

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

**СИГНАЛЫ И ПРОЦЕССЫ  
В РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ.  
Лабораторный практикум по дисциплине**

**Учебно-методическое пособие**  
для обучающихся очной и заочной форм обучения  
укрупнённой группы специальностей и направлений  
11.00.00 «Электроника, радиотехника и системы связи»

Севастополь  
СевГУ  
2021

УДК 621.396.2(076.5)  
ББК 32.811.1я73  
С345

**Р е ц е н з е н т:**

**С. Р. Зиборов** – канд. техн. наук, доцент

**Ответственный за выпуск:**

**И. Л. Афонин** – д-р техн. наук, профессор,  
заведующий кафедрой «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

*Составители* : Ю. Б. Гимпилевич, Ю. Н. Тыщук, П. П. Овчаров, С. Е. Зебек

**С345    Сигналы и процессы в радиоэлектронике. Лабораторный практикум по дисциплине** : учебно-методическое пособие для студентов очной и заочной форм обучения укрупнённой группы специальностей и направлений 11.00.00 «Электроника, радиотехника и системы связи» / Севастопольский государственный университет, Институт радиоэлектроники и информационной безопасности, кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации» ; составители: Ю. Б. Гимпилевич, Ю. Н. Тыщук, П. П. Овчаров, С. Е. Зебек. – Севастополь : Изд-во СевГУ, 2021. – 48 с. – Текст : электронный.

Цель пособия: оказание помощи студентам очной и заочной форм обучения в подготовке и проведении лабораторного практикума по дисциплине «Сигналы и процессы в радиоэлектронике», а также в получении ими теоретических знаний и практических навыков анализа характеристик радиотехнических сигналов и цепей.

УДК 621.396.2(076.5)  
ББК 32.811.1я73

Учебно-методическое пособие утверждено на заседании кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации», протокол № 8 от 24 февраля 2021 г.

Учебно-методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании методической комиссии Института радиоэлектроники и информационной безопасности, протокол № 6 от 24 февраля 2021 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                     |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Введение .....</b>                                                               | <b>4</b>  |
| <b>1. Лабораторная работа № 1</b>                                                   |           |
| Исследование характеристик детерминированных сигналов.....                          | 5         |
| <b>2. Лабораторная работа № 2</b>                                                   |           |
| Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов ..... | 14        |
| <b>3. Лабораторная работа № 3</b>                                                   |           |
| Синтез сигналов по дискретным отсчетам Котельникова .....                           | 21        |
| <b>4. Лабораторная работа № 4</b>                                                   |           |
| Прохождение детерминированных сигналов через линейные апериодические цепи .....     | 29        |
| <b>5. Лабораторная работа № 5</b>                                                   |           |
| Исследование устойчивости активной линейной цепи с обратной связью .....            | 40        |
| <b>Библиографический список .....</b>                                               | <b>48</b> |

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Сигналы и процессы в радиоэлектронике» изучается студентами дневной и заочной форм обучения укрупнённой группы специальностей и направлений 11.00.00 «Электроника, радиотехника и системы связи».

Методические рекомендации по выполнению каждой лабораторной работы содержат следующие разделы: цель работы; теоретическую часть; описание лабораторной установки; порядок выполнения работы; рекомендации по оформлению отчета; контрольные вопросы.

В основу лабораторного практикума положен фронтальный метод, суть которого заключается в том, что студенческая группа, разбитая на бригады, выполняет одну и ту же лабораторную работу. Каждая бригада работает со своей лабораторной установкой. Это позволяет синхронизировать процесс изучения теоретического материала с тематикой лабораторного практикума, а также дает возможность преподавателю по ходу занятия обсуждать методику эксперимента и результаты со всей группой студентов одновременно. Фронтальный метод позволяет также студентам осуществлять предварительную подготовку к лабораторным занятиям, поскольку их тематика заранее известна.

Преподаватель в начале занятия проводит краткий опрос студентов и допускает их к проведению лабораторной работы.

Бригада состоит, как правило, из 2-3 студентов. В процессе выполнения работы студенты должны вести подробный протокол, в котором излагают весь ход работы, фиксируют результаты экспериментов. После завершения работы преподаватель просматривает полученные данные и подписывает протокол. На основании протокола каждый студент оформляет отчет, который должен иметь титульный лист и содержать следующие разделы: цель работы; схему лабораторной установки; экспериментальные данные (таблицы с результатами измерений, осциллограммы и прочее); результаты обработки экспериментальных данных (графики, диаграммы, измеренные и рассчитанные параметры и др.); выводы по работе.

Защита отчета проводится на очередном занятии перед выполнением следующей лабораторной работы.

# 1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

### 1.1. Цель работы

Исследование основных характеристик детерминированных сигналов и методов их измерения.

### 1.2. Теоретическая часть

#### 1.2.1. Определение электрического сигнала

Электрическим сигналом называют изменение электрического тока либо напряжения, однозначно связанное с некоторым физическим процессом — сообщением. Поскольку физические процессы изменяются во времени, то и электрические сигналы являются функциями времени. Поэтому математическая модель сигнала представляет собой функцию времени. Обычно используют следующие обозначения сигналов:  $s(t)$ ,  $u(t)$ ,  $i(t)$ ,  $e(t)$ ,  $a(t)$  и др.

Сигналы делятся на два типа: детерминированные и случайные. **Детерминированные сигналы** — это сигналы, значение которых в любой момент времени полностью известны, то есть предсказуемы с вероятностью, равной единице. Детерминированные сигналы могут быть заданы аналитически (в виде математических формул), графически, либо в виде таблиц.

Разделяют две группы детерминированных сигналов: периодические и непериодические.

**Периодическими** называют сигналы, для которых на интервале времени  $-\infty < t < +\infty$  выполняется условие

$$s(t) = s(t + kT), \quad (1.1)$$

где  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  — целое число;  $T$  — период функции  $s(t)$ .

К числу периодических сигналов относятся, например, периодические импульсные последовательности, некоторые из которых изображены на рис. 1.1. Для таких последовательностей вводится понятие скважности.

**Скважность** — это отношение периода сигнала  $T$  к длительности отдельного импульса  $t_{\text{и}}$ :

$$Q = \frac{T}{t_{\text{и}}}.$$

Из определения следует, что скважность  $Q \geq 1$ .

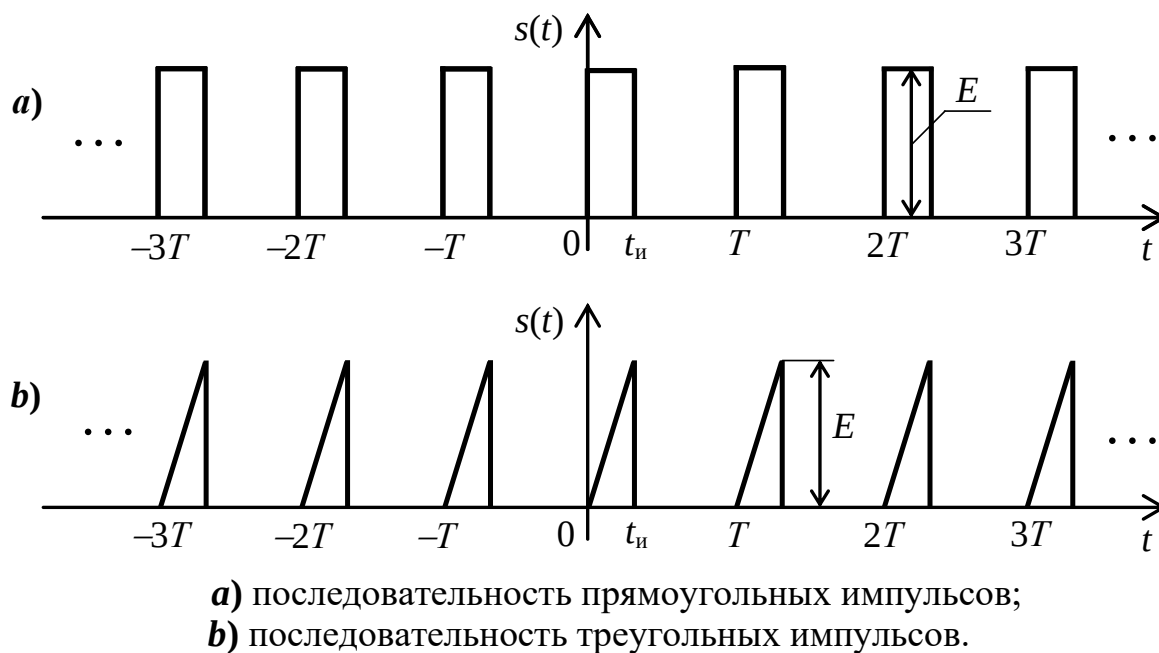
Другим примером периодического сигнала является гармоническое колебание. Аналитическая запись такого сигнала имеет вид

$$s(t) = U_m \cos(\omega_1 t + \theta_1), \quad (1.2)$$

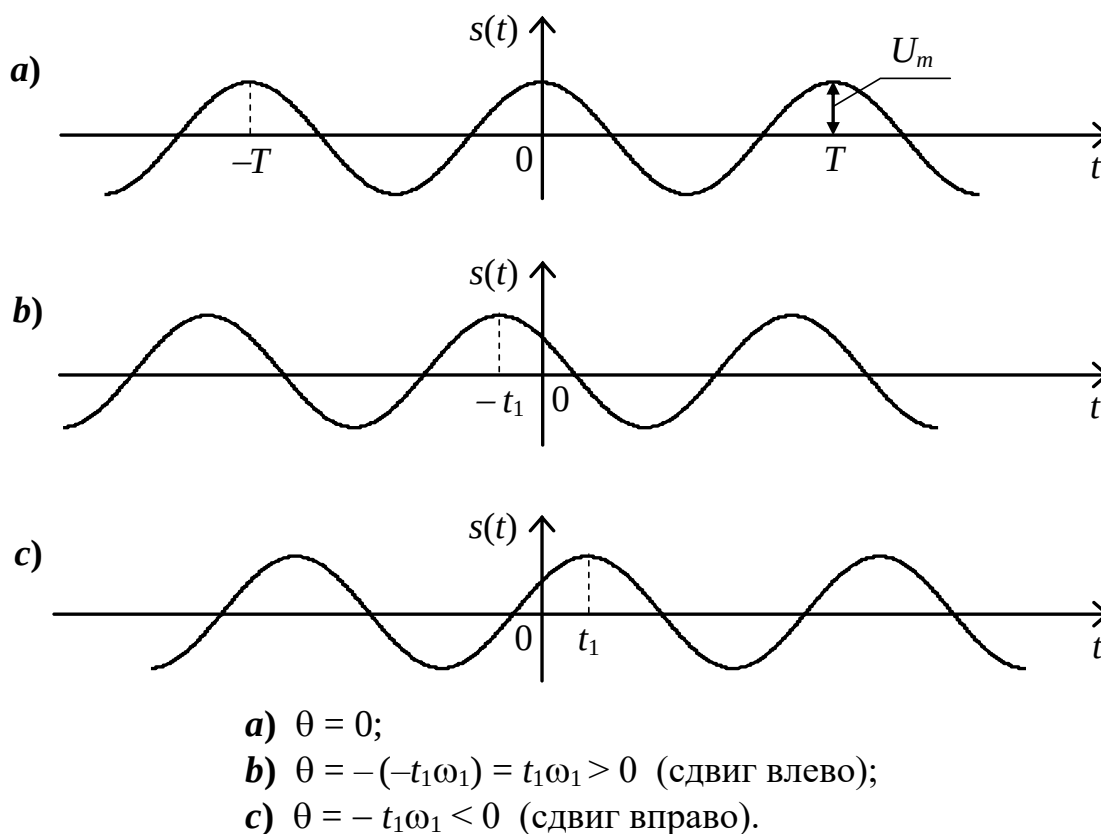
где  $U_m$  — амплитуда, измеряемая в вольтах (амперах);  $\omega_1 = 2\pi f_1$  — круговая частота, измеряемая в 1/сек;  $f_1 = 1/T$  — частота, измеряемая в Гц;  $T$  — период, измеряемый в сек;  $\theta_1$  — начальная фаза, измеряемая в радианах.

Временные диаграммы гармонического сигнала (1.2) при различных значениях

начальной фазы  $\theta_1$  изображены на рис. 1.2.



**Рис. 1.1 — Временные диаграммы периодических импульсных последовательностей**

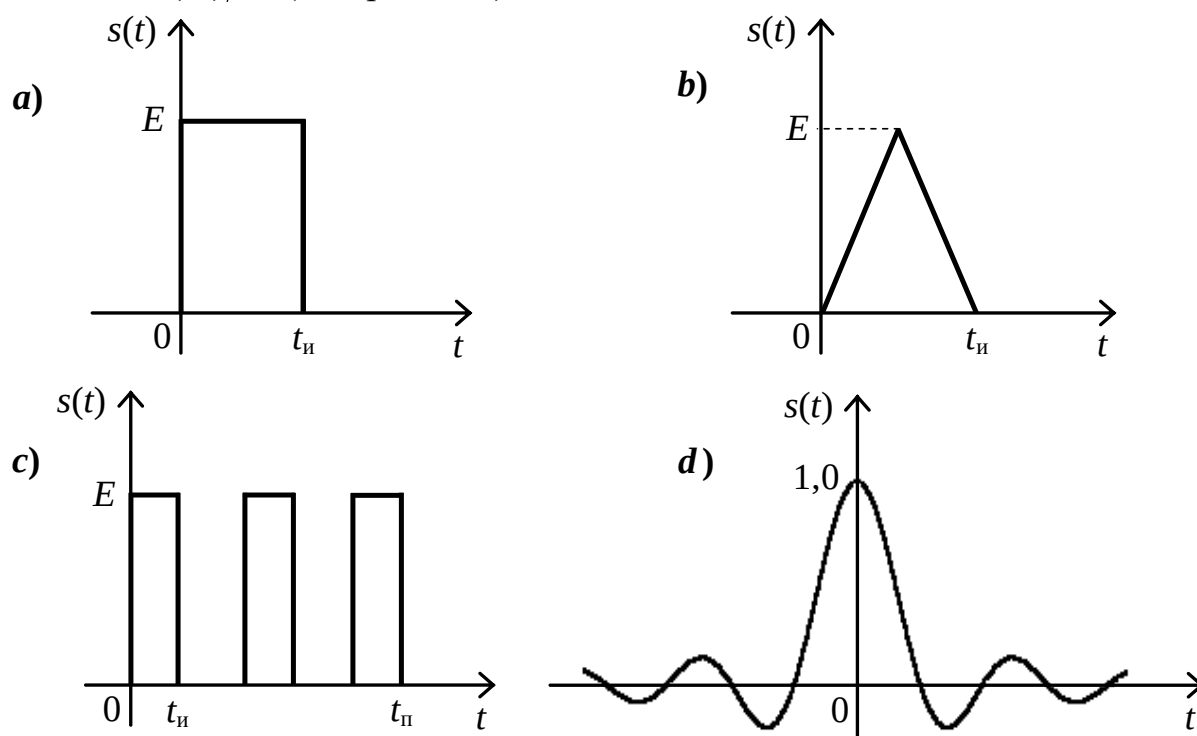


**Рис. 1.2 — Временные диаграммы гармонического колебания при различных значениях начальной фазы**

Периодические сигналы — математическая абстракция, т.к. в соответствии с определением их длительность бесконечна. Совершенно очевидно, что полная

энергия такого сигнала равна бесконечности (ведь он должен существовать бесконечно долго). И все же модель периодического сигнала часто используется для повторяющихся процессов. Если время наблюдения сигнала значительно превышает интервал  $T$ , то можно считать повторяющийся процесс периодическим.

**Непериодическими** называют сигналы, для которых не выполняется условие (1.1). Обычно это сигналы, которые отличны от нуля на конечном интервале времени. Например, одиночные импульсы и пачки импульсов. Пачкой называют сигнал, содержащий конечное число одиночных импульсов. Однако можно задать непериодические сигналы, которые отличны от нуля и на бесконечном интервале времени, например сигнал вида  $\sin(kt)/kt$ , где  $k = \text{const}$ . На рис. 1.3 изображены некоторые примеры непериодических процессов: одиночные импульсы (диаграммы **a** и **b**); пачка импульсов,  $t_{\text{и}}$  — длительность пачки импульсов (диаграмма **c**); сигнал вида  $\sin(kt)/kt$  (диаграмма **d**).



- a)** одиночный прямоугольный импульс;  
**b)** одиночный треугольный импульс;  
**c)** пачка импульсов;  
**d)** колебание вида  $\sin(kt)/kt$ .

**Рис. 1.3 — Временные диаграммы непериодических сигналов**

Особое место в классификации сигналов занимает разделение их на две группы: радиосигналы и видеосигналы.

**Радиосигналы** — это высокочастотные (относительно модулирующих сигналов) колебания, способные нести сообщение. Радиосигналы передаются по радиоканалу от источника к потребителю. Сообщение в радиосигнал закладывается путем модуляции.

**Модуляция** — это процесс изменения одного, либо нескольких параметров радиосигнала по закону передаваемого сообщения.

**Видеосигналы** — это низкочастотные (относительно радиосигналов) колебания, которые непосредственно связаны с передаваемым сообщением. Их называют еще модулирующими сигналами.

