

УДК 628.543.52

УПРАВЛЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕМ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ КВАДРАТИЧНОМ КРИТЕРИИ ОПТИМАЛЬНОСТИ И ОГРАНИЧЕНИЯХ В ВИДЕ РАВЕНСТВ

Шмидт Л.А.

Рассматривается поиск управлений деформируемым состоянием нежесткой заготовки в процессе автоматической токарной обработки при использовании квадратичного деформационного критерия качества и ограничений на перемещение и угол поворота либо на перемещение и кривизну.

К новым задачам управляемого деформирования нежестких заготовок можно отнести: поиск оптимального управления деформированием заготовок при ограничении на мощность управления; задачи управления деформированием заготовок на упругом основании, характерные для длинных заготовок со многими дополнительными опорами.

Построению моделей управления деформируемым состоянием нежестких деталей в процессе автоматической токарной обработки посвящены работы [1-3] и др. Поиск управлений осуществлялся с учетом обеспечения упругих минимальных перемещений заготовки в зоне резания на основании критерия

$$I_* = W(a)^2 + \left(\frac{d(a)}{2} W'(a) \right)^2 = \min, \quad (1)$$

где $W(a)$, $W'(a)$ – соответственно линейное и угловое перемещения сечения стержня с координатой a ; $d(a)$ – диаметр стержня в сечении с координатой a . В качестве ограничений использовались условия равенства нулю линейного, углового перемещений:

$$\{W(a)=0, W'(a)=0\}.$$

Необходимые условия экстремума критерия (1) запишется в виде

$$\frac{\partial I_*}{\partial U_k} = 0, \quad (k = \overline{1, n}),$$

где U_k – управляющие воздействия, задаваемые в виде моментов.

Построены модели управлений, позволяющие осуществлять непрерывное управление деформируемым состоянием при медленно движущейся нагрузке (силе резания). В [3] предприняты попытки практической реализации непрерывного управления деформированием нежестких заготовок

Необходимо дальнейшее совершенствование моделей расчета управляемого деформирования, учитывающих многие характерные факторы, отражающих процесс обработки. В качестве критерия оптимальности может использоваться минимум общего деформированного состояния нежесткой заготовки

$$I_1 = \left[\sum_{i=1}^n \int_{l_i} W_i(x) dx \right]^2 = \min,$$

а в качестве ограничения – равенство нулю кривизны заготовки в сечении с координатой a , где приложена сила резания

$$k = \frac{1}{\rho} = W''(a) = 0,$$

где ρ – радиус кривизны; $W''(a)$ – вторая производная от перемещения (кривизна).

Общая постановка задачи сводится к следующему: для нежесткой заготовки, закрепленной в центрах (шарнирно) при медленно движущейся внешней нагрузке (силе резания) необходимо найти такие M_1 и M_2 , которые обеспечивают минимум квадратичного деформационного критерия качества с учетом ограничений на перемещение.

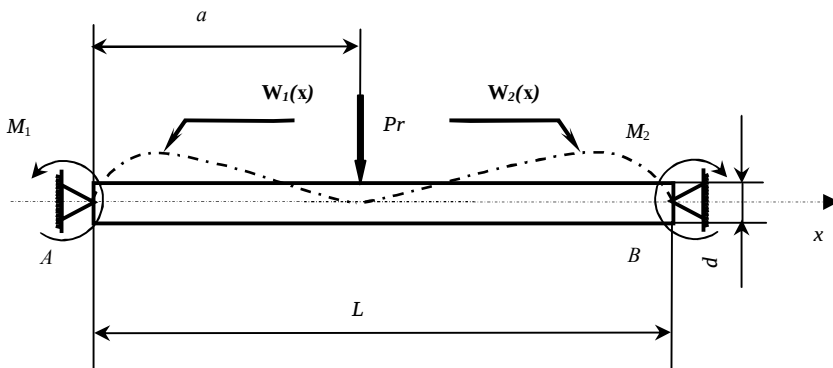


Рисунок 1 – Схема управления деформированным состоянием нежесткого вала с помощью двух моментов

