. рис. 4.1 б)

$$B(\tau) = \int_0^{t_{\text{и}} - \tau} \left( \frac{E}{t_{\text{и}}} \right)^2 t(t + \tau) dt = \left( \frac{E}{t_{\text{и}}} \right)^2 \frac{(t_{\text{и}} - \tau)^3}{3} + \frac{\tau(t_{\text{и}} - \tau)^2}{2}. \quad (4.2)$$

Путём несложных преобразований (4.2) и с учётом чётности АКФ, получаем

$$B(\tau) = \left( \frac{E}{t_{\text{и}}} \right)^2 \frac{2t_{\text{и}}^3 - 3t_{\text{и}}^2|\tau| + |\tau|^3}{6}. \quad (4.3)$$

При  $|\tau| = 0$  из (4.3) следует

$$B(0) = E^2 t_{\text{и}} / 3,$$

что соответствует полной энергии сигнала.

При  $|\tau| = t_{\text{и}}$  из (4.3) находим

$$B(t_{\text{и}}) = 0.$$

На интервале  $|\tau| > t_{\text{и}}$  (рис. 4.1 в)

$$B(\tau) = 0. \quad (4.4)$$

Используя полученные результаты (4.3) и (4.4), построим график АКФ (рис. 4.2).

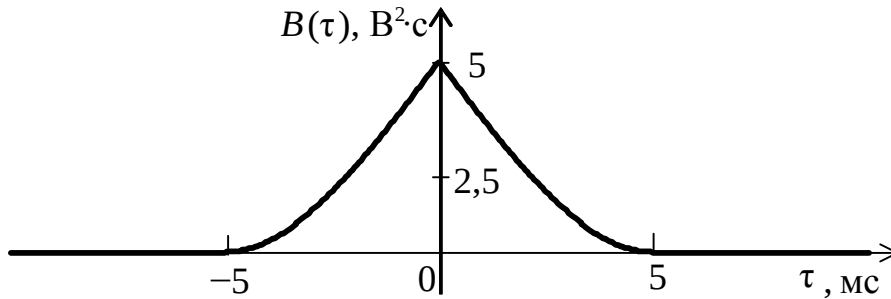


Рис. 4.2

Для определения интервала корреляции запишем выражение для нормированной АКФ  $R(\tau)$

$$R(\tau) = \frac{B(\tau)}{B(0)} = \frac{2t_{\text{н}}^3 - 3t_{\text{н}}^2|\tau| + |\tau|^3}{2t_{\text{н}}^3} . \quad (4.5)$$

Теперь определим интервал корреляции  $\tau_{\text{кор}}$  как площадь под кривой, отображающей функцию  $R(\tau)$  [4]

$$\tau_{\text{кор}} = \int_{-\infty}^{\infty} |R(\tau)| d\tau = 2 \int_0^{t_{\text{н}}} \frac{2t_{\text{н}}^3 - 3t_{\text{н}}^2\tau + \tau^3}{2t_{\text{н}}^3} d\tau = \frac{1}{t_{\text{н}}^3} (2t_{\text{н}}^4 - 3\frac{t_{\text{н}}^4}{2} + \frac{t_{\text{н}}^4}{4}) = 0,75t_{\text{н}} = 3,75 \text{ мс}.$$



## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МОДУЛИРОВАННЫХ РАДИОСИГНАЛОВ

### 5.1. Постановка задачи

Записать выражение для радиосигнала с тональной балансной амплитудной модуляцией и построить временную диаграмму этого сигнала.

Параметры несущего колебания: амплитуда  $A_0 = 10$  В; частота  $f_0 = 10^6$  Гц; начальная фаза  $\theta_0 = \pi$ .

Параметры модулирующего сигнала: частота  $F = 10^5$  Гц; начальная фаза  $\nu = -\pi/2$ ; коэффициент модуляции  $M = 0,5$ .