В отсутствии модуляции радиосигнал представляет собой несущее колебание (колебание, способное нести сообщение). В качестве несущих колебаний, наиболее часто, используют отрезки гармонических колебаний, представляемых аналитическим выражением вида (1.2). Различают три основных вида модуляции:

**амплитудная модуляция (АМ)** — при этом сообщение закладывается в закон изменения амплитуды;

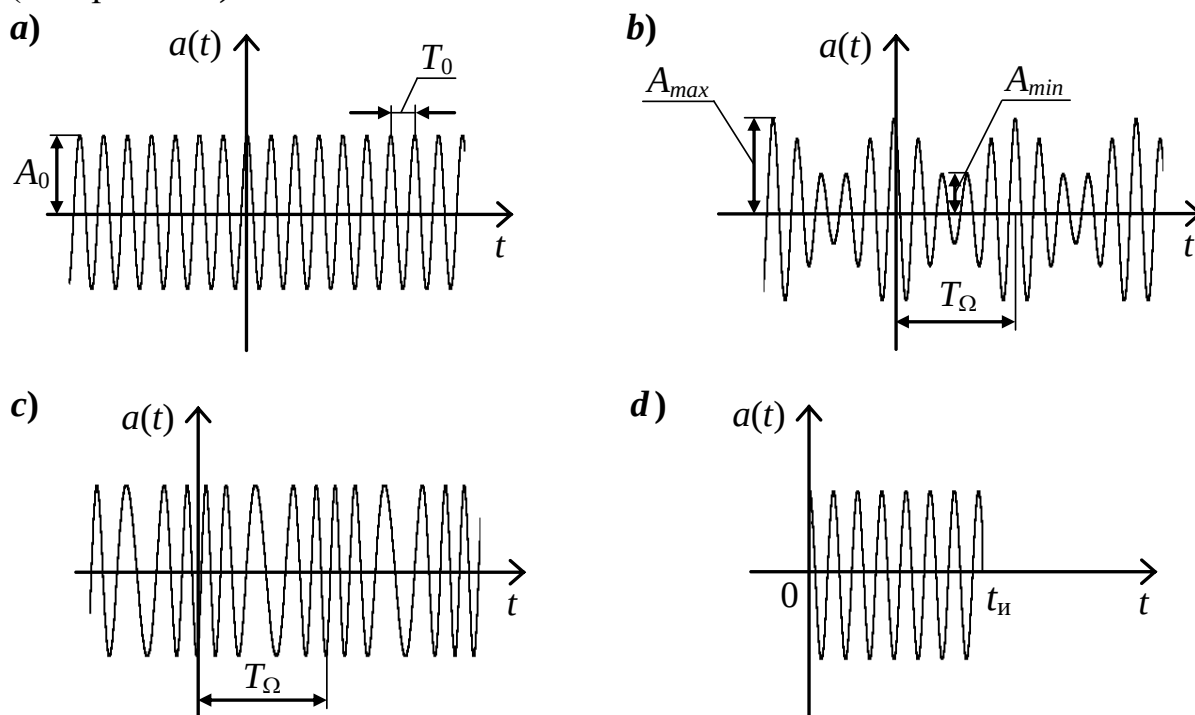
**частотная модуляция (ЧМ)** — при этом сообщение закладывается в закон изменения частоты;

**фазовая модуляция (ФМ)** — при этом сообщение закладывается в закон изменения начальной фазы.

Частотную и фазовую виды модуляции объединяют общим названием — **угловая модуляция (УМ)**, т.к. и в том и в другом случаях при модуляции изменению подвергается полная фаза радиосигнала.

Модуляцию называют тональной если модулирующий сигнал представляет собой гармоническое колебание (чистый тон).

На рис. 1.4 изображены временные диаграммы некоторых радиосигналов: несущее колебание (диаграмма **a**); радиосигнал с тональной АМ (диаграмма **b**); радиосигнал с тональной ЧМ (диаграмма **c**); радиоимпульс с прямоугольной огибающей (диаграмма **d**).



**a)** несущее колебание:  $A_0$ ,  $\omega_0 = \text{const}$  ;

**b)** радиосигнал с тональной АМ:  $A(t)$ ,  $\omega_0 = \text{const}$  ;

**c)** радиосигнал с тональной ЧМ:  $\omega(t)$ ,  $A_0 = \text{const}$  ;

**d)** радиоимпульс:  $t_{\text{и}}$  — длительность импульса.

**Рис. 1.4 — Временные диаграммы радиосигналов**



Мощность и энергия являются важными характеристиками детерминированных сигналов. В радиотехнике используют следующие энергетические характеристики.

Мгновенная мощность сигнала  $p(t)$  — это мощность, развиваемая сигналом  $s(t)$  на сопротивлении  $R$  в момент времени  $t$ . В соответствии с законом Джоуля - Ленца  $p(t) = R s^2(t)$ , если  $s(t)$  является током и  $p(t) = s^2(t) / R$ , если  $s(t)$  является напряжением. Принято говорить о мощности, развиваемой на сопротивлении величиной в 1 Ом. Тогда, независимо от того, является  $s(t)$  током или напряжением, мгновенная мощность определяется соотношением

$$p(t) = s^2(t). \quad (1.3)$$

Энергия сигнала на интервале времени  $\Theta_{t_1 \div t_2}$  — это энергия, выделяемая сигналом на сопротивлении 1 Ом на интервале времени  $t_1 \dots t_2$ . Энергия определяется как интеграл от мгновенной мощности (1.3), то есть

$$\Theta_{t_1 \div t_2} = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt. \quad (1.4)$$

Полная энергия сигнала  $\Theta$  — это энергия, выделяемая сигналом на сопротивлении 1 Ом на бесконечном интервале времени (на всем интервале существования сигнала)

$$\Theta = \int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt. \quad (1.5)$$

В частности, полная энергия одиночного прямоугольного импульса (диаграмма **a** на рис. 1.3) равна

$$\Theta = \int_0^{t_{\text{и}}} E^2 dt = E^2 t_{\text{и}}. \quad (1.6)$$

Средняя мощность сигнала  $P_{\text{cp}}^{t_1 \div t_2}$  на конечном интервале времени определяется отношением энергии, выделяемой на сопротивлении 1 Ом на некотором интервале времени, к величине этого интервала:

$$P_{\text{cp}}^{t_1 \div t_2} = \frac{\Theta_{t_1 \div t_2}}{t_2 - t_1} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt. \quad (1.7)$$

Средняя мощность на бесконечном интервале времени  $P_{\text{cp}}$  определяется как предел

$$P_{\text{cp}} = \lim_{\substack{t_1 \rightarrow -\infty \\ t_2 \rightarrow +\infty}} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt. \quad (1.8)$$

Для периодических сигналов усреднение на бесконечном интервале времени совпадает с усреднением на интервале, равном периоду  $T$ . Поэтому для периодических сигналов

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt. \quad (1.9)$$

В частности для гармонического колебания (1.2) средняя мощность равна

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} U_m^2 \cos^2(\omega t + \theta) dt = \frac{U_m^2}{2}. \quad (1.10)$$

Для периодической последовательности прямоугольных импульсов (рис. 1.1, диаграмма а) средняя мощность равна

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^{t_n} E^2 dt = \frac{E^2 t_n}{T} = \frac{E^2}{Q}. \quad (1.11)$$

На основе средней мощности вводится понятие действующего (эффективного) значения периодического сигнала

$$S_d = \sqrt{P_{\text{cp}}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt}. \quad (1.12)$$

С учётом (1.10) получим действующее значение для гармонического сигнала

$$U_d = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (1.13)$$

С учетом (1.11) получим действующее значение для периодической последовательности прямоугольных импульсов

$$U_d = \frac{E}{\sqrt{Q}}. \quad (1.14)$$

**Взаимная энергия двух сигналов  $\mathcal{E}_{12}$ .** Рассмотрим два сигнала  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$ . Энергия суммы этих сигналов на интервале времени  $t_1 \dots t_2$  в соответствии с формулой (1.4) равна

$$\mathcal{E}_{t_1 \div t_2} = \int_{t_1}^{t_2} [s_1 + s_2]^2 dt = \int_{t_1}^{t_2} s_1^2 dt + \int_{t_1}^{t_2} s_2^2 dt + 2 \int_{t_1}^{t_2} s_1 s_2 dt = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\mathcal{E}_{12}. \quad (1.15)$$

Здесь  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  — энергия первого и второго сигналов соответственно. Величину  $\mathcal{E}_{12}$  называют **взаимной энергией** этих сигналов. Исходя из формулы (1.15), делаем вывод о том, что в общем случае энергия суммы двух сигналов не равна сумме их энергий и отличается от этой суммы на величину  $2\mathcal{E}_{12}$ . То есть энергетические характеристики сигналов в общем случае не аддитивны.

Исключение составляют сигналы, для которых взаимная энергия на

интервале  $t_1 \dots t_2$  равна нулю:  $\mathfrak{E}_{12} = 0$ . Такие сигналы называют **ортогональными**. Условием ортогональности сигналов на интервале времени  $t_1 \dots t_2$  является равенство нулю их взаимной энергии

$$\int_{t_1}^{t_2} s_1(t) s_2(t) dt = 0. \quad (1.16)$$

### 1.3. Описание лабораторного стенда и лабораторной установки

Лабораторная установка по дисциплине «Сигналы и процессы в радиозлектронике» показана на рис. 1.5.



**Рис. 1.5 — Внешний вид лабораторной установки**

Лабораторная установка имеет модульную структуру. Каждый модуль представляет собой определённое функциональное устройство: функциональный генератор, модулятор, детектор, усилитель и так далее.

Для выполнения лабораторных работ, как правило, используются несколько модулей.

В состав лабораторного стенда для выполнения первой лабораторной работы входят следующие приборы:

- модуль «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР» (далее — генератор НЧ);
- осциллограф цифровой (*Keysight DSOX1102G*), содержащий в своём составе генератор ВЧ;

**ВНИМАНИЕ!** Прежде чем приступать к работе следует пройти **инструктаж** по технике безопасности.

### 1.4. Порядок выполнения работы

1.4.1. Подключить вход «1» осциллографа к выходу генератора НЧ.

1.4.2. Включить генератор НЧ и установить некоторую частоту (используя ручки «ГРУБО» и «ТОЧНО») и амплитуду (используя ручку «АМПЛИТУДА 0...10 В») сигнала на его выходе. Вид сигнала — синусоидальные колебания. Добиться устойчивой осциллограммы, нажав кнопку «Auto Scale» на осциллографе.

1.4.3. С помощью осциллографа измерить амплитуду и частоту выходного

сигнала генератора НЧ. Сравнить значение частоты сигнала на индикаторе генератора и измеренное с помощью осциллографа.

1.4.4. Измерить с помощью осциллографа действующее значение напряжения на выходе генератора НЧ. Для этого необходимо зайти в режим измерений параметров сигналов, нажав кнопку «Meas» на осциллографе.

1.4.5. Сохранить осциллограмму на флеш-носителе.

1.4.6. Произвольно установить другое значение частоты и амплитуды и повторить пункты 1.4.3 — 1.4.5.

1.4.7. Подключить вход «1» осциллографа к выходу импульсного генератора (нижняя часть модуля генератора НЧ, гнезда «ВЫХОД»). Установить ручку «СКВАЖНОСТЬ» в крайнее правое положение, ручку «АМПЛИТУДА» в среднее положение.

1.4.8. Измерить с помощью осциллографа характеристики сигнала (уровень, частоту, скважность). Для этого необходимо зайти в режим измерений параметров сигналов, нажав кнопку «Meas» на осциллографе.

1.4.9. Сохранить осциллограмму на флеш-носителе.

1.4.10. Изменить значение скважности, частоты и уровня сигнала, повторить пп. 1.4.8. — 1.4.9.

1.4.11. Подключить вход «1» осциллографа к выходу генератора ВЧ (выход «Gen Out» осциллографа).

1.4.12. Включить генератор ВЧ (нажать кнопку «Wave Gen») и перевести его в режим внутренней амплитудной модуляции с частотой модуляции 1000 Гц. Установить коэффициент модуляции  $M = 0$  (модуляция отсутствует, что соответствует режиму несущей).

1.4.13. Установить амплитуду несущего колебания  $A_0$  не менее 0,5 В и добиться устойчивой осциллограммы.

1.4.14. Сохранить осциллограмму на флеш-носителе.

1.4.15. Установить коэффициент модуляции сигнала  $M, \% = 30 \%$ .

1.4.16. Сохранить осциллограмму на флеш-носителе.

1.4.17. Установить коэффициент модуляции  $M, \% = 50 \%$ .

1.4.18. Сохранить осциллограмму на флеш-носителе.

## 1.5. Оформление отчёта

1.5.1. Сформулируйте цель работы.

1.5.2. Изобразите структурно состав лабораторного стенда и состав лабораторной установки.

1.5.3. Приведите экспериментальные осциллограммы гармонического колебания с нанесёнными на них значениями периода  $T$  и амплитуды  $U_m$ .

1.5.4. Используя формулу (1.13), рассчитайте действующие значения гармонического колебания и сравните их с измеренными показаниями. Определите относительную погрешность.

1.5.5. Приведите экспериментальные осциллограммы последовательности прямоугольных импульсов с нанесёнными значениями периода  $T$ , размаха  $E$ , длительности  $t_H$ .

1.5.6. Рассчитайте значения скважности. Определите действующие значения

сигналов по формуле (1.14).

1.5.7. Приведите экспериментальные осциллограммы радиосигналов с нанесенными на них значениями  $A_0, T_0, A_{min}, A_{max}, T_\Omega$  в режиме несущей и в режиме тональной амплитудной модуляции.

1.5.8. Рассчитайте коэффициент модуляции для двух случаев по формуле

$$M, \% = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} \cdot 100 \%. \quad (1.17)$$

1.5.9. Сравните полученные значения со значениями, которые устанавливались на выходе генератора ВЧ. Определите относительную погрешность.

## 1.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

- перечислить сигналы, которые были исследованы;
- указать характеристики сигналов и способы их измерения;
- оценить степень соответствия результатов измерений и расчётов;
- выявить причины расхождений расчетов с результатами измерений.

## 1.7. Контрольные вопросы

1.7.1. Перечислите приборы, входящие в состав лабораторного стенда и поясните их назначение. Укажите состав лабораторной установки

1.7.2. Поясните назначение органов управления генератора НЧ.

1.7.3. Поясните назначение органов управления цифрового осциллографа.

1.7.4. Дайте определение электрического сигнала.

1.7.5. Дайте определение детерминированного сигнала.

1.7.6. Дайте определение периодических и непериодических сигналов.

1.7.7. Чему равна полная энергия периодического сигнала? Докажите на примере гармонического сигнала.

1.7.8. Дайте определение начальной фазы гармонического сигнала. Как она определяется теоретически и экспериментально?

1.7.9. Дайте определение радиосигнала и видеосигнала. Приведите примеры.

1.7.10. Перечислите основные виды модуляции. Дайте определение тональной модуляции?

1.7.11. Как определяется энергия сигнала? Определите полную энергию прямоугольного видеоимпульса.

1.7.12. Как определяется средняя мощность сигнала? Определите ее для гармонического сигнала и периодической последовательности прямоугольных импульсов.

1.7.13. Что называют действующим значением сигнала (тока, напряжения)? Определите его для гармонического сигнала и периодической последовательности прямоугольных импульсов.

1.7.14. Что называют взаимной энергией двух сигналов?

1.7.15. Сформулируйте условие ортогональности двух сигналов.

## 2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

#### 2.1. Цель работы

Исследование структуры спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов при различных значениях скважности.

#### 2.2. Теоретическая часть

Спектром сигнала **по Фурье** называют набор гармонических колебаний, на которые разлагается этот сигнал [1-3].

Спектр произвольного периодического сигнала  $s(t)$  с периодом  $T$  состоит в общем случае из постоянной составляющей и бесконечного числа гармонических составляющих с частотами  $\omega_n = n\omega_1$ , которые кратны частоте исходного сигнала  $\omega_1 = 2\pi/T$ . Эти гармонические составляющие называют гармониками. Такой спектр называют дискретным либо линейчатым.

Теоретически спектр периодического сигнала определяют путем разложения его в ряд Фурье на бесконечном интервале времени [1]:

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \theta_n), \quad (2.1)$$

где  $A_0$  — постоянная составляющая сигнала;  $A_n$  — амплитуда  $n$ -ой гармоники;  $\theta_n$  — начальная фаза  $n$ -ой гармоники;  $n = 1, 2, 3, \dots$  — номер гармоники.

Зависимость амплитуд и начальных фаз составляющих спектра от частоты (включая постоянную составляющую) называют спектрограммой амплитуд  $A_n(\omega)$  и спектрограммой начальных фаз  $\theta_n(\omega)$  соответственно.