Пример 1. Для заготовки, изображенной на рисунке 1, управляющие воздействия M_1 и M_2 найдены на основании квадратичного критерия качества:

$$I = \left[\int_0^a W_1(x) dx \right]^2 + \left[\int_a^l W_2(x) dx \right]^2 = \min. \quad (2)$$

Решение найдено методом начальных параметров. Для реакции левой опоры следует:

$$R_a = \frac{M_1 - M_2 + P_r(L - a)}{L}. \quad (3)$$

Кинематический начальный параметр Θ_0 (угол поворота) определяется как

$$\Theta_0 = -\frac{1}{6} \frac{(M_1 - M_2 + P_r(L - a))L^2 - P_r(L - a)^3}{EJL}. \quad (4)$$

С учетом (3) и (4) выражение для перемещения сечения с координатой x примет вид:

$$w(x) = -\frac{1}{6} \frac{((M_1 - M_2 + Pr(L-a))L^2 - 3M_1L^2 - Pr(L-a)^3)x}{EJL} + \\ + \frac{\frac{1}{6}(M_1 - M_2 + Pr(L-a))x^3 - \frac{1}{2}M_1x^2}{EJ} - \frac{1}{6} \frac{Pr(L-a)^3}{EJ}.$$

Из условий минимума критерия (2) получены управления:

$$M_1 = \frac{1}{2} \frac{P_r a (2L^3 - 3L^2 a + a^3)}{L^3}, \\ M_2 = \frac{1}{2} \frac{(3L^2 - 4La + a^2)P_r a^2}{L^3}.$$

Для исходных данных $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па; $Pr = 100$ Н; $L = 0.2$ м при $a = 0, 0.25 \cdot L, 0.5 \cdot L, 0.75 \cdot L, L$ построены графики управлений (рисунок 2).

Характерной

особенностью данных управлений является отсутствие перемены знака на всем участке

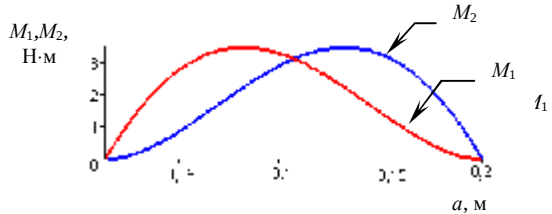


Рисунок 2 – Графики управляющих опорных моментов M_1 и M_2

обработки нежесткой детали, что упрощает их практическую реализацию.

Пример 2. Для заготовки, изображенной на рисунке 1, найдены управляющие воздействия M_1 и M_2 при использовании следующего близкого по смыслу к (2) критерия:

$$I = \left[\int_0^a W_1(x) dx + \int_a^l W_2(x) dx \right]^2 = \min. \quad (5)$$

С учетом ограничений на перемещение и угол поворота

$$\{W(a)=0, W'(a)=0\} \quad (6)$$

выражения для управляющих опорных моментов в этом случае принимают

вид:

$$M_1 = \frac{(L^4 - 3aL^3 + 2L^2a^2 + a^3L - a^4)Pra}{L^3(L - 2a)},$$

$$M_2 = \frac{Pra^2(L^3 - a^3 - 4L^2a + 4La^2)}{L^3(L - 2a)}.$$

Для приведенных выше исходных данных построены графики управлений (рисунок 3).

В ходе решения второй задачи в процессе определения значений управлений

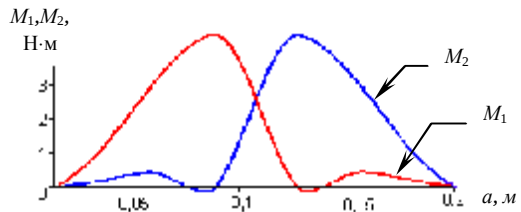


Рисунок 3 – Графики управляющих моментов M_1 и M_2

M_1 и M_2 (при $a = 0,5 \cdot L$)

возникает неопределенность типа $0/0$, для раскрытия которой использовалось правило Лопиталя. Все численные эксперименты выполнены в системе аналитических вычислений Maple V с использованием стандартных операндов языка.