### 5.2. Решение

В спектре радиосигнала с балансной амплитудной модуляцией  $a(t)$  отсутствует несущее колебание, поэтому такой сигнал при тональной модуляции можно записать как сумму двух боковых составляющих, исключив несущее колебание [1—3]

$$a(t) = \frac{A_0 M}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \theta_0 + \nu] + \frac{A_0 M}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \theta_0 - \nu], \quad (5.1)$$

где  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ;

$$\Omega = 2\pi F.$$

Выражение (5.1) путем простых тригонометрических преобразований приведем к виду

$$a(t) = A_0 M \cos(\Omega t + \nu) \cos(\omega_0 t + \theta_0). \quad (5.2)$$

Из выражения (5.2) следует, что случай  $M = 0$  является **вырожденным**: сигнал тождественно равен нулю.

Временная диаграмма радиосигнала с балансной тональной АМ, рассчитанная в соответствии с исходными данными по формуле (5.2), изображена на рис. 5.1.

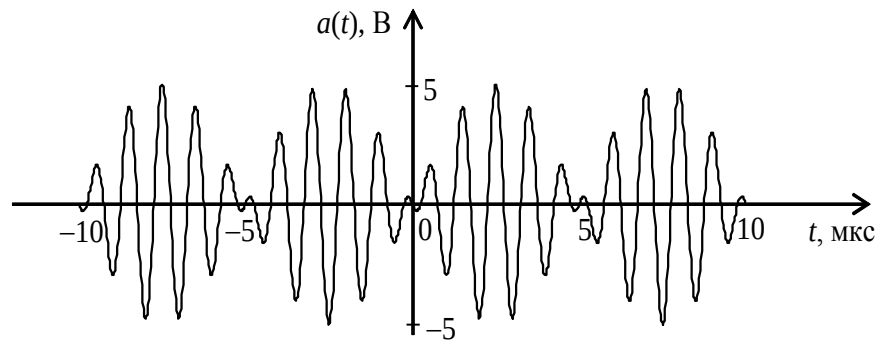


Рис. 5.1

Из рис. 5.1 видно, что амплитуда радиосигнала при любом значении коэффициента модуляции  $M$  периодически, с частотой, равной удвоенной частоте модуляции принимает нулевые значения.

## 6. РАСЧЕТ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОСТОЯННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

### 6.1. Постановка задачи

Для цепи, изображенной на рис. 6.1 рассчитать и построить амплитудно-частотную (АЧХ) и фазо-частотную характеристику (ФЧХ), а также импульсную и переходную характеристики.

Исходные данные:  $L = 1 \cdot 10^{-3}$  Гн;  $R = 10$  Ом.

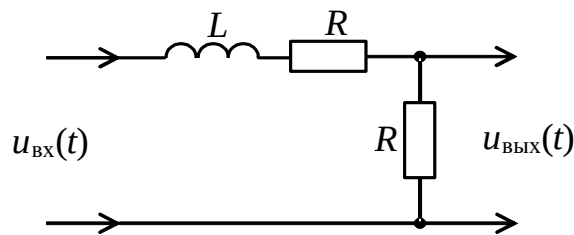


Рис. 6.1

### 6.2. Решение

Используя правило делителя напряжения [4], запишем выражение для комплексного коэффициента передачи (ККП)  $K(j\omega)$  заданной цепи

$$K(j\omega) = \frac{R}{2R + j\omega L}. \quad (6.1)$$

Определим АЧХ и ФЧХ цепи как модуль и аргумент от ККП

$$K(\omega) = \frac{R}{\sqrt{4R^2 + (\omega L)^2}}; \quad (6.2)$$

$$\varphi(\omega) = -\text{Arctg}\left(\frac{\omega L}{2R}\right). \quad (6.3)$$

Графики АЧХ и ФЧХ, рассчитанные в соответствии с исходными данными по формулам (6.2), (6.3), изображены на рис. 6.2.