Величины  $A_0$ ,  $A_n$  и  $\theta_n$ , входящие в формулу (2.1), определяются соотношениями [1]

$$A_0 = \frac{a_0}{2}; \quad (2.2)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad (2.3)$$

$$\theta_n = \text{Arctg} \frac{b_n}{a_n}, \quad (2.4)$$

где коэффициенты разложения  $a_n$  и  $b_n$  рассчитывают по формулам [1]:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt; \quad (2.5)$$

$$b_n = -\frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt. \quad (2.6)$$

Если  $s(t)$  — четная функция времени, то из (2.6) следует, что  $b_n = 0$ , а коэффициенты  $a_n$  удобно рассчитывать по более простой формуле

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt. \quad (2.7)$$

При этом из (2.3) и (2.4) получаем более простые выражения для амплитуд и начальных фаз гармоник

$$A_n = |a_n|; \quad (2.8)$$

$$\theta_n = \text{Arctg} \frac{0}{a_n} = \begin{cases} 0 & \text{при } a_n > 0; \\ \pi & \text{при } a_n < 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Если  $s(t)$  — нечетная функция времени, то из (2.5) следует, что  $a_n = 0$ , а коэффициенты  $b_n$  удобно рассчитывать по более простой формуле

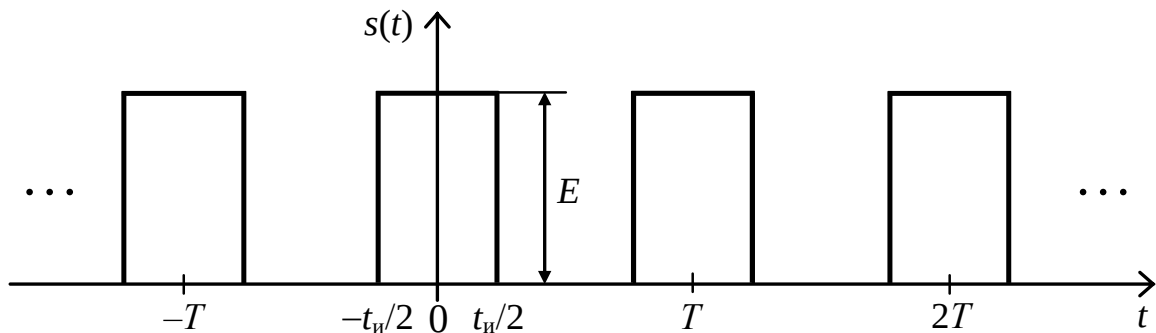
$$b_n = -\frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt. \quad (2.10)$$

При этом из (2.3) и (2.4) получаем более простые выражения для амплитуд и начальных фаз гармоник

$$A_n = |b_n|; \quad (2.11)$$

$$\theta_n = \text{Arctg} \frac{b_n}{0} = \begin{cases} \pi/2 & \text{при } b_n > 0; \\ -\pi/2 & \text{при } b_n < 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

Сигнал в виде периодической последовательности прямоугольных импульсов изображён на рис. 2.1. Обозначения на рис. 2.1:  $E$  — размах импульсов;  $T$  — период следования ( $f_1 = 1/T$  — частота);  $t_{\text{и}}$  — длительность импульса.



**Рис. 2.1 — Временная диаграмма периодической последовательности прямоугольных импульсов**

При выборе начала координат в точке, соответствующей середине импульса (см. рис. 2.1), сигнал  $s(t)$  становится четной функцией времени. Аналитическая запись этого сигнала на интервале  $0 \leq t \leq T/2$  имеет вид

$$s(t) = \begin{cases} E & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\text{и}}/2 ; \\ 0 & \text{при } t_{\text{и}}/2 < t \leq T/2 . \end{cases} \quad (2.13)$$

Рассчитаем коэффициенты разложения  $a_n$ , используя формулу (2.7)

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{t_{\text{и}}/2} E \cos(t) dt = \frac{4E}{T n \omega_1} \cdot \sin\left(\frac{n \omega_1 t_{\text{и}}}{2}\right).$$

Умножив числитель и знаменатель этого выражения на  $t_{\text{и}}/2$ , запишем

$$a_n = \frac{2E t_{\text{и}}}{T} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n \omega_1 t_{\text{и}}}{2}\right)}{\frac{n \omega_1 t_{\text{и}}}{2}} = \frac{2E}{Q} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n \omega_1 t_{\text{и}}}{2}\right)}{\frac{n \omega_1 t_{\text{и}}}{2}}, \quad (2.14)$$

где  $Q = T/t_{\text{и}}$  — скважность.

Определим постоянную составляющую и амплитуды гармоник спектра, используя формулы (2.2) и (2.8) соответственно

$$A_0 = \frac{a_0}{2} = \frac{E}{Q}; \quad (2.15)$$

$$A_n = |a_n| = \frac{2E}{Q} \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{n \omega_1 t_{\text{и}}}{2}\right)}{\frac{n \omega_1 t_{\text{и}}}{2}} \right|. \quad (2.16)$$

Из (2.16) следует, что огибающая спектра амплитуд представляет собой функцию вида  $|\sin x/x|$ , где  $x = \omega t_{\text{и}}/2$ . Спект амплитуд приведена на рис. 2.2, *a*.

Огибающая спектра показана пунктиром. Нулевые значения огибающей найдем, приравняв  $\sin(\omega_{0k} t_{\text{и}}/2)$  к нулю. Решение полученного уравнения дает следующий результат:  $\omega_{0k} = (2\pi/t_{\text{и}})k$ . Это соответствует  $f_{0k} = (1/t_{\text{и}})k$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  — номер нулевого значения огибающей спектра;  $f_{0k}$  — частоты, соответствующие нулевым значениям огибающей спектра.

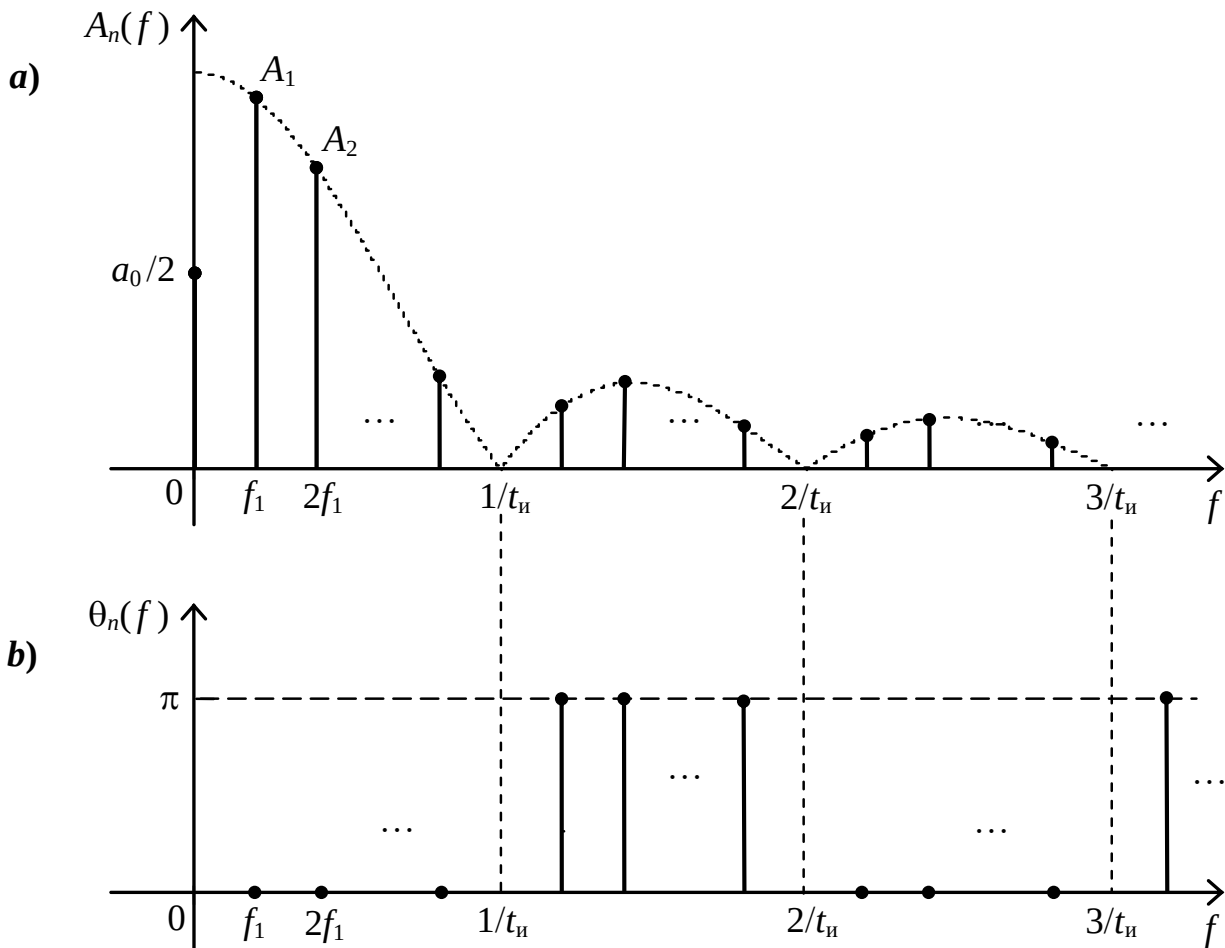
Из (2.16) следует, что из спектра могут выпадать некоторые гармоники. Это произойдет, если нуль огибающей точно совпадает с частотой какой-либо спектральной составляющей, то есть  $(2\pi/t_{\text{и}})k = m\omega_1$ , где  $m$  — номер выпадающей гармоники.

Отсюда определим номера гармоник, которые выпадают из спектра сигнала

$$m = \frac{2\pi}{t_{\text{и}}\omega_1} k = \frac{T}{t_{\text{и}}} k = Qk. \quad (2.17)$$

Например, если  $Q$  — целое число, то из спектра выпадут гармоники с номерами кратными скважности:  $Q, 2Q, 3Q, \dots$ .





*a* — спектрограмма амплитуд; *b* — спектрограмма начальных фаз

**Рис. 2.2 — Спектрограммы периодической последовательности прямоугольных импульсов**

Эффективной шириной спектра периодического сигнала называют такую полосу частот, в которой сосредоточено 90% средней мощности этого сигнала. Для данного сигнала эта полоса частот соответствует первому “лепестку” спектрограммы амплитуд (рис. 2.2,*a*) и определяется по формуле[1-3]:

$$\Delta f_{\text{эф}} = \frac{1}{t_n}. \quad (2.18)$$

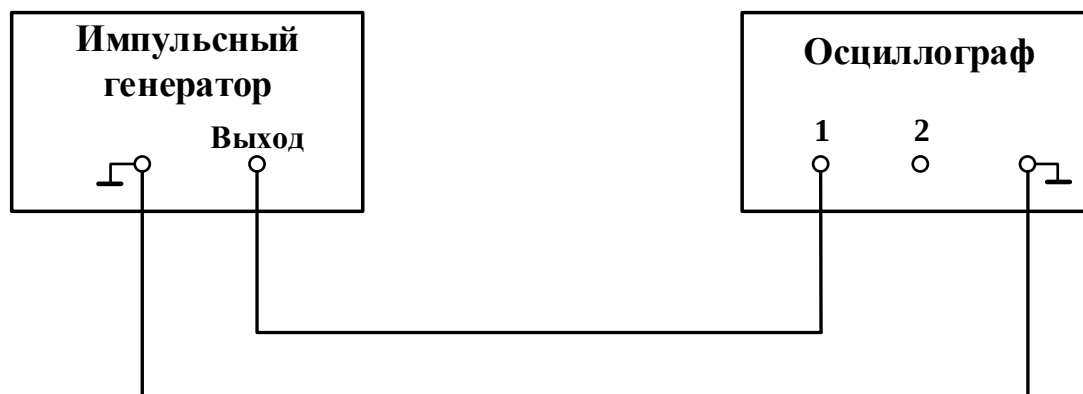
С уменьшением длительности импульса  $t_n$  первый нуль огибающей смещается вправо вдоль оси частот и эффективная ширина спектра увеличивается.

Спектр начальных фаз определим, используя формулу (2.9). При изменении знака коэффициента разложения  $a_n$ , начальные фазы гармоник изменяются на угол  $\pi$ . В первом “лепестке” спектрограммы все гармоники имеют нулевые начальные фазы, во втором — равные  $\pi$ , в третьем — опять нулевые и так далее (см. рис. 2.2,*b*).

### 2.3. Описание лабораторной установки

Функциональная схема лабораторной установки изображена на рис. 2.3. Установка состоит из генератора прямоугольных импульсов, входящего в состав модуля

«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР», с возможностью изменения скважности периодической последовательности прямоугольных импульсов и цифрового осциллографа *Keysight DSOX1102G*.



**Рис. 2.3 — Функциональная схема лабораторной установки**

Генератор вырабатывает последовательность прямоугольных импульсов с перестраиваемой частотой и возможностью изменять скважность импульсов. Потенциометры «Частота» – «Грубо» и «Плавно» на лицевой панели позволяют регулировать частоту следования выходных импульсов, потенциометры «Скважность», «Смещение» и «Амплитуда» на панели блока импульсного генератора позволяют соответственно плавно регулировать скважность, смещение и амплитуду периодической последовательности прямоугольных импульсов.

Прибор *Keysight DSOX1102G* представляет из себя цифровой двухканальный осциллограф с возможностью наблюдения и измерения спектра сигналов.

## 2.4. Порядок выполнения работы

2.4.1. Подключить выход импульсного генератора, входящего в состав функционального генератора к входу 1 осциллографа с помощью коаксиального кабеля. Включить питание приборов и дать прогреться им в течении 5 минут.

2.4.2. По указанию преподавателя установить на выходе импульсного генератора необходимую частоту и амплитуду выходных импульсов.

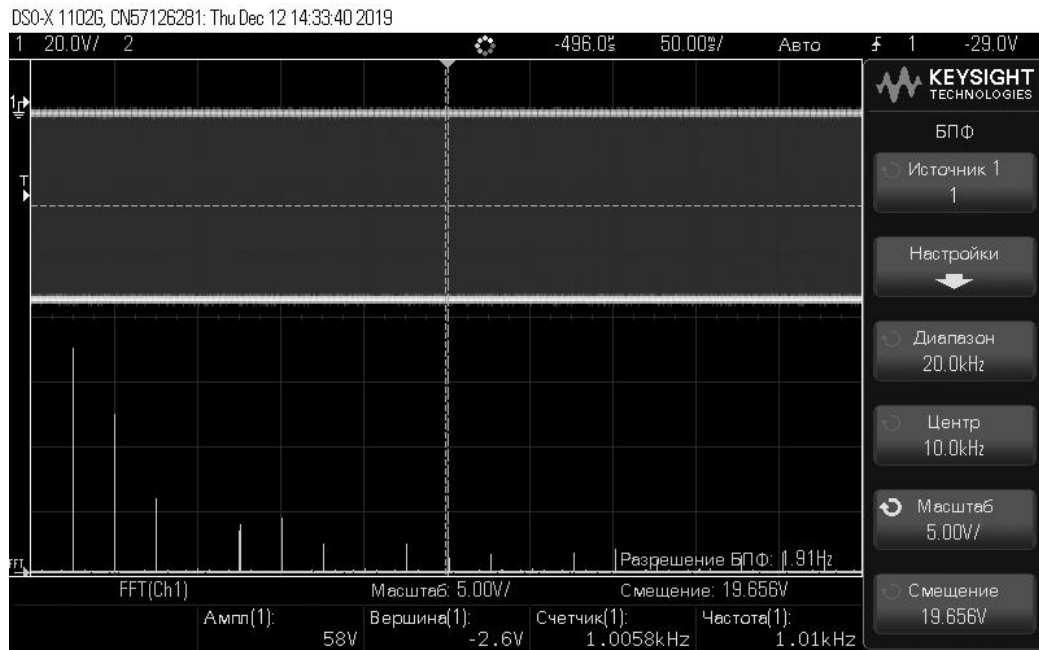
2.4.3. С помощью ручек блоков осциллографа *Vertical*, *Horizontal* и *Trigger* получить устойчивое удобно наблюдаемое изображение периодической последовательности прямоугольных импульсов. Если не удастся самостоятельно получить устойчивое изображение, то не обходимо на осциллографе нажать кнопку «*Auto Scale*».

2.4.4. Перевести осциллограф в режим измерения спектра путём нажатия на кнопку *FFT*.

2.4.5. Установить значение скважности  $Q = 5$ , вращая потенциометр «Скважность» (предварительно рассчитать требуемое значение  $t_{\text{и}}$ :  $t_{\text{и}} = T/Q$ ). Установку  $t_{\text{и}}$  проводить тщательно с использованием возможностей осциллографа, настройка производится через меню осциллографа.

2.4.6. Измерить спектрограмму периодической последовательности прямоугольных импульсов. Пример экрана осциллографа при измерениях иллюстрирует-

ся на рис. 2.4. Результаты эксперимента занести в заранее подготовленную таблицу. Есть возможность сохранять данные измерений на флеш карту, устанавливаемую в USB порт осциллографа, для последующей обработки.



**Рис. 2.4 — Вид экрана осциллографа в режиме измерения спектра сигнала**

2.4.7. Установить скважность  $Q = 4$  в соответствии с методикой, приведённой в пункте 4.5. Повторить пункт 4.6.

2.4.8. Установить скважность  $Q = 3$ . Повторить пункт 2.4.6.

2.4.9. Установить скважность  $Q = 2$ . Повторить пункт 2.4.6.

2.4.10. Отключить лабораторную установку и осциллограф от сети.

## 2.5. Оформление отчёта

2.5.1. Сформулировать цель работы.

2.5.2. Привести функциональную схему макета.

2.5.3. Привести осциллограмму периодической последовательности прямоугольных импульсов с измеренными значениями  $E$  и  $T$ . Рассчитать частоту следования импульсов  $f_1 = 1/T$ . Сравнить полученную частоту с частотами составляющих спектра и показать, что последние являются гармониками.

2.5.4. Провести теоретический расчет спектрограмм амплитуд и начальных фаз при различных значениях скважности по формулам (2.16) и (2.19).

2.5.5. Построить экспериментальные спектрограммы амплитуд (друг под другом) для значений скважности  $Q = 5, 4, 3, 2$ . Там же другим цветом изобразить теоретические спектрограммы.