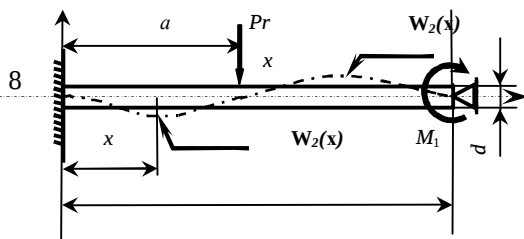


Рисунок 4 – Схема управления деформируемым состоянием нежесткого вала с помощью опорного момента

Характерно, что управления меняют знак и их максимальные значения примерно в два раза

превышают управления, полученные при решении предыдущей задачи.

Пример 3. Рассмотрено управление в виде правого опорного момента для заготовки, закрепленной в патроне с поджатием задним центром (рисунок 4) с учетом критерия оптимальности (5).

Система один раз статически неопределима. В качестве лишней связи выбрана шарнирно-подвижная опора. Реакция R_a найдена методом начальных параметров (из условий равенства нулю перемещения правой опоры).

Реакция R_a и реактивный момент M_a находятся как

$$R_a = -\frac{1}{2} \frac{3L^2 M_1 - 2P_r L^3 + 3P_r L a^2 - P_r a^3}{L^3},$$

$$M_a = \frac{1}{2} \frac{L^2 M_1 + 3P_r L a^2 - P_r a^3 - 2P_r L^2 a}{L^2}.$$

Выражение для управляющего воздействия, при котором обеспечивается минимум критерия (5) и выполняются ограничения (6), принимает вид:

$$M_1 = \frac{a^2 P_r (-126a^6 L^3 + 26a^5 L^4 - 50a^8 L + 128a^7 L^2 + 6a^9 + 3L^9 + 22L^5 a^4 - 5a L^8 - 4a^2 L^7)}{L^2 (18a^8 - 48a^7 L + 32a^6 L^2 + L^8 + 6L^4 a^4 - 8L^5 a^3)}.$$

График управляющего воздействия изображен на рисунке 5.

Рассмотренный подход в поиске управлений деформируемым

состоянием твердых тел

распространяется и на

нежесткие заготовки

переменного сечения (конус

усеченный конус).

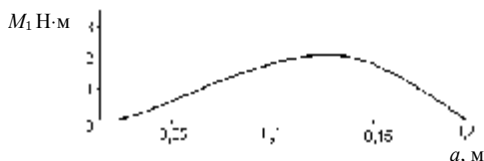


Рисунок 5 – График функции $M_1(a)$

Использование в качестве критерия оптимальности минимума общего деформированного состояния заготовки позволяет усовершенствовать модели управляемого деформирования заготовки при токарной обработке.

Библиографический список

1. Бохонский А.И. Задачи снижения погрешностей обработки нежестких деталей / А.И. Бохонский // Приборостроение: Сб. науч. тр.— К., 1988. — Вып. 40. — С. 102 – 104.
2. Бохонский А.И. Деформационный критерий качества при автоматической токарной обработке / А.И. Бохонский // Приборостроение: Сб. науч. тр. — К., 1990. — Вып. 42. — С. 77 – 80.
3. Бохонский А.И. Управление деформированием нежестких деталей при токарной обработке / А.И. Бохонский, А.Н. Вохмянин. — Севастополь: Изд – во СевГТУ, 1999. — 240 с.
4. Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5 / В.П. Дьяконов — М.: Изд-во «Солон», 1998. — 400 с.

Поступила в редакцию 16.03.2001 г.