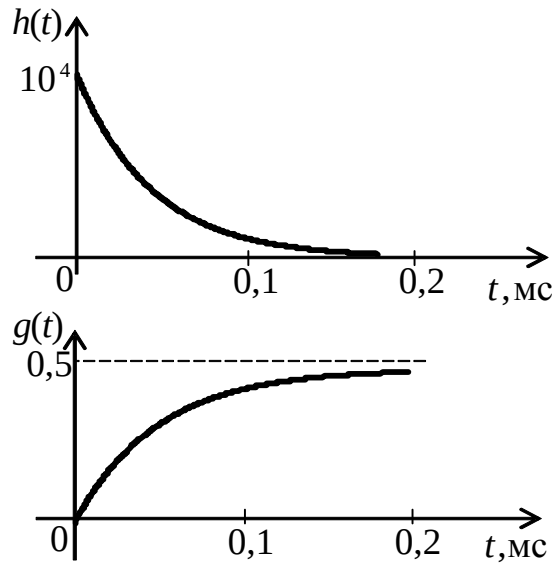


Рис. 6.2

Из графика АЧХ видно, что данная цепь представляет собой **фильтр нижних частот**, частоту среза которого  $\omega_c$  можно определить с помощью (6.2) из условия спада АЧХ до уровня 0,707 или, что то же самое, спада квадрата АЧХ до уровня 0,5 от значения на нулевой частоте

$$0,5 \frac{R^2}{4R^2} = \frac{R^2}{4R^2 + (\omega_c L)^2},$$

откуда

$$\omega_c = \frac{2R}{L} = 2 \cdot 10^4 \text{ рад/с.}$$

Запишем выражение для передаточной функции цепи, заменив в (6.1)  $j\omega$  комплексной переменной  $p$

$$K(p) = \frac{R}{2R + pL} = \frac{R/L}{p + 2R/L}. \quad (6.4)$$

Определим импульсную и переходную характеристики цепи, воспользовавшись преобразованием Лапласа и таблицей соответствия [4]

$$h(t) = L^{-1}[K(p)] = L^{-1}\left[\frac{R/L}{p + 2R/L}\right] = \frac{R}{L} \exp(-2Rt/L) \cdot 1(t); \quad (6.5)$$

$$g(t) = L^{-1} \left[ \frac{K(p)}{p} \right] = L^{-1} \left[ \frac{R/L}{p(p + 2R/L)} \right] = \frac{1}{2} [1 - \exp(-2Rt/L)] \cdot 1(t) . \quad (6.6)$$

Здесь  $1(t)$  — функция Хевисайда.

Графики импульсной и переходной характеристик, рассчитанные по формулам (6.5) и (6.6) при заданных исходных данных, изображены на рис. 6.3.

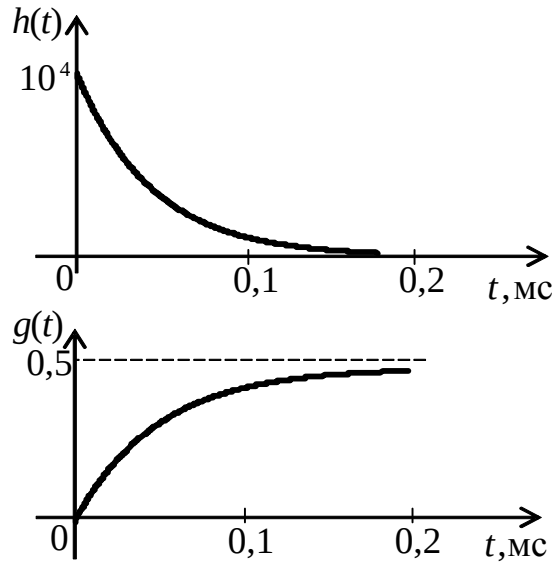


Рис. 6.3

Из графиков видно, что данная цепь относится к классу **апериодических** цепей, поскольку переходной процесс не носит колебательного характера. Постоянная времени цепи равна

$$\tau = L/2R = 0,05 \text{ мс}.$$

Из графиков видно, что переходной процесс на выходе практически устанавливается за время, составляющее около  $3\tau$ .