2.5.6. Рассчитать для каждой скважности максимальные амплитудные ошибки в процентах.

## 2.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

— описать особенности спектра исследованного сигнала;

- установить зависимость спектра от скважности последовательности и от длительности импульса;
- указать степень совпадения теоретических и экспериментальных данных; выявить причины расхождения расчётов с результатами измерений.

## 2.7. Контрольные вопросы

2.7.1. Что называют спектром сигнала по Фурье?

2.7.2. Каковы особенности спектра периодического сигнала?

2.7.3. Что означает термин "гармоника"?

2.7.4. Что называют спектрограммой амплитуд и спектрограммой начальных фаз?

2.7.5. Как теоретически определить спектр периодического сигнала? Как это сделать экспериментально?

2.7.6. Запишите выражение для ряда Фурье и раскройте смысл его параметров.

2.7.7. Какое влияние на спектр оказывает сдвиг сигнала во времени?

2.7.8. Приведите пример периодических сигналов с постоянной составляющей и без нее.

2.7.9. Приведите пример периодической последовательности прямоугольных импульсов и укажите ее основные характеристики.

2.7.10. Каковы особенности спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов?

2.7.11. Дайте определение эффективной ширины спектра сигнала. Как ее рассчитать для периодической последовательности прямоугольных импульсов?

### 3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДИСКРЕТИЗАЦИИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

#### 3.1. Цель работы

Изучение процедуры дискретизации периодических сигналов в соответствии с теоремой Котельникова, исследование влияния характеристик фильтра нижних частот и частоты дискретизации дискретизации на качество восстановления сигнала.

#### 3.2. Теоретическая часть

##### 3.2.1. Определения

Аналоговый сигнал — это такой сигнал, который непрерывен как во времени, так и по уровню. Такой сигнал в любой момент времени своего существования может принимать любые значения (в пределах некоего динамического диапазона)

Дискретный сигнал — это сигнал непрерывный по уровню и дискретный во времени. Такой сигнал также может принимать любые значения, но только в дискретные моменты времени  $t = nT_d$ , где  $T_d$  — интервал дискретизации,  $n$  — целое число. В промежутках между этими временными точками значение дискретного сигнала равно нулю.

##### 3.2.2. Проблема дискретизации

Часто возникает необходимость преобразования аналогового сигнала в дискретный сигнал (прямая задача), а также преобразования дискретного сигнала в аналоговый (обратная задача). Процесс дискретизации аналогового сигнала показан на рис. 3.1. На этом рис. ... $s(-T_d)$ ,  $s(0)$ ,  $s(T_d)$ ,  $s(2T_d)$ ... — дискретные значения (выборки) аналогового сигнала  $s(t)$  в отсчетные моменты времени.

При решении указанных задач возникает два вопроса: 1) выбор интервала дискретизации; 2) выбор алгоритма восстановления (синтеза) аналогового сигнала по дискретным отсчетам. Правильный выбор интервала дискретизации и алгоритма синтеза должны обеспечить в идеальном случае точное воспроизведение формы аналогового сигнала по его дискретным значениям. На оба эти вопроса дает ответ теорема Котельникова.

##### 3.2.3. Теорема Котельникова

Аналоговый сигнал  $s(t)$  с ограниченным спектром, максимальная частота которого равна  $f_m$ , полностью определяется последовательностью выборок, следующих с интервалом дискретизации  $T_d \leq 1/2 f_m$ , причем восстановление исходного сигнала по этим выборкам может быть осуществлено по формуле [1,2]:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_d) \frac{\sin\left[\frac{\omega_d}{2}(t - nT_d)\right]}{\frac{\omega_d}{2}(t - nT_d)}, \quad (3.1)$$

где  $\omega_d = 2\pi f_d = 2\pi/T_d$  — круговая частота дискретизации.

Таким образом, частота дискретизации  $f_d$  должна выбираться  $f_d \geq 2f_m$ .

В соответствии с (3.1) аналоговый сигнал  $s(t)$  может быть представлен в виде суммы аналоговых функций вида  $\sin(kt)/kt$ , смещенных вдоль оси времени друг относительно друга на интервал дискретизации  $T_d$ . Причем, максимумы этих функций точно размещены в отсчетных точках и равны выборкам сигнала  $s(nT_d)$ , а нули каждой из них точно совпадают с расположением максимумов всех остальных функций. Эта система функций обладает свойствами ортогональности и называется системой функций Котельникова. Представление аналогового сигнала в виде суммы функций Котельникова показано на рис. 3.2.

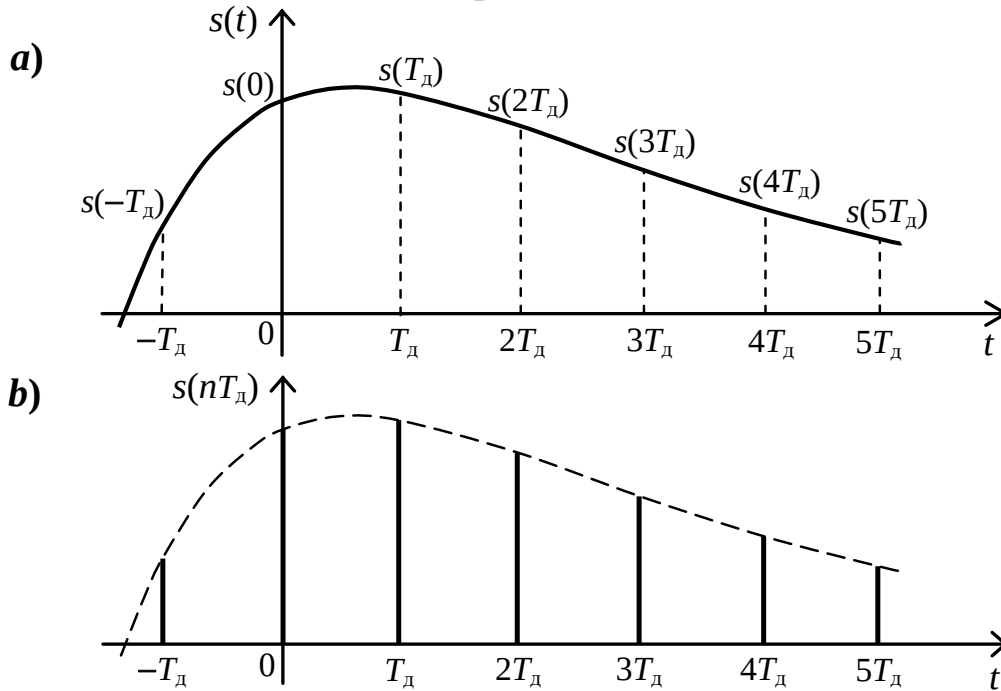
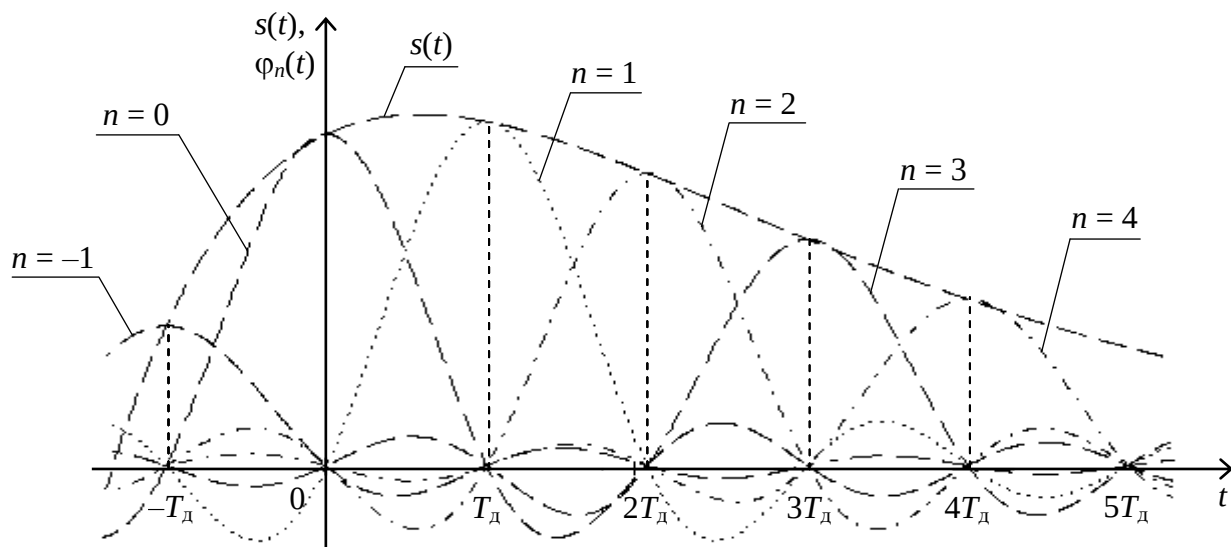


Рис. 3.1 — Аналоговый (a) и его дискретные отсчеты (b)



$n$  — номер составляющей ряда Котельникова

Рис. 3.2 — Представление аналогового сигнала в виде суммы функций Котельникова

Реализация алгоритма синтеза (3.1) требует применения средств вычислительной техники и не обеспечивает работу в реальном масштабе времени при большом числе выборок. Поэтому на практике очень часто при аппаратурном синтезе сигналов по Котельникову используют так называемый фильтровый метод. Этот метод основан на особенностях спектра дискретного сигнала.

### 3.2.4. Спектр дискретного сигнала

Спектральная плотность  $S_T(j\omega)$  дискретного сигнала  $s_T(t)$  для случая идеальных выборок нулевой длительности может быть представлена через спектральную плотность исходного аналогового сигнала  $S(j\omega)$  следующим образом [1]

$$S_T(j\omega) = \frac{1}{T_d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S[j(\omega - k\omega_d)]. \quad (3.2)$$

В соответствии с (3.2) спектр дискретного сигнала (с точностью до множителя  $1/T_d$ ) равен сумме бесконечного множества копий спектра исходного аналогового сигнала, сдвинутых вдоль оси частот на  $k\omega_d$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$  — номер копии.

На рис. 3.3 изображена спектрограмма аналогового сигнала  $s(t)$  (диаграмма *a*), и три спектрограммы дискретного сигнала  $s_T(t)$ , соответствующие различным значениям интервала дискретизации  $T_d$  (диаграммы *b*, *c*, *d*).

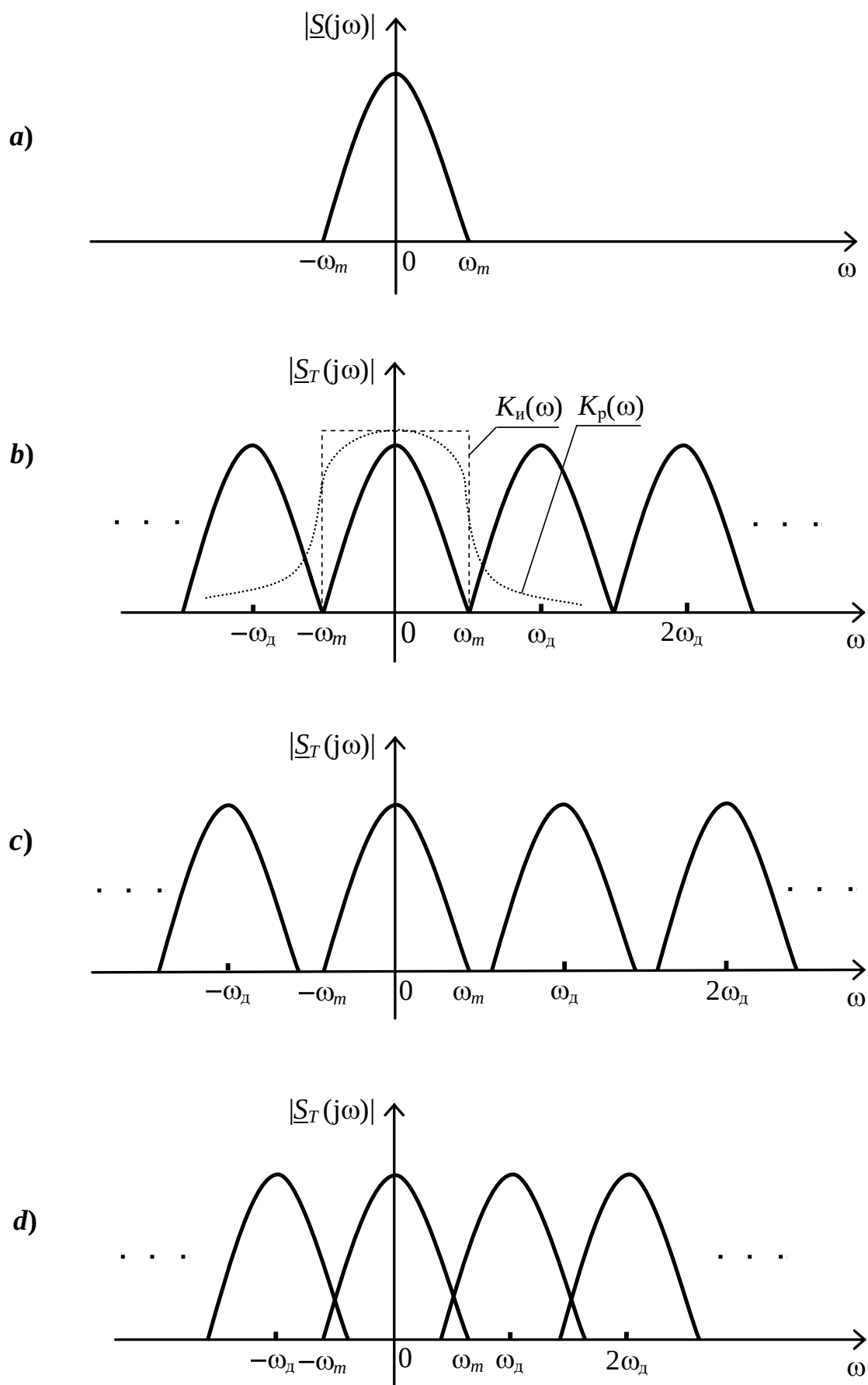
Спектрограмма *b* соответствует случаю  $T_d = 1/2 f_m$  ( $f_d = 2 f_m$ ). Спектрограмма *c* соответствует случаю  $T_d < 1/2 f_m$  ( $f_d > 2 f_m$ ). Спектрограмма *d* соответствует случаю  $T_d > 1/2 f_m$  ( $f_d < 2 f_m$ ).

Из этих спектрограмм следует, что в случаях *b* и *c* спектрограммы представляют собой периодическое повторение спектра аналогового сигнала с периодом, равным частоте дискретизации.

### 3.2.5. Фильтровый метод синтеза

Из приведенных на рис. 3.3 графиков следует, что для случаев *b* и *c* отдельные копии спектра сигнала не перекрываются (*b* — соприкасаются, *c* — разнесены), а для случая *d* копии перекрываются. Отсюда вытекает принципиальная возможность **восстановить исходный аналоговый сигнал** для случаев *b* и *c* путем "выделения" из спектра дискретного сигнала полосы частот  $0 \dots f_m$ , поскольку в этой полосе спектры дискретного сигнала и исходного аналогового сигнала совпадают. Это невозможно для случая *d*, поскольку спектр дискретного сигнала будет отличаться в указанной полосе частот от спектра исходного аналогового сигнала из-за суммирования перекрывающихся частей. Таким образом, интервал дискретизации должен выбираться равным  $T_d \leq 1/2 f_m$ , что и требует теорема Котельникова.

На практике "выделение" указанного участка спектра осуществляется с помощью фильтра нижних частот (ФНЧ). Для того чтобы полностью сохранилась структура спектра, необходимо применить идеальный ФНЧ с **П-образной** формой АЧХ. На рис. 3.3, (диаграмма *b*) АЧХ идеального ФНЧ  $K_H(\omega)$  представлена в виде пунктирной линии.



**Рис. 3.3** — Спектрограммы аналогового сигнала (a) и дискретного сигнала при различных значениях интервала дискретизации (b, c, d)



Известно, что идеальный ФНЧ физически нереализуем. Поэтому применение фильтрового метода синтеза всегда сопряжено с погрешностью восстановления. Реальный ФНЧ имеет плавную АЧХ, которая приведена в виде функции  $K_p(\omega)$  на рис. 3.3,*b*. Очевидно, что точность восстановления аналогового сигнала реальным фильтром для случая *d* будет выше, чем для случая *b*. Именно поэтому на практике рекомендуется выбирать интервал дискретизации в 3 — 4 раза меньший, чем  $1/2 f_m$ .

### 3.3. Описание лабораторного макета

Функциональная схема лабораторного макета показана на рис. 3.4. В состав макета входят дискретизатор (обозначен на макете как «ПЕРЕМНОЖИТЕЛЬ») и набор из трёх активных фильтров нижних частот четвёртого порядка с разными значениями ширины полосы пропускания: 3 кГц (ФНЧ 1), 6 кГц (ФНЧ 2) и 12 кГц (ФНЧ 3).