## 7. РАСЧЕТ РЕАКЦИИ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ НА ПРОИЗВОЛЬНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

### 7.1. Постановка задачи

На вход цепи, приведенной на рис. 7.1, подается напряжение в виде импульса треугольной формы (рис. 7.2). Требуется определить форму выходного напряжения.

Исходные данные:  $C = 10^{-6} \text{ Ф}$ ;  $R = 10^3 \text{ Ом}$ ;  $E = 20 \text{ В}$ ;  $t_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

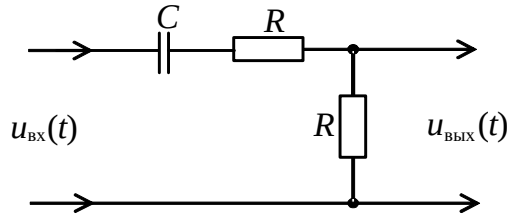


Рис. 7.1

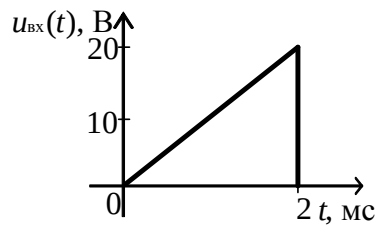


Рис. 7.2

### 7.2. Решение

Решение проведем операторным методом. Используя правило делителя напряжения [4], запишем выражение для передаточной функции цепи  $K(p)$

$$K(p) = \frac{pCR}{2pCR + 1}. \quad (7.1)$$

Введем обозначение для постоянной времени  $\tau$

$$\tau = 2CR.$$

Формула (7.1) принимает вид

$$K(p) = \frac{1}{2} \frac{p}{p + 1/\tau}. \quad (7.2)$$

Запишем аналитическое выражение для входного сигнала (см. рис. 7.2) в виде

$$u_{\text{вх}}(t) = \frac{E}{t_1} t \cdot 1(t) - \frac{E}{t_1} (t - t_1) \cdot 1(t - t_1) - E \cdot 1(t - t_1), \quad (7.3)$$

где  $1(t)$  — функция Хевисайда.

Используя (7.3), запишем выражение для изображения входного напряжения

$$U_{\text{вх}}(p) = \frac{E}{t_1} \frac{1}{p^2} - \frac{E}{t_1} \frac{1}{p^2} e^{-pt_1} - \frac{E}{p} e^{-pt_1}. \quad (7.4)$$

Изображение выходного напряжения определим согласно операторному методу [1—3] с учетом (7.1) и (7.4)

$$U_{\text{вых}}(p) = U_{\text{вх}}(p)K(p) = \frac{1}{2} \frac{E}{t_1} \frac{1}{p(p+1/\tau)} - \frac{1}{2} \frac{E}{t_1} \frac{e^{-pt_1}}{p(p+1/\tau)} - \frac{1}{2} \frac{E e^{-pt_1}}{p+1/\tau}. \quad (7.5)$$

Оригинал  $u_{\text{вых}}(t)$ , соответствующий изображению (7.5), определим, воспользовавшись таблицей соответствия [1]:

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{2} \frac{E\tau}{t_1} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) 1(t) - \frac{1}{2} \frac{E\tau}{t_1} (1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}) 1(t - t_1) - \frac{1}{2} E e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} 1(t - t_1). \quad (7.6)$$

Результаты расчёта выходного процесса для исходных данных, приведенных выше, иллюстрируются на рис. 7.3 б. Для сравнения на рис. 7.3 а приведён исходный импульс.

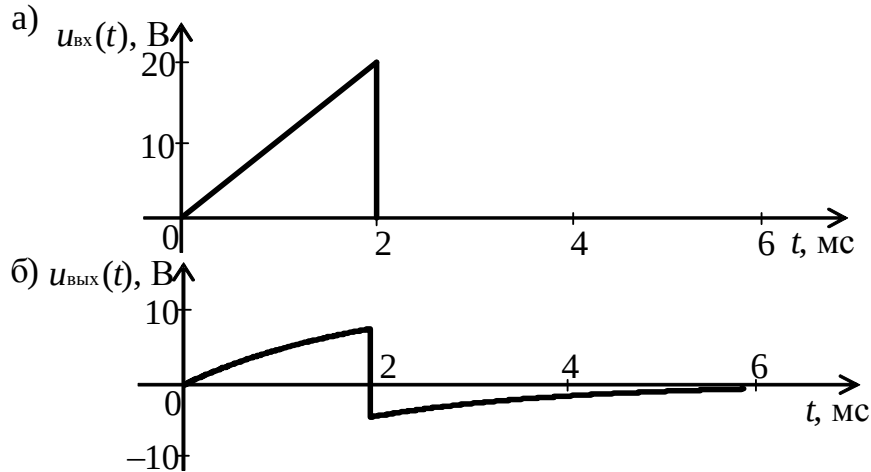


Рис. 7.3

Из рисунка видно, что выходной процесс претерпевает существенные искажения типа дифференцирования. Напряжение на выходе сначала плавно нарастает, в момент  $t = t_1$  скачком изменяет полярность, а затем плавно затухает, стремясь к нулю.

## 8. ПРОХОЖДЕНИЕ МОДУЛИРОВАННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЧЕРЕЗ ИЗБИРАТЕЛЬНЫЕ ЦЕПИ

### 8.1. Постановка задачи

На вход усилителя высоких частот (УВЧ) вещательного приёмника, выполненного в виде резонансного усилителя на основе одиночного колебательного контура, подан радиосигнал с тональной амплитудной модуляцией. Параметры радиосигнала: коэффициент модуляции  $M = 0,5$ ; несущая частота  $f_0 = 1$  МГц. Резонансная частота УВЧ совпадает с частотой несущего колебания:  $f_p = f_0$ . Частота модулирующего сигнала  $F = 1$  кГц. Коэффициент модуляции на выходе усилителя равен  $M_{\text{вых}} = 0,4$ .

Рассчитать эквивалентную добротность резонансного контура и коэффициент подавления УВЧ паразитного канала промежуточной частоты ( $f_{\text{пр}} = 465$  кГц).

### 8.2. Решение

С помощью формулы, приведенной в [2], выразим и рассчитаем эквивалентную постоянную времени контура  $\tau_{\text{кэ}}$

$$\tau_{\text{кэ}} = \frac{1}{2\pi F} \sqrt{\left(\frac{M}{M_{\text{вых}}}\right)^2 - 1} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3} \sqrt{\left(\frac{0,5}{0,4}\right)^2 - 1} = 1,194 \cdot 10^{-4} \text{ с}. \quad (8.1)$$

С учетом (8.1) рассчитаем эквивалентную добротность контура  $Q_{\text{кэ}}$

$$Q_{\text{кэ}} = \frac{\omega_p \tau_{\text{кэ}}}{2} = \frac{2\pi \cdot 10^6 \cdot 1,194 \cdot 10^{-4}}{2} = 80,72. \quad (8.2)$$

Используя (8.2), найдём значение обобщенной расстройки контура на промежуточной частоте  $\xi_{\text{пр}}$  [4]

$$\xi_{\text{пр}} = Q_{\text{кэ}} (\omega_{\text{пр}} / \omega_p - \omega_p / \omega_{\text{пр}}) = 80,75(0,465/1 - 1/0,465) = -136,057. \quad (8.3)$$

Рассчитаем значение относительного коэффициента передачи контура на промежуточной частоте  $K(\omega_{\text{пр}})$  по отношению к коэффициенту передачи  $K_{\text{max}}$  на резонансной частоте [2]

$$\frac{K(\omega_{\text{пр}})}{K_{\text{max}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{\text{пр}}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (-136,057)^2}} = 0,735 \cdot 10^{-2}. \quad (8.4)$$