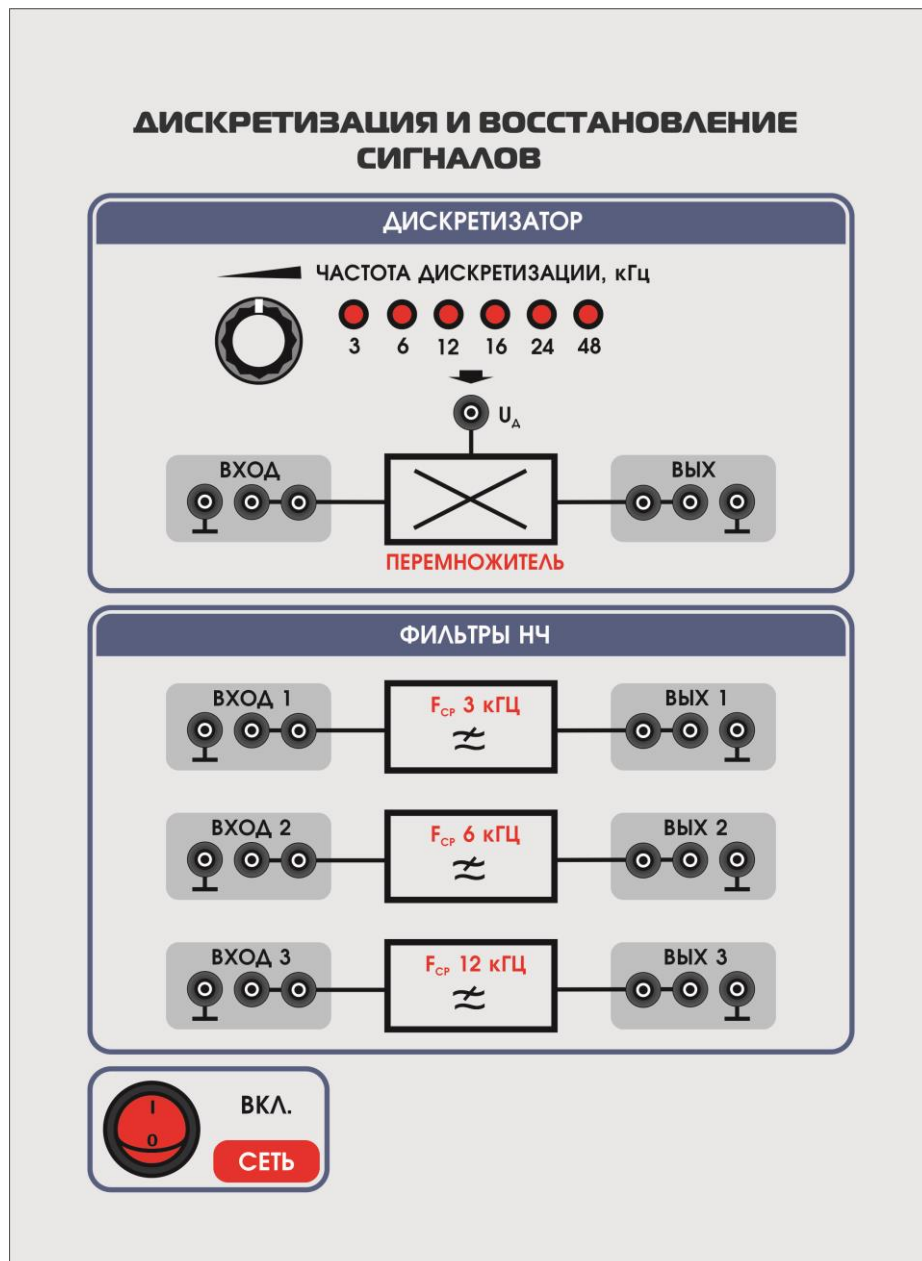


Рис. 3.4 — Функциональная схема лабораторного макета

В качестве источника входного дискретизируемого сигнала используется отдельный блок «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР» (далее — генератор НЧ).

Дискретизатор, формирующий отсчёты  $s(nT_d)$  непрерывного сигнала  $s(t)$ , осуществляет функцию перемножения этого сигнала  $s(t)$  на дискретизирующий сигнал  $s_d(t)$  в виде прямоугольных импульсов с большой скважностью. Дискретизатор выполнен по схеме аналогового коммутатора, пропускающего входной сигнал  $s(t)$  на выход в течение короткого времени существования импульсов дискретизации. Временной интервал  $T_d$  между соседними отсчётами дискретного сигнала  $s(nT_d)$  определяется частотой дискретизации  $f_d$  дискретизирующих прямоугольных импульсов  $s_d(t)$ . На макете значение  $f_d$  изменяется при повороте переключателя «ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ, кГц», при этом величина  $f_d$  может принимать следующие значения: 3 кГц, 6 кГц, 12 кГц, 16 кГц, 24 кГц и 48 кГц.

Для выполнения лабораторной работы используется осциллограф *Keysight DSOX1102G*.

### 3.4. Порядок выполнения работы

#### 3.4.1. Снятие АЧХ фильтров нижних частот

3.4.1.1. Включить в сеть лабораторную установку, осциллограф.

3.4.1.2. Подключить генератор НЧ к гнезду «ВХОД 1» лабораторного макета (вход ФНЧ с шириной полосы пропускания 3 кГц).

3.4.1.3. На генераторе НЧ выбрать диапазон «10 ... 100 Гц», форму сигнала — синусоидальные колебания, ручку «АМПЛИТУДА 0 ... 10 В» установить в среднее положение.

3.4.1.4. С помощью ручек «ГРУБО» и «ТОЧНО» установить начальную частоту генератора НЧ, равную 20 Гц.

3.4.1.5. Подключить вход «1» осциллографа к гнезду «ВХОД 1», установить с помощью ручки «АМПЛИТУДА 0 ... 10 В» значение амплитудным входного сигнала, равной 5 В.

3.4.1.6. Подключить вход «1» осциллографа к гнезду «ВЫХ 1» (выход ФНЧ с шириной полосы пропускания 3 кГц), измерить амплитуду выходного сигнала.

3.4.1.7. Значение частоты генератора НЧ и амплитуду выходного сигнала рекомендуется занести в заранее подготовленную таблицу.

3.4.1.8. Поочерёдно устанавливая частоту генератора НЧ равной 20 Гц, 200 Гц, 1 кГц, 2 кГц, ..., 16 кГц повторить пункты 3.4.1.6; 3.4.1.7. На границе полосы пропускания фильтра для более точного снятия амплитудно-частотной характеристики шаг изменения частоты следует уменьшать.

3.4.1.9. Пользуясь методикой, описанной в пп. 3.4.1.4 — 3.4.1.8 измерить АЧХ фильтров с полосой пропускания 6 кГц и 12 кГц.

#### 3.4.2. Исследование процесса дискретизации и восстановления периодических сигналов

3.4.2.1. Установить на генераторе НЧ значение частоты  $(1+0,22n)$  кГц, где  $n$  — это последняя цифра номера зачётной книжки. Установить вид сигнала — **синусоидальные колебания**, ручку «АМПЛИТУДА 0 ... 10 В» установить в среднее положение. Значение частоты генератора НЧ должно быть зафиксировано в отчёте.

3.4.2.2. Установить на макете значение частоты дискретизации, равное 3 кГц.

3.4.2.3. С выхода генератора НЧ подать сигнал на вход дискретизатора (гнезда «ВХОД»).

3.4.2.4. Подключить вход «1» осциллографа к ко входу макета, вход «2» осциллографа к выходу дискретизатора (гнезда «ВЫХ»). На осциллографе нажать кнопку «Auto Scale», дождаться, когда на экране осциллографа появятся осциллограммы двух сигналов.

3.4.2.5. Сохранить осциллограммы входного и выходного сигналов на флеш-носителе.

3.4.2.6. Изменяя значение частоты дискретизации от 3 кГц до 48 кГц, сохранить осциллограммы входного и выходного сигналов.

3.4.2.7. Установить на макете значение частоты дискретизации, равное 3 кГц.

3.4.2.8. Подключить выход дискретизатора ко входу ФНЧ 1, вход «2» осциллографа — к выходу ФНЧ 1.

3.4.2.9. Поворачивая переключатель «ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ, кГц», найти значение частоты дискретизации при котором будет наблюдаться хорошее восстановление дискретного сигнала. В отчёте необходимо сохранить осциллограммы для значений частоты дискретизации при которой восстановление не будет наблюдаться (сигнал на выходе дискретизатора близок по форме к сигналу на выходе фильтра), происходит хорошее восстановление (сигнал на выходе фильтра близок по форме к сигналу на входе дискретизатора), происходит плохое восстановление. Для каких частот дискретизации необходимо сохранять осциллограммы обучающемуся необходимо определиться самостоятельно.

3.4.2.10. Подключить выход дискретизатора ко входу ФНЧ 2, вход «2» осциллографа — к выходу ФНЧ 2.

3.4.2.11. Повторить п. 3.4.2.9.

3.4.2.12. Подключить выход дискретизатора ко входу ФНЧ 3, вход «2» осциллографа — к выходу ФНЧ 3.

3.4.2.13. Повторить п. 3.4.2.9.

3.4.2.14. Установить на генераторе НЧ частоту  $(1+0,22n)$  кГц, где  $n$  — это последняя цифра номера зачётной книжки. Установить вид сигнала — **прямоугольные колебания**, ручку «АМПЛИТУДА 0 ... 10 В» установить в среднее положение.

3.4.2.15. Повторить пп. 3.4.2.2. — 3.4.2.14.

3.4.2.16. Повторить пп. 3.4.2.1. — 3.4.2.14, **установив значение частоты на генераторе НЧ равное  $(3+0,22n)$  кГц**, где  $n$  — это последняя цифра номера зачётной книжки.

### 3.5. Оформление отчёта

3.5.1. Сформулируйте цель работы.

3.5.2. Приведите функциональную схему лабораторного макета.

3.5.3. Изобразите на одном графике нормированные АЧХ трёх фильтров. Определите полосы пропускания этих фильтров.

3.5.4. Приведите осциллограммы, полученные при выполнении работы (для дискретных сигналов — 6 осциллограмм на одной странице отчёта, для восстановленных сигналов — 9 осциллограмм на одной странице отчёта).

### 3.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

- привести подробный анализ возможности восстанавливать дискретный сигнал каждым из трёх ФНЧ при использовании различных частот дискретизации и различных видов сигналов;
- сравнить качество восстановления синусоидальных и прямоугольных колебаний.

### 3.7. Контрольные вопросы

3.7.1. Дайте определение сигнала с ограниченным спектром. Какие сигналы обладают ограниченными спектрами? Какие критерии ограничения спектров Вы знаете?

3.7.2. Дайте определение аналогового и дискретного сигналов. Назовите области применения дискретных сигналов.

3.7.3. В чём состоит проблема дискретизации? Сформулируйте теорему Котельникова. Как выбирается интервал дискретизации (частота дискретизации) в соответствии с этой теоремой?

3.7.4. Какими свойствами обладает ряд Котельникова?

3.7.5. Какой вид имеет спектр дискретного сигнала в случае идеальных выборок (нулевой длительности) при различных значениях интервала дискретизации?

3.7.6. Поясните суть фильтрового метода синтеза аналогового сигнала по дискретным отсчетам.

3.7.7. Изобразите АЧХ, ФЧХ и импульсную характеристику идеального синтезирующего ФНЧ. Какими характеристиками должен обладать реальный синтезирующий фильтр?

3.7.8. Перечислите источники погрешности алгоритмического метода восстановления аналогового сигнала по формуле Котельникова (3.1).

3.7.9. Перечислите источники погрешности аппаратного (фильтрового) метода восстановления аналогового сигнала. Как на практике уменьшают погрешность синтеза сигнала?

3.7.10. Изобразите прямоугольный импульс, график модуля его спектральной плотности. Ограничьте спектр первым лепестком спектрограммы, рассчитайте интервал дискретизации и постройте дискретный сигнал.

3.7.11. Повторите предыдущий пункт для случая, когда спектр ограничен двумя лепестками спектрограммы.

## 4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

### ПРОХОЖДЕНИЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ АПЕРИОДИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

#### 4.1. Цель работы

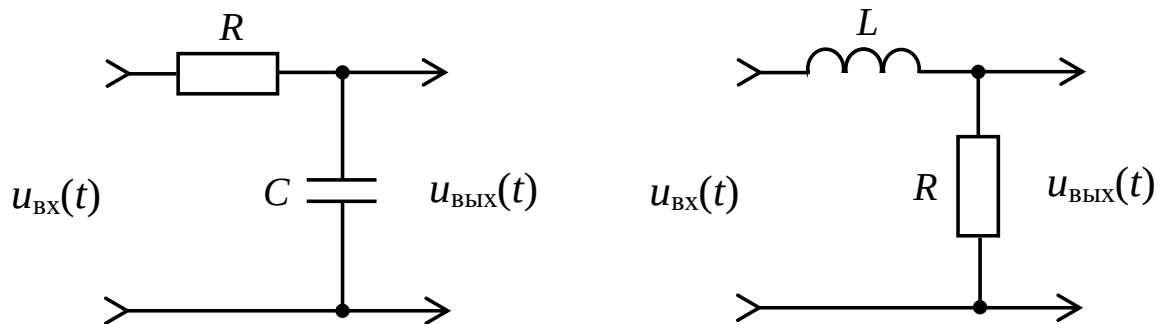
Изучение характеристик простейших апериодических цепей и закономерностей прохождения через эти цепи импульсных сигналов. Установление условий удовлетворительного дифференцирования и интегрирования, а также условий неискаженной передачи сигналов через эти цепи.

#### 4.2. Теоретическая часть

Простейшие апериодические  $RC$  и  $RL$ -цепи широко используются в радиотехнике в качестве фильтров, развязывающих цепей, формирователей и др.

##### 4.2.1. Цепи интегрирующего типа

На рис. 4.1 изображены две схемы, обладающие идентичными характеристиками.



**Рис. 4.1 — Цепи интегрирующего типа**

Эти цепи называют цепями интегрирующего типа, поскольку при определенных условиях они способны осуществлять приближенное интегрирование входного сигнала. Комплексный коэффициент передачи таких цепей может быть записан в виде [1-3]:

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}, \quad (4.1)$$

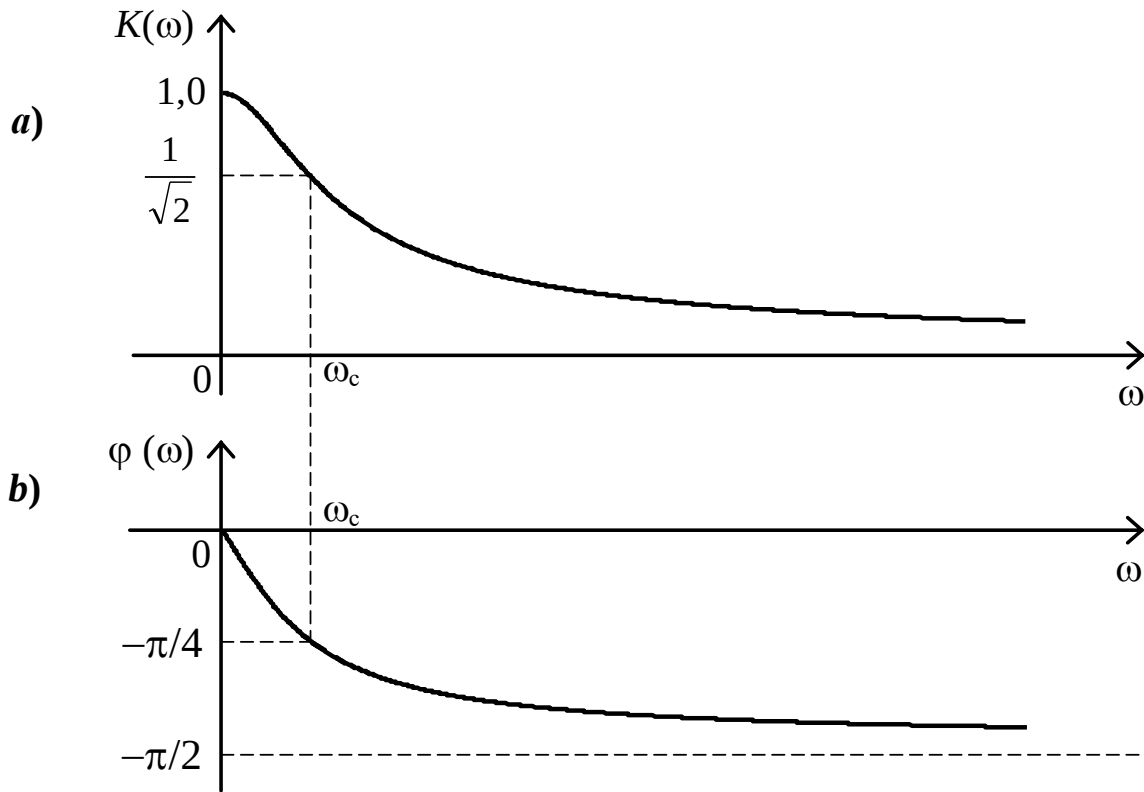
где  $\tau$  — постоянная времени, которая определяется следующим образом: для  $RC$ -цепи  $\tau = RC$ ; для  $RL$ -цепи  $\tau = L/R$ .

Из формулы (4.1) получим выражение для АЧХ и ФЧХ этих цепей:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}; \quad (4.2)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega\tau). \quad (4.3)$$

Частотные характеристики, построенные в соответствии с (4.2) и (4.3), приведены на рис. 4.2.



*a* — АЧХ; *b* — ФЧХ.

**Рис. 4.2 — Частотные характеристики цепи интегрирующего типа**

Анализ АЧХ показывает, что цепи интегрирующего типа являются **фильтрами нижних частот (ФНЧ)**.

**Частотой среза** фильтра  $\omega_c$  называют такую частоту, на которой коэффициент передачи уменьшается в  $\sqrt{2}$  раза относительно максимального значения (см. рис. 4.2, диаграмма *a*).

Зная частоту среза фильтра, можно определить постоянную времени  $\tau$ . Из формулы (4.2) следует

$$\tau = \frac{1}{\omega_c}. \quad (4.4)$$

Если в формуле (4.1) положить  $\omega\tau \gg 1$ , то есть  $\tau \gg 1/\omega$ , то можно приближенно считать, что

$$K(j\omega) \approx \frac{1}{j\omega\tau}. \quad (4.5)$$

Это доказывает, что при больших постоянных времени эти цепи (рис. 4.1) осуществляют приближенное интегрирование входного сигнала. Действительно, известно [1], что точное интегрирование соответствует комплексному коэффициенту передачи  $1/j\omega\tau$  и физически не может быть реализовано. Таким образом, **условием приближенного интегрирования** является

$$\tau \gg \frac{1}{\omega_{min}}, \quad (4.6)$$

где  $\omega_{min}$  — минимальная частота в спектре входного сигнала.

Только в этом случае можно считать, что цепи, приведенные на рис. 4.1, осуществляют приближенное интегрирование, то есть

$$u_{\text{вых}}(t) \approx \frac{1}{\tau} \int_0^t u_{\text{вх}}(t) dt. \quad (4.7)$$

Если же условие (4.6) не выполняется, а наоборот  $\tau \ll 1/\omega_{max}$ , то из формулы (4.1) следует, что

$$K(j\omega) \approx 1, \quad (4.8)$$

то есть при малых постоянных времени эти цепи являются неискажающими. Таким образом, **условием неискаженной передачи сигнала** является

$$\tau \ll \frac{1}{\omega_{max}}, \quad (4.9)$$

где  $\omega_{max}$  — максимальная частота в спектре входного сигнала.

При этом сигнал на выходе будет приближенно повторять сигнал на входе:

$$u_{\text{вых}}(t) \approx u_{\text{вх}}(t). \quad (4.10)$$

Рассмотрим прохождение прямоугольного импульса (рис. 4.3, диаграмма *a*) через цепь интегрирующего типа. Выходной сигнал  $u_{\text{вых}}(t)$ , в данном случае, определяется следующим выражением [1]:

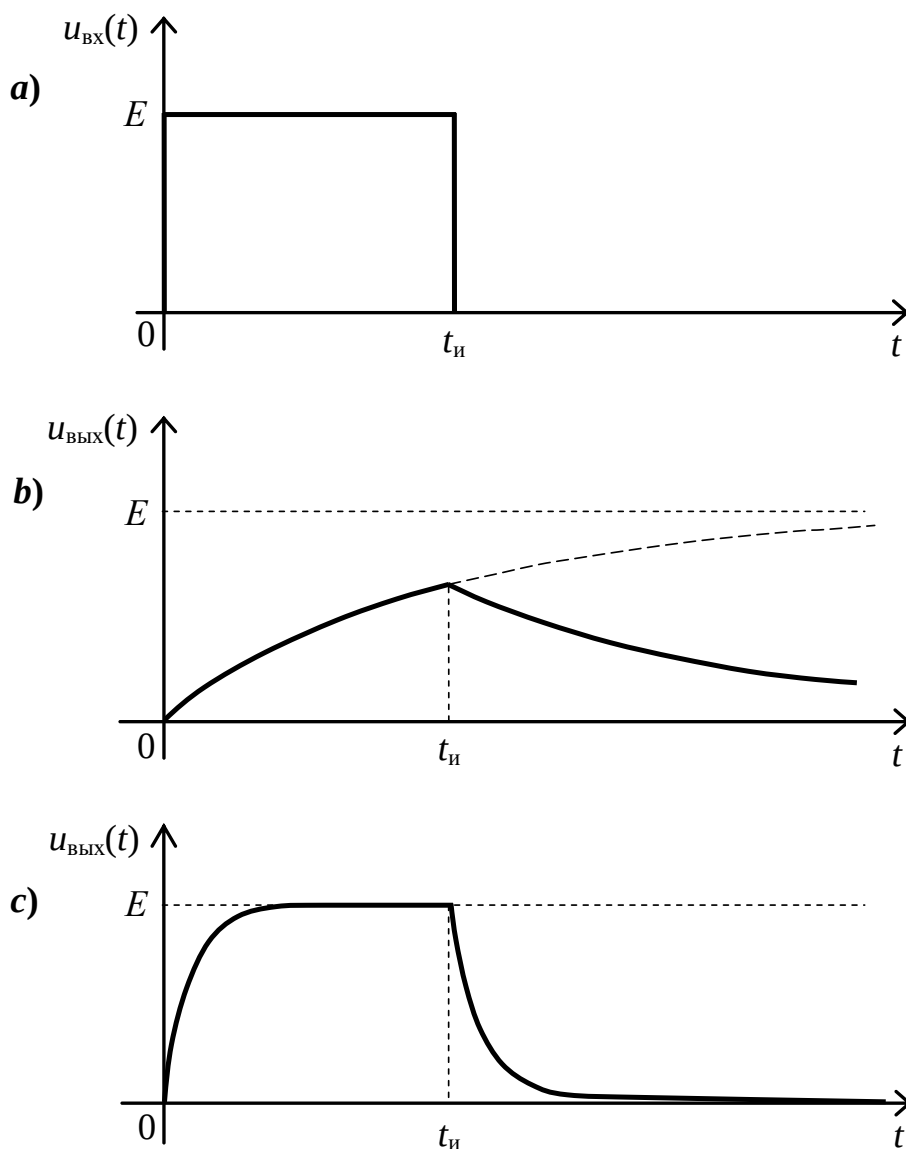
$$u_{\text{вых}}(t) = \begin{cases} E \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\text{и}}; \\ U_0 \exp\left(-\frac{t-t_{\text{и}}}{\tau}\right) & \text{при } t \geq t_{\text{и}}, \end{cases} \quad (4.11)$$

где  $U_0 = E \left( 1 - \exp\left(-\frac{t_{\text{и}}}{\tau}\right) \right)$  — напряжение на выходе в момент времени  $t = t_{\text{и}}$ .

Графики выходного процесса, построенные при различных значениях  $\tau$  по формулам (4.11), изображены на диаграммах *b* и *c* рис. 4.3. На интервале времени  $0 \leq t \leq t_{\text{и}}$  — это нарастающий процесс, а на интервале  $t > t_{\text{и}}$  — это убывающий по экспоненте процесс. При большой постоянной времени  $\tau$  (рис. 4.3, диаграмма *b*) выходной сигнал на интервале времени  $0 \leq t \leq t_{\text{и}}$  близок к линейной функции. Это соответствует приближенному интегрированию. Условие удовлетворительного интегрирования (4.6) для импульсного сигнала принимает вид

$$\tau \gg t_{\text{и}}. \quad (4.12)$$

При малых постоянных времени выходной сигнал (рис. 4.3, диаграмма *c*) приближенно повторяет форму входного сигнала.



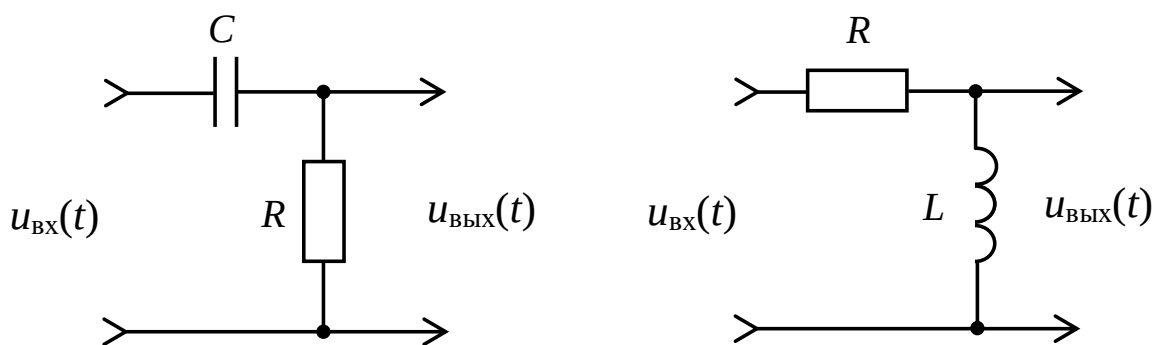
**a** — входной сигнал;

**b** — выходной сигнал при  $\tau \gg t_{\text{и}}$ ; **c** — выходной сигнал при  $\tau \ll t_{\text{и}}$ .

**Рис. 4.3** — Прохождение видеоимпульса через цепь интегрирующего типа

#### 4.2.2. Цепи дифференцирующего типа

На рис. 4.4 изображены две схемы, обладающие идентичными характеристиками.



**Рис. 4.4** — Цепи дифференцирующего типа



Эти цепи называют цепями дифференцирующего типа, поскольку при определенных условиях они способны проводить приближенное дифференцирование входного сигнала. Комплексный коэффициент передачи таких цепей может быть записан в виде [1-3]:

$$K(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}. \quad (4.13)$$

Из формулы (4.13) получим выражение для АЧХ и ФЧХ

$$K(\omega) = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}; \quad (4.14)$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega\tau). \quad (4.15)$$

Типовые частотные характеристики, построенные в соответствии с (4.14) и (4.15), изображены на рис. 4.5. Анализ АЧХ показывает, что **цепи дифференцирующего типа являются фильтрами верхних частот (ФВЧ)**.

Если в формуле (4.13) положить  $\omega\tau \ll 1$  ( $\tau \ll 1/\omega$ ), то можно приближенно считать, что

$$K(j\omega) \approx j\omega\tau, \quad (4.16)$$

то есть при малых постоянных времени эти цепи (рис. 4.4) осуществляют приближенное дифференцирование входного сигнала. Действительно, известно [1], что точное дифференцирование соответствует комплексному коэффициенту передачи равному  $j\omega\tau$  и физически не может быть реализовано. Таким образом, **условием приближенного дифференцирования** является

$$\tau \ll \frac{1}{\omega_{\max}}. \quad (4.17)$$

Только в этом случае можно считать, что цепь осуществляет приближенное дифференцирование, то есть

$$u_{\text{вых}}(t) \approx \tau \frac{d[u_{\text{вх}}(t)]}{dt}. \quad (4.18)$$

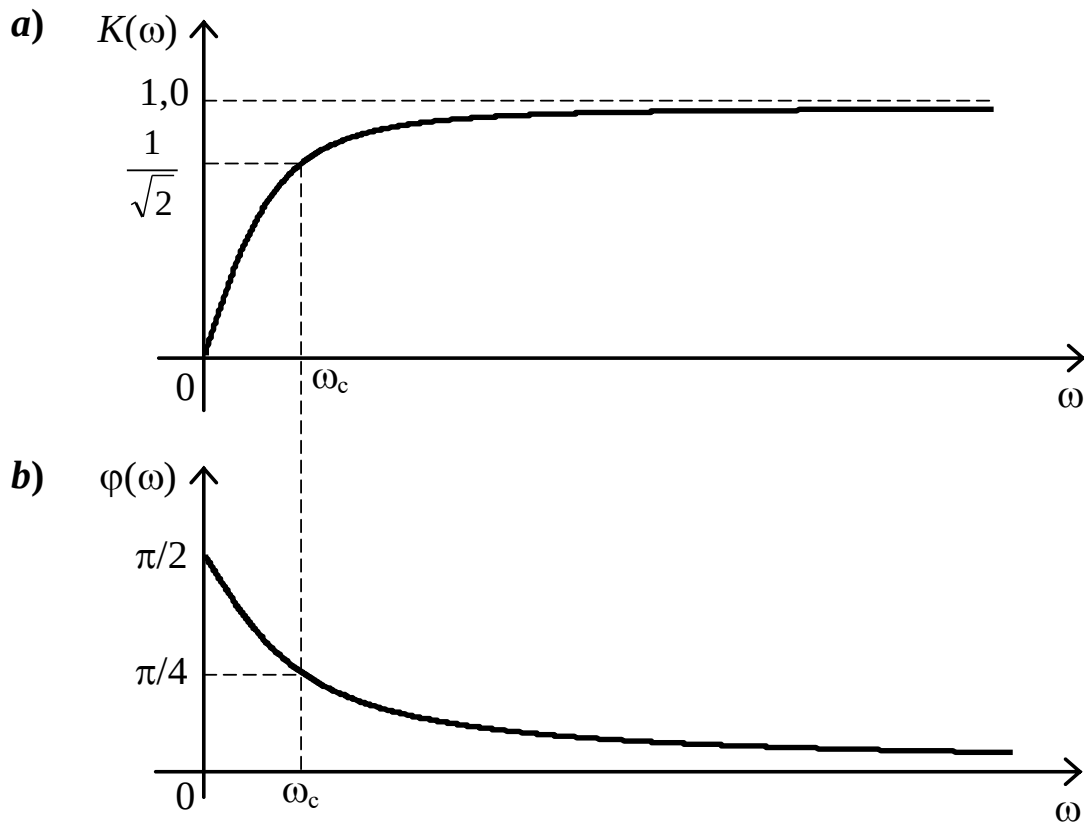
Если же условие (4.17) не выполняется, а наоборот  $\tau \gg 1/\omega_{\min}$ , то из формулы (4.13) следует, что

$$K(j\omega) \approx 1, \quad (4.19)$$

то есть при больших постоянных времени эти цепи являются неискажающими.

Таким образом, **условием неискаженной передачи сигнала** является

$$\tau \gg 1/\omega_{\min}. \quad (4.20)$$



$a$  — АЧХ ;  $b$  — ФЧХ .

**Рис. 4.5 — Частотные характеристики цепи дифференцирующего типа**

В этом случае сигнал на выходе будет приближенно повторять сигнал на входе.

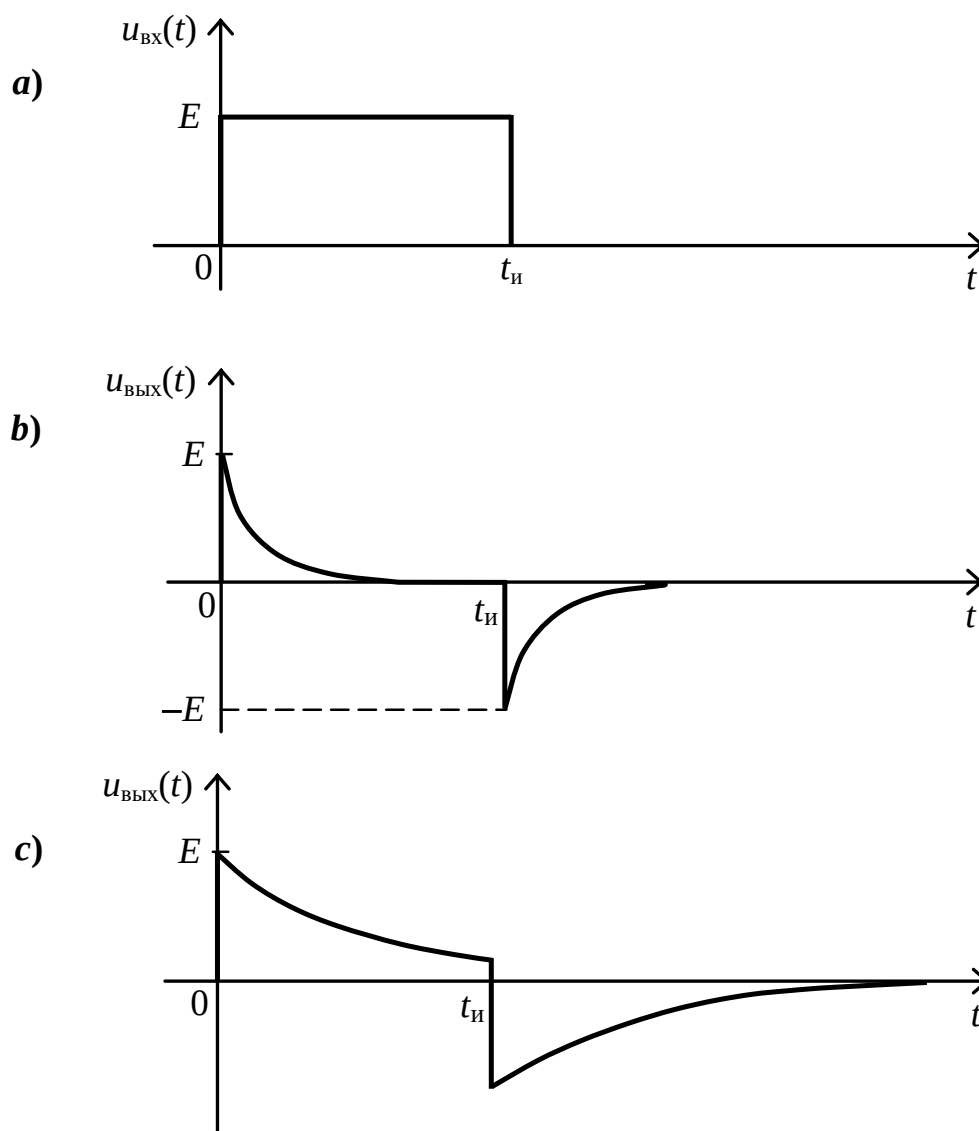
Рассмотрим прохождение прямоугольного импульса (рис. 4.6 *a*) через цепь дифференцирующего типа. Выходной сигнал  $u_{\text{вых}}(t)$  определяется в данном случае выражением [1]:

$$u_{\text{вых}}(t) = \begin{cases} E e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{при } 0 \leq t < t_{\text{и}} ; \\ U_0 - E e^{-\frac{t-t_{\text{и}}}{\tau}} & \text{при } t \geq t_{\text{и}} . \end{cases} \quad (4.21)$$

При малых постоянных времени (рис. 4.6, *b*) выходной сигнал представляет собой два коротких разнополярных импульса практически одинаковой амплитуды. Это соответствует приближенному дифференцированию. Условие удовлетворительного дифференцирования (4.17) для импульсного сигнала принимает вид

$$\tau \ll t_{\text{и}} . \quad (4.22)$$

При больших постоянных времени форма выходного сигнала (рис. 4.6, *c*) приближенно повторяет форму входного сигнала.