Таким образом, коэффициент передачи по паразитному каналу про-



межуточной частоты будет приблизительно в 136 раз меньше, чем для принимаемого канала. Обычно пользуются термином «**подавление паразитного канала**», который представляет собой относительный коэффициент передачи, выраженный в децибелах

$$20\lg\left(\frac{K(\omega_{\text{пр}})}{K_{\text{max}}}\right) = 20\lg(0,735 \cdot 10^{-2}) = -42,68 \text{ дБ}.$$

## 9. РАСЧЕТ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

### 9.1. Постановка задачи

На вход цепи (рис. 9.1) подан белый шум с энергетическим спектром  $W_x(\omega) = W_0 = \text{const}$ . Рассчитать и построить графики энергетического спектра и корреляционной функции процесса на выходе. Определить дисперсию, среднеквадратическое значение и интервал корреляции выходного шума.

Исходные данные:  $R = 100 \text{ Ом}$ ;  $C = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ ;  $W_0 = 10^{-7} \text{ В}^2\text{с}$ .

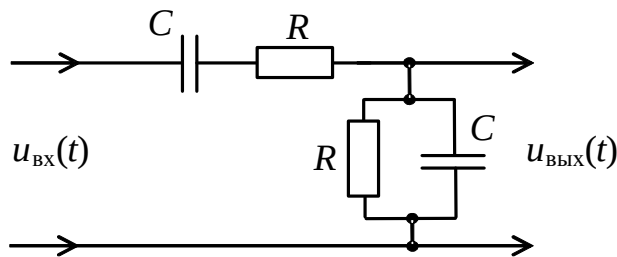


Рис. 9.1

### 9.2. Решение

Цепь на рис. 9.1 называют мостом Вина. Энергетический спектр шума на выходе цепи определим, как произведение энергетического спектра на входе и квадрата коэффициента передачи [2, 3]. Учитывая выражение для коэффициента передачи моста Вина [2], приходим к следующему выражению для энергетического спектра на его выходе

$$W_y(\omega) = \frac{W_0 \cdot (\omega RC)^2}{9(\omega RC)^2 + [(\omega RC)^2 - 1]^2}. \quad (9.1)$$

График энергетического спектра шума на выходе цепи, рассчитанный по формуле (9.1) в соответствии с исходными данными, изображен на рис. 9.2.

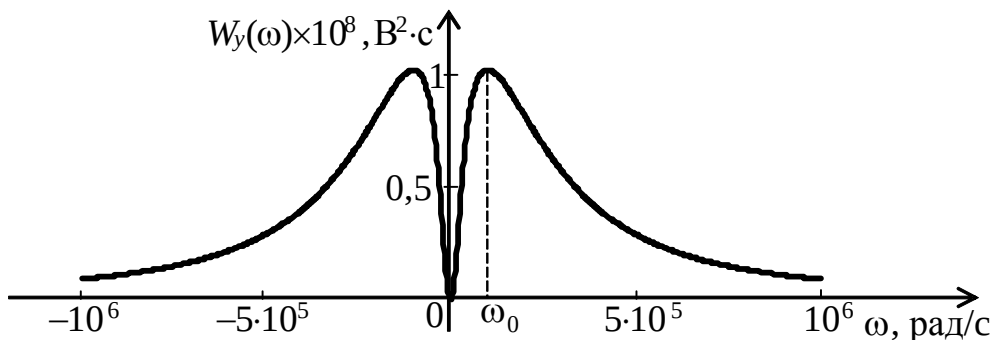


Рис. 9.2

Экстремум энергетического спектра соответствует частоте, на кото-

рой коэффициент передачи цепи максимален. Эту частоту можно рассчитать по формуле [1]

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{100 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}} = 10^5 \text{ рад/с}.$$

Определим корреляционную функцию выходного процесса, воспользовавшись теоремой Винера-Хинчина [2—4]

$$B_y(\tau) = \frac{W_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(\omega RC)^2}{9(\omega RC)^2 + [(\omega RC)^2 - 1]^2} \cos(\omega\tau) d\omega. \quad (9.2)$$

Ввиду сложности подынтегрального выражения проведем численное интегрирование (9.2) в пакете прикладных программ «MathCAD 14». При этом возникает необходимость выбора верхнего предела интегрирования. Этот предел следует выбрать так, чтобы охватить основную часть спектра. При правильном выборе предела погрешность из-за ограничения спектра может быть пренебрежимо малой.

Из графика энергетического спектра выходного процесса (см. рис. 9.2) видно, что можно ограничить спектр частотой  $\omega_m = 10^7$  рад/с. Результат расчета корреляционной функции приведен на рис. 9.3.

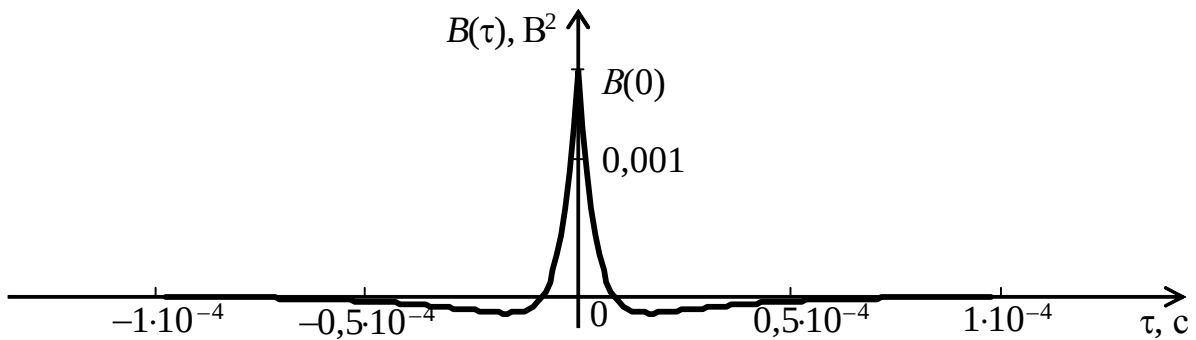


Рис. 9.3

Определим **дисперсию** выходного процесса  $D_y$

$$D_y = B(0) \approx 0,00164 \text{ В}^2.$$

При этом **среднеквадратический уровень** выходного шума  $\sigma_y$  будет равен

$$\sigma_y = \sqrt{D_y} \approx 0,040 \text{ В}.$$

Интервал корреляции выходного шума  $\tau_{\text{кор}}$  рассчитаем, как интеграл от модуля нормированной корреляционной функции

$$\tau_{\text{кор}} = \frac{1}{B(0)} \int_{-\infty}^{\infty} |B(\tau)| d\tau . \quad (9.3)$$

Интегрирование в (9.3) проведем численно, выбрав пределы интегрирования из тех же соображений, что и в предыдущем случае. Из графика корреляционной функции (рис. 9.3) видно, что пределы интегрирования можно ограничить интервалом  $-10^{-4}$ — $10^{-4}$  с. В результате численного интегрирования получено следующее значение для интервала корреляции

$$\tau_{\text{кор}} = 1,11 \cdot 10^{-5} \text{ с} .$$

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гимпилевич, Ю. Б. Сигналы и процессы в инфокоммуникациях: учебное пособие / Ю. Б. Гимпилевич. — Севастополь: Изд-во СевГУ, 2017. — 178 с.
2. Гоноровский, И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И. С. Гоноровский. — М.: Дрофа, 2006. — 720 с.
3. Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. — М.: Ленанд, 2016. — 528 с.
4. Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. — М.: Высшая школа, 2000. — 574 с.



# **СИГНАЛЫ И ПРОЦЕССЫ В ИНФОКОММУНИКАЦИЯХ**

*Учебно-методическое пособие*

*Составители : Гимпилевич Юрий Борисович,  
Бойко Анна Ивановна*

Редактор: канд. техн. наук, доцент В. Г. Слёзкин

Изд. № 37/2021. Объем 2 п.л.  
РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»