$a$  — входной сигнал;  
 $b$  — выходной сигнал при  $\tau \ll t_{\text{и}}$ ;  $c$  — выходной сигнал при  $\tau \gg t_{\text{и}}$ .

**Рис. 4.6 — Прохождение прямоугольного импульса через цепь дифференцирующего типа**

### 4.3. Описание лабораторной установки

Модуль «ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ», используемый для выполнения лабораторной работы, изображён на рис. 4.7. Модуль содержит цепи: интегрирующего ( $R2$ ,  $C3$ ) и дифференцирующего ( $C2$ ,  $R3$ ) типов. Постоянные времени цепей могут быть изменены с помощью переключателей.

Ко входам  $RC$ -цепей подключается модуль «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР» (к гнездам 2,4).

Выходной сигнал снимается с гнезд 3, 4.

В состав лабораторной установки также входит цифровой осциллограф Keysight DSOX1102G.

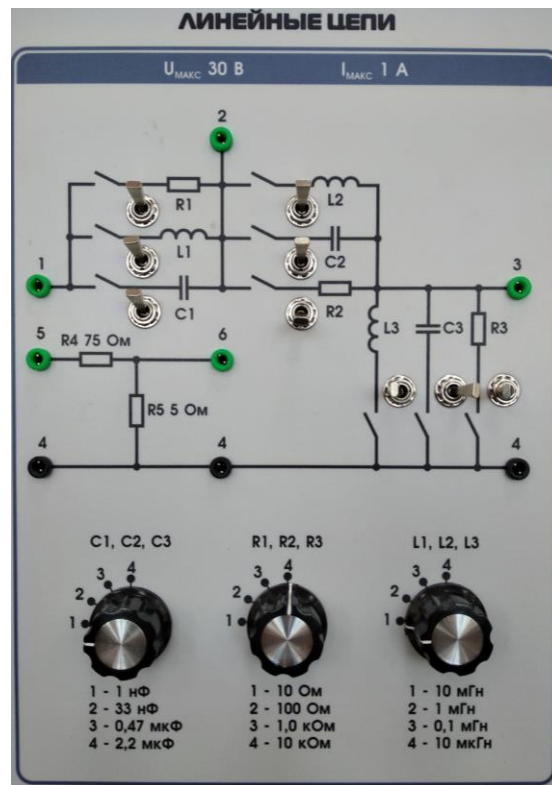


Рис. 4.7 — Внешний вид модуля «ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ»

#### 4.4. Порядок выполнения работы

##### 4.4.1. Снятие АЧХ цепи интегрирующего типа

4.4.1.1. Включить в сеть лабораторный стенд, осциллограф, функциональный генератор.

4.4.1.2. Подключить входы осциллографа 1 и 2 к гнездам 2,4 и 3,4.

4.4.1.3. Подключить к гнездам 2,4 выход функционального генератора. Функциональный генератор установить в режим гармонических колебаний с амплитудой  $U_{вх}=1В$  (контроль по осциллографу с помощью меню MEASURE / Напряжение / Тип /  $V_{ср}$ ).

4.4.1.4. Установить частоту функционального генератора равной 20 Гц.

4.4.1.5. На передней панели модуля «ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ» набором тумблеров и переключателей собрать исследуемую схему и подключить её к измерительным приборам, как показано на рис. 4.8.

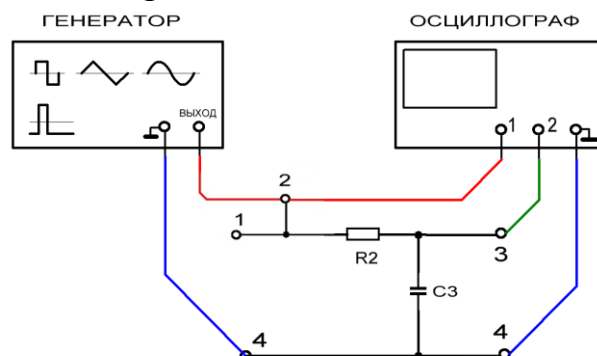


Рис. 4.8 — Схема подключения (интегрирующая цепь)

4.4.1.6. Измерить выходное напряжение при четырёх разных переключателя «C1, C2, C3», при положении переключателя «R1, R2, R3», выбираемом из табл. 4.1. Результаты занести в таблицу.

**Таблица 4.1 — Варианты заданий**

| Вариант №    | 1, 6 | 2, 7 | 3, 8 | 4, 9 | 5, 0 |
|--------------|------|------|------|------|------|
| «R1, R2, R3» | 1    | 2    | 3    | 4    | 1    |

4.4.1.7. Перестраивая частоту функционального генератора от 20 Гц до 20 кГц, повторить пункты 4.4.1.6.

#### 4.4.2. Прохождение прямоугольных импульсов через цепь интегрирующего типа

4.4.2.1. В функциональном генераторе на выходе установить прямоугольные импульсы с амплитудой 1 В и частотой  $f=1\text{кГц}$ . (контроль по осциллографу). Установить на осциллографе в меню 1 / СвязьВх и 2 / СвязьВх связь по постоянному току DC (открытый вход).

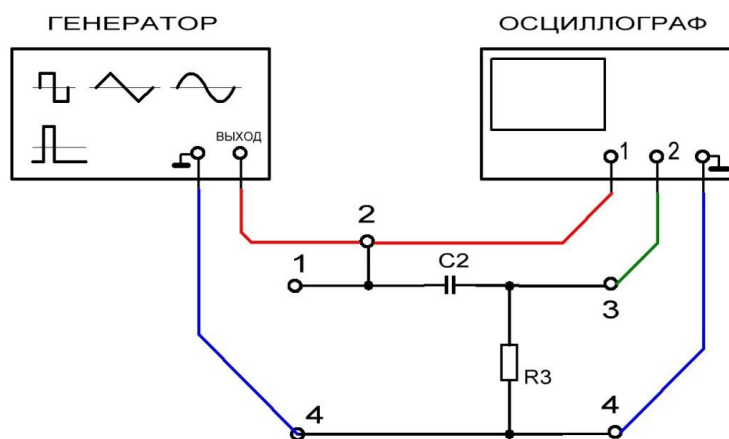
4.4.2.2. Подключить вход 1 осциллографа к гнездам 2, 4 и сохранить на флеш носитель осциллограмму сигнала, подаваемого на вход схемы с функционального генератора.

4.4.2.3. Подключить вход 2 осциллографа к выходным гнездам 3, 4.

4.4.2.4. Сохранить осциллограммы выходного напряжения при четырёх положениях переключателя «C1, C2, C3». Нанести на осциллограммы размах, длительность импульса и период выходного сигнала. Убедиться в наличии постоянной составляющей на выходе интегрирующей цепочки, для этого измерить среднее значение напряжения на гнездах 2, 4 и 3, 4 с помощью меню осциллографа MEASURE / Напряжение / Тип /  $V_{\text{ср}}$ .

#### 4.4.3. Снятие АЧХ цепи дифференцирующего типа

4.4.3.1. Собрать исследуемую схему и подключить её к измерительным приборам, как показано на рис. 4.9.



**Рис. 4.9 — Схема подключения (дифференцирующая цепь)**

4.4.3.2. Подключить входы осциллографа 1 и 2 к гнездам 2,4 и 3,4.

4.4.3.3. Повторить пункты 4.4.1.6 и 4.4.1.7. Результаты занести в таблицу.

#### 4.4.4. Прохождение прямоугольных импульсов через цепь дифференцирующего типа

4.4.4.1. Повторить пункты 4.4.2.1 ... 4.4.2.4.

4.4.4.2. Повторить пункт 4.4.2.4 и убедиться в отсутствии постоянной составляющей на выходе дифференцирующей цепочки, для этого измерить среднее значение напряжения на гнездах 2, 4 и 3, 4.

#### 4.5. Оформление отчёта

4.5.1. Сформулировать цель работы.

4.5.2. Привести схему лабораторного макета.

4.5.3. Привести таблицы с экспериментальными данными и построить АЧХ цепей интегрирующего и дифференцирующего типов (отдельно).

4.5.4. Определить по графикам частоты среза  $f_c$  и рассчитать по формуле (4.4) постоянные времени при различных положениях переключателя  $S_2$ .

4.5.5. В едином временном и амплитудном масштабах построить осциллограммы входных и выходных импульсных сигналов для цепей интегрирующего и дифференцирующего типов. Построения провести для трех положений переключателя  $S_2$ , что соответствует различным постоянным времени цепей.

4.5.6. По формулам (4.11) и (4.21) рассчитать выходные сигналы, используя значения для  $\tau$ , полученные в пункте 4.5.4. Изобразить эти сигналы пунктиром на соответствующих экспериментальных осциллограммах.

#### 4.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

— описать характер АЧХ цепей интегрирующего и дифференцирующего типов; влияние постоянной времени на АЧХ; указать частоты среза и соответствующие им постоянные времени цепей;

— описать характер искажений сигналов, возникающих при прохождении импульсов через цепи интегрирующего и дифференцирующего типов; установить качественную зависимость этих искажений от постоянных времени цепей;

— сформулировать условия удовлетворительного интегрирования, дифференцирования и условия малых искажений сигналов для каждой из цепей;

— выявить причины расхождения экспериментальных данных с теоретическими результатами.

#### 4.7. Контрольные вопросы

4.7.1. Дайте определение линейного элемента и линейной цепи.

4.7.2. Дайте определение линейной апериодической цепи.

4.7.3. Дайте определение комплексного коэффициента передачи, АЧХ, ФЧХ линейной цепи.

4.7.4. Дайте определение импульсной и переходной характеристик линейной цепи. Какова взаимосвязь между характеристиками линейной цепи?

4.7.5. Приведите схемы простейших  $RL$  и  $RC$ -цепей интегрирующего и дифференцирующего типов. Как определяются постоянные времени этих цепей?

4.7.6. Поясните, каким образом по АЧХ определить частоту среза и постоян-

ную времени цепи.

4.7.7. Поясните, в чем причина линейных искажений. Как они проявляются при передаче импульсных сигналов в исследуемых цепях?

4.7.8. Каковы условия удовлетворительного интегрирования и условия неискаженной передачи сигналов в цепях интегрирующего типа?

4.7.9. Каковы условия удовлетворительного дифференцирования и условия неискаженной передачи сигналов в цепях дифференцирующего типа?

## 5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ АКТИВНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

#### 5.1. Цель работы

Исследование устойчивости широкополосного усилителя с мостом Вина в цепи обратной связи на основе частотного критерия Найквиста.

#### 5.2. Теоретическая часть

##### 5.2.1. Понятие устойчивости линейной цепи

Устойчивой называют цепь, процессы в которой в свободном режиме имеют затухающий характер. Свободным режимом называют режим, при котором на цепь не подаются внешние сигналы.

Известно, что в свободном режиме линейная цепь описывается однородным линейным дифференциальным уравнением [1 — 3]:

$$a_0 \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx(t)}{dt} + a_n x(t) = 0, \quad (5.1)$$

где  $x(t)$  — процесс в цепи (ток или напряжение);  $n$  — порядок уравнения;  $a_0, a_1, \dots, a_n$  — постоянные коэффициенты, зависящие от параметров элементов цепи. Именно эти коэффициенты определяют свойства цепи, в частности ее устойчивость.

Потеря устойчивости может произойти только в активной цепи (усилителе), охваченной положительной обратной связью.

##### 5.2.2. Критерий устойчивости Ляпунова

В соответствии с этим критерием [1, 2] цепь устойчива, если все корни характеристического уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (5.2)$$

имеют отрицательные вещественные части. Иначе говоря, все нули характеристического уравнения устойчивой цепи должны находиться в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ .

Поскольку вычисление корней при высоком порядке характеристического уравнения является трудоемкой задачей, то были разработаны критерии устойчивости, не требующие решения характеристического уравнения.

##### 5.2.3. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица

Алгебраический критерий устойчивости Рауса-Гурвица позволяет оценить устойчивость цепи по коэффициентам характеристического уравнения (5.2) без его решения. Согласно этому критерию [2] **цепь устойчива**, если **положительны** следующие величины:

- 1) все коэффициенты характеристического уравнения  $a_0 \dots a_n$ ;



2) определитель Гурвица  $(n - 1)$ -го порядка  $D_{n-1}$ , который имеет вид

$$D_{n-1} = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n & a_{n-1} \end{vmatrix}; \quad (5.3)$$

3) все главные миноры этого определителя.

#### 5.2.4. Критерий устойчивости по передаточной функции

Известно [1, 2], что левая часть характеристического уравнения (5.2) линейной цепи совпадает со знаменателем передаточной функции этой цепи. Поэтому нули характеристического уравнения совпадают с полюсами передаточной функции.

Отсюда вытекает следующий критерий устойчивости: линейная цепь устойчива, если полюса ее передаточной функции расположены в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ .

#### 5.2.5. Частотный критерий устойчивости Найквиста

На рис. 5.1 изображена структурная схема усилителя, охваченного цепью обратной связи.

Передаточную функцию  $K(p)$  данной цепи в замкнутом состоянии с учетом действия обратной связи можно записать в виде [1]

$$K(p) = \frac{K_y(p)}{1 - K_y(p)K_{oc}(p)}, \quad (5.4)$$

где  $K_y(p)$  — передаточная функция усилителя в отсутствии обратной связи;  $K_{oc}(p)$  — передаточная функция цепи обратной связи.

В соответствии с критерием, изложенным в подразделе 2.4, для оценки устойчивости замкнутой системы необходимо определить полюса передаточной функции  $K(p)$ .

Эти полюса найдем, приравняв знаменатель выражения (5.4) к нулю. В результате приходим к уравнению

$$K_y(p)K_{oc}(p) = 1. \quad (5.5)$$

Произведение  $K_y(p)K_{oc}(p) = K_p(p)$  представляет собой передаточную функцию двух каскадно-включенных звеньев, которые образуют разомкнутую систему (см. рис. 5.2).

Таким образом, об устойчивости системы в замкнутом состоянии можно судить по передаточной функции  $K_p(p)$  в разомкнутом состоянии. Из (5.5) следует, что **система в замкнутом состоянии устойчива**, если передаточная функция  $K_p(p)$  разомкнутой системы обращается в единицу только при значениях комплексной переменной  $p$ , лежащих в левой полуплоскости.

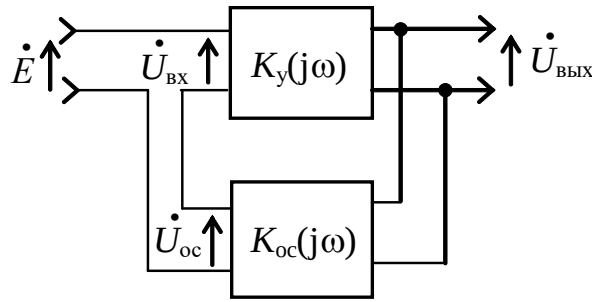


Рис. 5.1 — Структурная схема усилителя с обратной связью

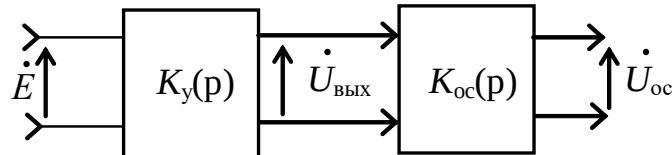


Рис. 5.2 — Структурная схема разомкнутой системы

Отсюда следует частотный **критерий устойчивости Найквиста**, который формулируется следующим образом [1, 2]: линейная система в замкнутом состоянии будет устойчивой, если годограф разомкнутой системы не охватывает точку с координатами  $(1; j0)$ .

**Годографом** называют амплитудно-фазовую характеристику цепи, которая строится в полярных координатах. Для построения годографа необходимо иметь АЧХ и ФЧХ системы, которые могут быть измерены экспериментально, либо найдены путем теоретического анализа электрической схемы.

Методика построения годографа некой системы показана на рис. 5.3.

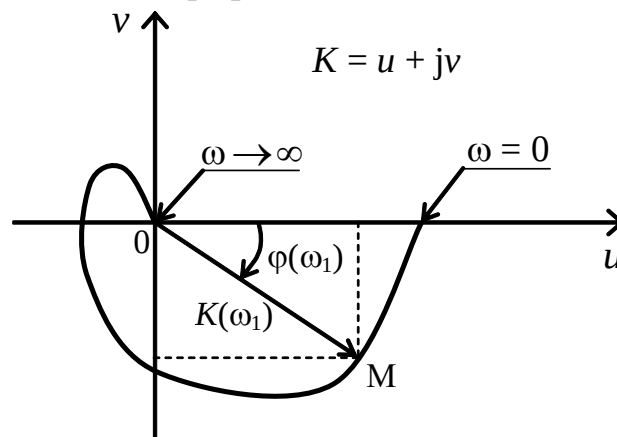
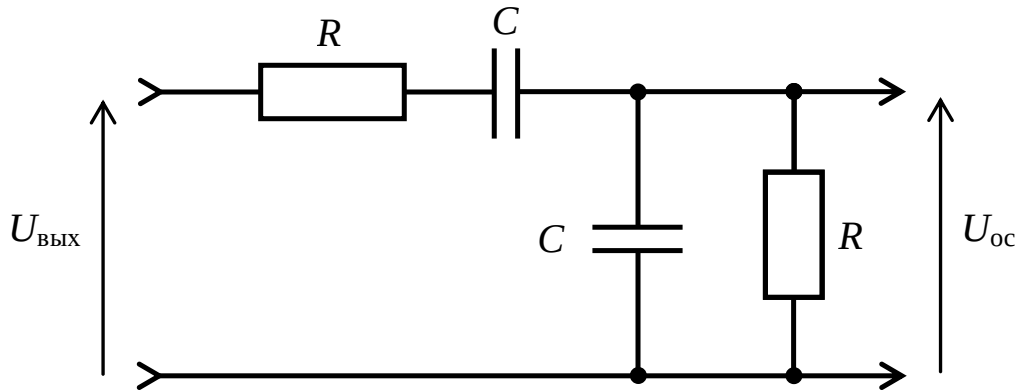


Рис. 5.3 — Иллюстрация методики построения годографа

Каждой точке годографа соответствует некоторое значение частоты (на рис. 5.3 точка М соответствует некоторой частоте  $\omega_1$ ). Положение этой точки на плоскости определяется **вектором 0М**, выходящем из начала координат. При построении годографа длину **вектора** берут равной **значению модуля** комплексного коэффициента передачи  $K(\omega_1)$  на частоте  $\omega_1$ , а **угол наклона вектора** относительно оси абсцисс берут **равным аргументу** комплексного коэффициента передачи  $\varphi(\omega_1)$  на этой частоте. Построения следует проводить в диапазоне частот от нуля до бесконечности.

В настоящей работе исследуется на устойчивость широкополосный неинвертирующий усилитель, в цепь обратной связи которого включён так называемый мост Вина, схема которого изображена на рис. 5.4.



**Рис. 5.4 — Принципиальная схема моста Вина**

Комплексный коэффициент передачи широкополосного неинвертирующего усилителя в полосе пропускания можно положить равным чисто действительному положительному числу  $K_y(j\omega) = K_y = \text{const}$  (это соответствует нулевому значению фазового сдвига во всей полосе рабочих частот:  $\varphi_y(\omega) = 0$ ).

Применяя правило делителя напряжения, получим выражение для комплексного коэффициента передачи моста Вина

$$K_{oc}(j\omega) = \frac{\omega RC}{3\omega RC + j[(\omega RC)^2 - 1]} \quad (5.6)$$

Из (5.6) получим формулы для АЧХ и ФЧХ цепи обратной связи

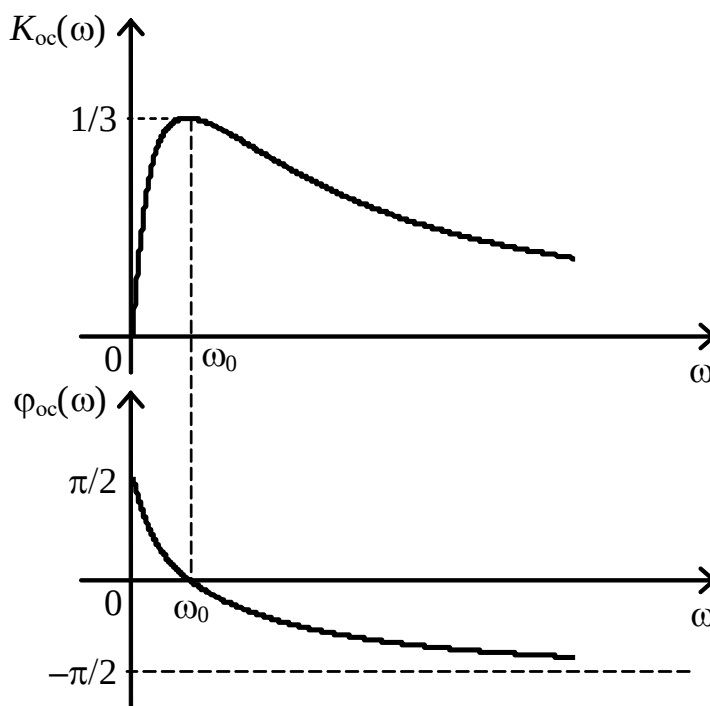
$$K_{oc}(\omega) = \frac{\omega RC}{\sqrt{9(\omega RC)^2 + [(\omega RC)^2 - 1]^2}}; \quad (5.7)$$

$$\varphi_{oc}(\omega) = -\arctg \left[ \frac{(\omega RC)^2 - 1}{3\omega RC} \right]. \quad (5.8)$$

Графики АЧХ и ФЧХ моста Вина, построенные в соответствии с (5.7) и (5.8), приведены на рис. 5.5. Из этих графиков видно, что мост Вина представляет собой низкодобротный полосно-пропускающий фильтр. Приравняв (5.8) к нулю, определим частоту  $\omega_0$ , на которой ФЧХ обращается в нуль:

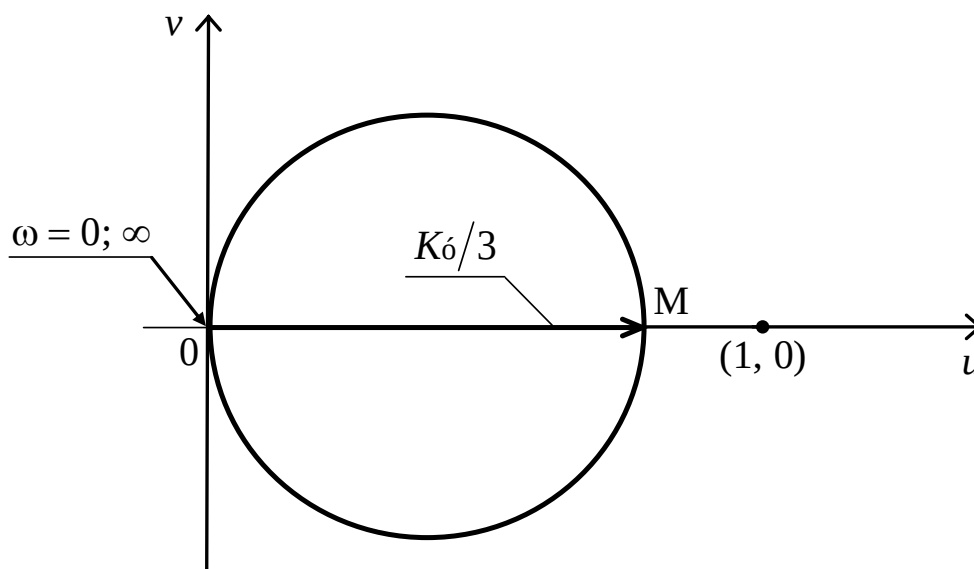
$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (5.9)$$

На этой частоте коэффициент передачи максимален и равен  $K_{oc}(\omega_0) = 1/3$ .



**Рис. 5.5 — Частотные характеристики моста Вина**

Проведём теоретическое исследование данной системы на устойчивость с помощью критерия Найквиста. Для этого построим годограф разомкнутой системы. Комплексный коэффициент передачи разомкнутой системы для данного случая будет равен  $K_p(j\omega) = K_y K_{oc}(j\omega)$ . С учетом (5.7) и (5.8) на рис. 5.6 построен годограф разомкнутой системы при некотором значении  $K_y$ .



**Рис. 5.6 — Годограф разомкнутой системы**

Поскольку коэффициент передачи моста Вина обращается в нуль при  $\omega=0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ , то годограф начинается и заканчивается в начале координат. Годограф пересекает ось абсцисс на частоте  $\omega=\omega_0$ , поскольку на этой частоте  $\varphi_p(\omega_0) = \varphi_{oc}(\omega_0) = 0$ . При этом координата точки пересечения (точка  $M$ ) равна

$K_y K_{oc}(\omega_0) = K_y/3$ . То есть годограф Найквиста не будет охватывать точку с координатами  $(1; j0)$  если выполняется условие:  $K_y/3 < 1$ . Решая это неравенство относительно  $K_y$ , приходим к следующему заключению: широкополосный неинвертирующий усилитель с мостом Вина в цепи обратной связи будет устойчив, если его коэффициент усиления удовлетворяет условию

$$K_y < 3. \quad (5.10)$$

Если условие (5.10) не выполняется, то есть коэффициент передачи усилителя больше трех, то при замыкании цепи обратной связи усилитель **потеряет устойчивость** и превратится в автогенератор. В этом можно удостовериться по появлению на выходе усилителя колебаний без подачи сигнала на его вход.

### 5.3. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка состоит из модулей «ГЕНЕРАТОР ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ» и осциллографа *DSOX1102G*, выполняющий и функцию генератора.

Функциональная схема модуля «ГЕНЕРАТОР ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ» изображена на рис. 5.7.

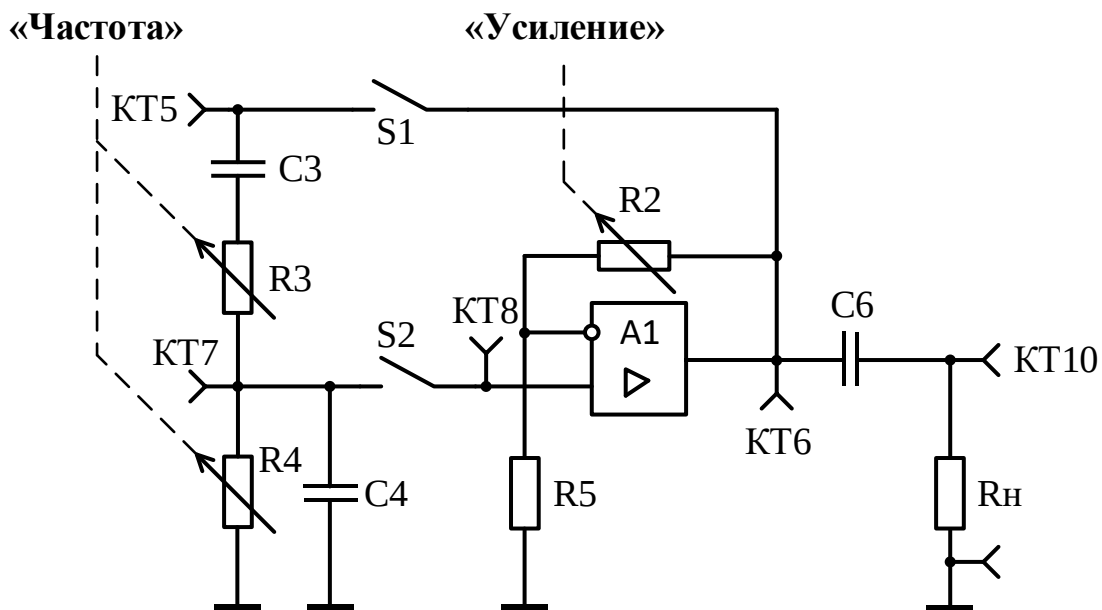


Рис. 5.7 — Функциональная схема лабораторного макета

Схема модуля содержит широкополосный неинвертирующий усилитель с регулируемым коэффициентом усиления  $K_y$  (регулировка осуществляется с помощью потенциометра  $R2$ — «Усиление») и  $RC$ -фильтр, выполненный в виде моста Вина. Тумблер  $S1$  позволяет включать или выключать обратную связь. Тумблер  $S2$  позволяет отключать мост Вина от входа усилителя. В этой работе тумблер  $S2$  не используется и его необходимо установить в положение включено.

Параметры моста Вина можно менять с помощью ручек, выведенных на переднюю панель макета. Сдвоенный переменный резистор  $R3$ — $R4$  позволяет плавно менять частоту настройки ручкой «Частота». С помощью переключателя выбирается ёмкость конденсаторов  $C3$  и  $C4$ .

## 5.4. Порядок выполнения работы

### 5.4.1. Собрать схему исследования

5.4.1.1. Подключить генератор НЧ (выход «Gen Out» осциллографа) к гнезду КТ5.

5.4.1.2. Подключить вход 1 к гнезду КТ5.

5.4.1.3. Подключить вход 2 к гнезду КТ6.

5.4.1.4. Включить питание лабораторной модуля и осциллографа. Прогреть приборы в течение 5 минут.

### 5.4.2. Снять АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы при коэффициенте усиления усилителя $K_y = 2,6$

5.4.2.1. Разомкнуть цепь обратной связи, установив тумблер S1 в верхнее положение. Тумблер S2 установить в нижнее положение.

5.4.2.2. Перевести осциллограф в режим измерения частотных характеристик нажатием кнопки *Analyze* на передней панели осциллографа. Задать частотный интервал измерения частотных характеристик через меню осциллографа.

5.4.2.3. Установить параметры элементов моста Вина по указанию преподавателя.

5.4.2.4. Провести измерение частотных характеристик в автоматическом режиме при  $K_y = 2,6$  для этого ручку «Усиление» на макете нужно повернуть до упора против часовой стрелки. Следует учитывать, что построение частотных характеристик осциллограф производит в логарифмическом масштабе.

5.4.2.5. Провести анализ полученных АЧХ путём курсорных измерений. Перемещая курсор по линии АЧХ с помощью ручки Entry отметить частоту на которой наблюдается максимальный коэффициент передачи. Сохранить снимок экрана на USB флеш карту.

5.4.2.6. Перевести осциллограф в режим измерений во временной области и замкнуть цепь обратной связи, переведя тумблер S1 в нижнее положение. Сделать вывод об устойчивости цепи в замкнутом состоянии по наличию или отсутствию автоколебаний.

### 5.4.3. Снять АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы при коэффициенте усиления усилителя $K_y = 3,2$

5.4.3.1. Разомкнуть цепь обратной связи, установив тумблер S1 в верхнее положение.

5.4.3.2. Перевести осциллограф в режим измерения частотных характеристик.

5.4.3.3. Регулятор «Усиление» повернуть по часовой стрелке до упора, что соответствует коэффициенту передачи усилителя  $K_y = 3,2$ .

5.4.3.4. Повторить пункты 5.4.2.4 — 5.4.2.6.

## 5.5. Оформление отчёта

5.5.1. Сформулировать цель работы.

5.5.2. Привести функциональную схему макета.

5.5.3. Привести порядок выполнения работы и результаты экспериментов при значениях  $K_y = 2,6$  и  $K_y = 3,2$ .

## 5.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

- проанализировать особенности годографов разомкнутой системы при значениях коэффициента усиления  $K_y = 2,6$  и  $K_y = 3,2$ ;
- сделать заключение об устойчивости замкнутой системы при  $K_y = 2,6$  и  $K_y = 3,2$  на основе экспериментальных исследований;
- подтвердить возможность оценки устойчивости замкнутой системы по ее поведению в разомкнутом состоянии в соответствии с Критерием Найквиста.

## 5.7. Контрольные вопросы

5.7.1. Сформулируйте требования к корням характеристического уравнения устойчивой линейной цепи.

5.7.2. Сформулируйте требования к полюсам передаточной функции устойчивой линейной цепи.

5.7.3. Сформулируйте критерий устойчивости Рауса - Гурвица.

5.7.4. Запишите выражение для передаточной функции усилителя, охваченного обратной связью и поясните, почему для анализа устойчивости достаточно знать передаточную функцию разомкнутой системы.

5.7.5. Сформулируйте частотный критерий устойчивости Найквиста.

5.7.6. Дайте определение годографа и поясните методику построения годографа разомкнутой системы.

5.7.7. Изобразите схему моста Вина, выведите соотношения для его частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) и приведите их графики.

5.7.8. Изобразите функциональную схему широкополосного усилителя с мостом Вина в цепи обратной связи и поясните назначение элементов схемы.

5.7.9. Каково условие устойчивости неинвертирующего усилителя с мостом Вина в цепи обратной связи?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гоноровский, И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский. — М.: Дрофа, 2006. — 720 с.
2. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. — М.: Высшая школа, 2005. — 464 с.
3. Гимпилевич, Ю.Б. Сигналы и процессы в радиотехнике. — Ч. 1: Учеб. Пособие / Ю.Б. Гимпилевич. — Севастополь : Изд-во СевНТУ, 2003. — 272 с.
4. Гимпилевич, Ю.Б. Сигналы и процессы в радиоэлектронике. Учебное пособие / Ю.Б. Гимпилевич. — Севастополь : Изд-во СевГУ, 2018. — 272 с.
5. Слезкин, В.Г. Оформление текстовых работ : учебно-методическое пособие по оформлению текстовых работ преподавателей и обучающихся всех форм обучения по всем направлениям и специальностям кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации» / сост. В. Г. Слѣзкин ; Министерство науки и высшего образования РФ, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет», Институт радиоэлектроники и информационной безопасности. — Севастополь : СевГУ, 2020. — 26 с.

## СИГНАЛЫ И ПРОЦЕССЫ В РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ.

### Лабораторный практикум по дисциплине

*Учебно-методическое пособие*

*Составители :* Гимпилевич Юрий Борисович, Тыщук Юрий Николаевич,  
Овчаров Павел Петрович, Зебек Станислав Евгеньевич

Редактор: В. Г. Слѣзкин

Изд. № 40/2021. Объем 3 п.л.

РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»